

خزوه:

# تابع نمایی و لگاریتم

تالیف: مهندس رهبری

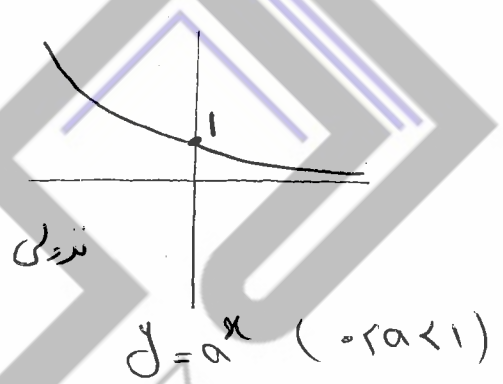
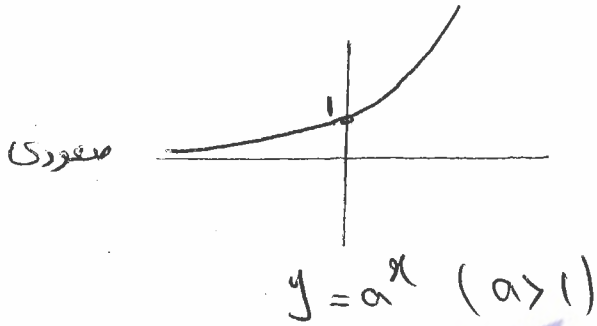
تابستان ۱۴۰۱



تابع نمایی =

تابع بصورت  $y = a^x$  که در آن  $a$  عدد حقیقی، مثبت و مخالف یک (  $a > 0, a \neq 1$  )

و  $a$  یک متغیر باشد را تابع نمایی می‌گوئیم. در تابع نمایی پایه (یعنی  $a$ ) هرگز عدد منفی و صفر و یک نمی‌تواند باشد. اگر پایه عبارت نمایی صفر و یک باشد تابع نمایی تبدیل به تابع ثابت خواهد بود.



① دامنه تعریف تابع نمایی  $y = a^x$  مجموعه اعداد حقیقی است ( $D_f = \mathbb{R}$ )

② برد تابع نمایی  $y = a^x$  مجموعه اعداد حقیقی مثبت است ( $R_f = \mathbb{R}^+$ )

③ تابع نمایی  $y = a^x$  یک تابع یک به یک و در نتیجه معکوس پذیر است.

④ تابع نمایی  $y = a^x$  همواره محور  $x$ ها را در نقطه‌ای به عرض ① قطع می‌کند به عبارتی عرض از مبدا تابع نمایی همواره برابر یک است.

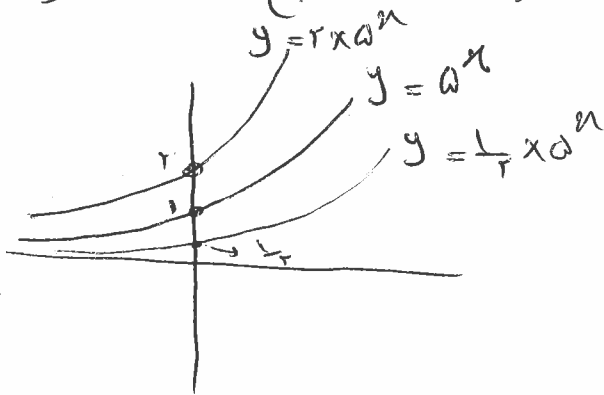
⑤ تابع نمایی  $y = a^x$  هرگز محور  $y$ ها را قطع نمی‌کند و همواره بالای محور  $x$ ها قرار دارد.

و همواره از ناحیه‌های اول و دوم دستنما. حسنت می‌گذرد.  $a > 1$  تابع صعودی و  $0 < a < 1$  تابع نزولی است. تقعر (گودی) منحنی همواره رو به بالا است.

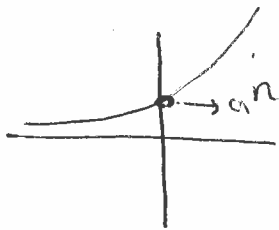
⑥ در حالت کلی  $y = k a^x$  نیز تابع نمایی است در این تابع عرض نشناخت تابع  $y = a^x$  است.  $k$  برابر نشناخته است در نتیجه عرض از مبدا تابع نمایی  $y = k a^x$  برابر  $k$  می‌باشد.

⑦ اگر  $K > 1$  نمودار تابع  $y = Ka^n$  بالای نمودار  $y = a^n$  قرار گیرد

و اگر  $0 < K < 1$  باشد نمودار تابع  $y = Ka^n$  پایین نمودار تابع  $y = a^n$  قرار می‌گیرد



⑧ معادله نمودار  $y = a^{mx+n}$



$a^m > 1 \rightarrow$  صعودی



$0 < a^m < 1$   
نزولی

\* معکوس تابع نمایی \*

اگر تابع  $y = f(x)$  یک به یک باشد، معکوس پذیر خواهد بود برای بدست آوردن

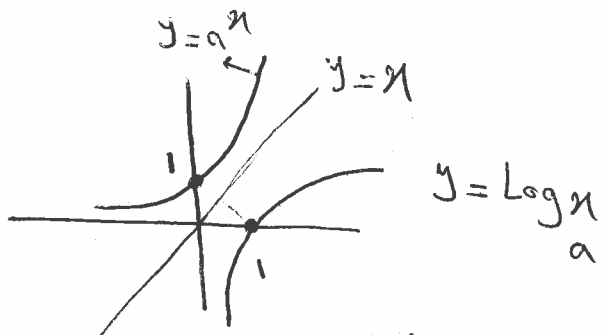
معکوس تابع  $y = f(x)$  کافی است جای  $x$  را با  $y$  عوض کنیم به عبارت دیگر

برای بدست آوردن معکوس تابع  $f$  کافی است نمودار تابع  $f$  را نسبت به خط  $y=x$  متناظر اول

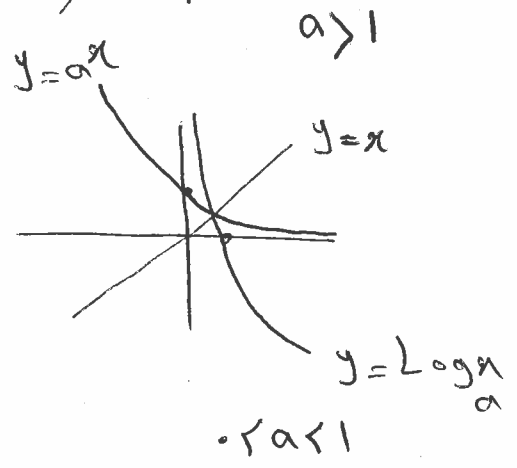
و دوم قرینه کنیم. تابع  $y = a^x$  یک به یک و معکوس پذیر است. حال نمودار  $y = a^x$

را نسبت به خط  $y=x$  اول و دوم  $(y=x)$  قرینه کنیم نمودار معکوس تابع  $y = a^x$  بوجود می‌آید.

معکوس تابع نمایی را تابع لگاریتم می‌نامیم.



در این حالت تابع نمایی و معکوس آن  
در این حالت یکدیگر را قطع نمی کنند.



تابع نمایی و معکوس در این حالت یکدیگر را قطع  
می کنند و این نقطه تلاقی طولی بین منفرجه  
دارد.

**حل معادلات نمایی :**

برای حل معادلات نمایی کافی است در دو طرف تساوی، آنها را عبارت نمایی هم پایه ایجاد کنیم  
(بدون ضرب) حال ادعای کنیم توان هاستر باید با هم برابر باشند.

$$f(x) = a \iff g(x) = a$$

**نکات حل معادلات نمایی :**

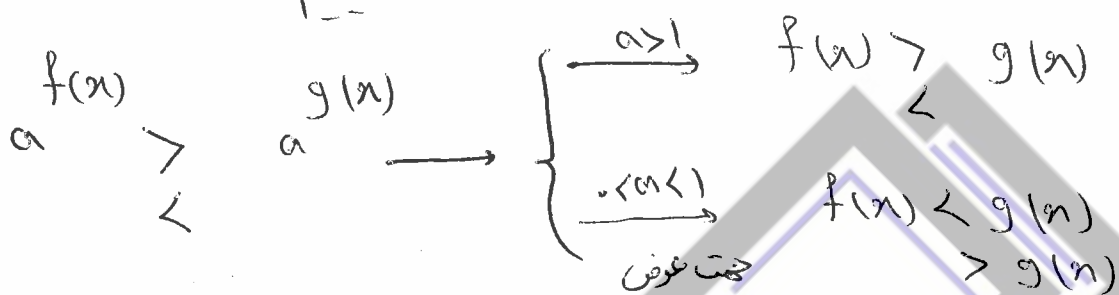
① اگر عددی بزرگتر از یک باشد، به توان عددی مثبت برسد قطعاً بزرگتر از یک بوده و اگر به توان  
عددی منفی برسد قطعاً بین منفرجه می باشد.

$$2^2 = 4 \quad 2^{-2} = \frac{1}{4}$$

② اگر عددی بین منفرجه و یک به توان عددی مثبت برسد قطعاً عددی بین منفرجه و یک بوده و اگر  
به توان عددی منفی برسد قطعاً عددی بزرگتر از یک می باشد.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 4$$

۳) برای حل نامعادلات نمایی باید در در طرف نامعادله در عبارت نمایی هم پایه ایجاد کنیم. اگر پایه‌های دو طرف نامعادله، بزرگ‌تر از یک باشد بدون تغییر جهت نامعادله نامعادله را برای توان‌های زوج و اگر پایه‌های یکسان در دو طرف نامعادله، پس ضریب باشد با تغییر جهت نامعادله، نامعادله را برای توان‌های فرد.

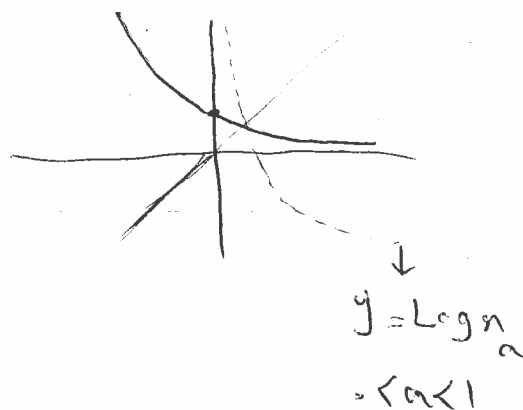
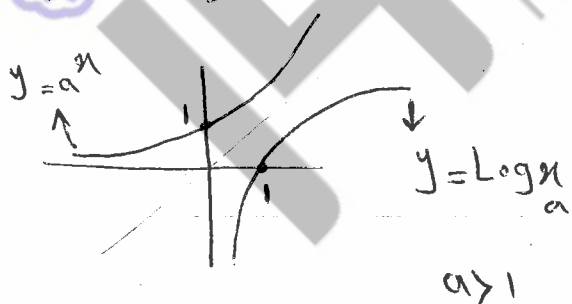


تعریف تابع لگاریتم و رسم نمودار آن :

$$y = a^x \iff x = a^y \iff y = \log_a x$$

$$a > 0, a \neq 1$$

در توابع لگاریتم، پایه یا مبنای لگاریتم (یعنی  $a$ ) هرگز عدد منفی، صفر و یک نمی‌تواند باشد.



۱) برد تابع لگاریتم  $y = \log_a x$  مجموعه اعداد حقیقی است.  $D_f = \mathbb{R}$

چون دامنه تابع نمایی، برد تابع لگاریتمی باشد. بنابراین جواب  $\log_a x$  می‌تواند منفی، مثبت یا صفر باشد.

۵

(۲) دامنه تعریف  $y = \log_a x$  مجموعه اعداد حقیقی مثبت است  $D_f = \mathbb{R}^+$

چون بر روی تابع دینامی دامنه تعریف تابع گزینش به حساب می آید. بنابراین گزینش اعداد منتهی و منفر و محدود ندارد.

(۳) تابع  $y = \log_a x$  همواره عمودها را در نقطه‌ای به طول ۱ قطع می کند به عبارتی طول از مبدأ تابع گزینش همواره برابر ۱ است.  $\log_a 1 = 0$

(۴) تابع  $y = \log_a x$  هرگز عمودها را قطع نمی کند و همواره درست راست عمودها را قرار داده و از ناحیه‌های اول و چهارم دستخوار می شود.

(۵) گزینش درستی هارا گزینش اعشاری لغتم و در این حالت معمولاً مبانی نیز رسم.

دامنه تابع گزینش

$$f(x) = \log_{h(x)} g(x)$$

$$D_f = \left\{ x \mid \underbrace{g(x) > 0}_{(1)}, \underbrace{h(x) > 0}_{(2)}, \underbrace{h(x) \neq 1}_{(3)} \right\}$$

اشتراک مجموعه جواب ها ۱، ۲ و ۳ دامنه تابع گزینش خواهد بود

تبدیل تساوی نمایی به لگاریتمی و بالعکس

هرگاه تساوی  $x = a^y$  ( $a > 0$  و  $a \neq 1$ ) برقرار باشد  $y$  را حاصل لگاریتم  $a$  در پایه  $a$  (سنتی) می نامیم:

$$x = a^y \iff y = \text{Log}_a x$$

قانون هرچه: متناهی توان جواب آن طرفی تساوی = عبارت جلوی  $\text{Log}$

مثال  $\text{Log}_2 8 = 3$   $\iff 2^3 = 8$

قواعد و قضایای  $\text{Log}$

اگر  $a > 0$  و  $a \neq 1$  باشد داریم

①  $\text{Log}_a 1 = 0 \implies a^0 = 1$  لگاریتم عدد یک در هر مبنایی برابر با صفر است.

②  $\text{Log}_a a = 1 \implies a^1 = a$  لگاریتم هر عدد  $(+)$  مخالف ۱ در مبنای خودش برابر با یک است.

③  $\begin{cases} \text{Log}_a AXB = \text{Log}_a A + \text{Log}_a B \\ \text{Log}_a A + \text{Log}_a B = \text{Log}_a AXB \end{cases}$  هرگاه ۲ لگاریتم هم پایه با هم جمع شوند عبارت جلوی دو  $\text{Log}$  در هم ضرب می شود و تبدیل به یک  $\text{Log}$  می شود.

یا  $\text{Log}_2 12 = \text{Log}_2 4 \times 3 = \text{Log}_2 4 + \text{Log}_2 3$



$$\textcircled{3} \quad \text{Log}_a A - \text{Log}_b B = \text{Log}_a \frac{A}{B}$$

$$\text{یا} \quad \text{Log}_a \frac{A}{B} = \text{Log}_a A - \text{Log}_a B$$

هرگاه دو لگاریتم هم پایه از هم کم نشوند عبارت جلوی Log اولی تقسیم بر عبارت جلوی Log دومی می نویسیم.

$$\textcircled{a} \quad \begin{cases} \text{Log}_a x^n = n \text{Log}_a x & x > 0 \\ \text{Log}_{a^m} x = \frac{1}{m} \text{Log}_a x & x > 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{4} \quad \text{Log}_{a^m} x^{(n)} = \frac{n}{m} \text{Log}_a x$$

$$\textcircled{5} \quad n \cdot \text{Log}_a x = \text{Log}_a x^n = \text{Log}_a x^{\frac{1}{\frac{1}{n}}}$$

$$\textcircled{\text{مثال}} \quad \text{Log}_r r = \text{Log}_{r^{\frac{1}{r}}} r^{\frac{1}{r}} = \frac{1}{r} \text{Log}_{r^{\frac{1}{r}}} r^{\frac{1}{r}} = \frac{1}{r}$$

$$\text{Log}_a \frac{1}{r^{\frac{1}{r}}} = \text{Log}_{r^{\frac{1}{r}}} r^{-\frac{1}{r}} = -\frac{1}{r} \text{Log}_{r^{\frac{1}{r}}} r^{\frac{1}{r}} = -\frac{1}{r}$$

$$\text{Log}_{a^r} b^r = \frac{r}{r} \text{Log}_a b = \text{Log}_a \sqrt[r]{b^r} = \text{Log}_a b = \text{Log}_{\frac{a}{\sqrt[r]{a}}} \sqrt[r]{b}$$



$$\textcircled{1} \textcircled{2} \text{Log}_B A \times \text{Log}_A B = 1 \Rightarrow \text{Log}_B A = \frac{1}{\text{Log}_A B}$$

مثال  $\text{Log}_3 9 = \frac{1}{\text{Log}_9 3}$

مثال  $\text{Log}_a x = r \Rightarrow \text{Log}_x a = \frac{1}{r}$

$$\textcircled{3} \text{Log}_B A = K \Rightarrow \text{Log}_A B = \frac{1}{K}$$

9 قاعدة تغییرینا

$$\text{Log}_B A = \frac{\text{Log}_C A}{\text{Log}_C B}$$

به هر سببی دلخواه یا سببی که در صورت سوال نیاز داریم تغییر می‌دهیم.

مثال  $\text{Log}_5 3 = \frac{\text{Log}_3 3}{\text{Log}_3 5}$

$\text{Log}_5 3 = \frac{\text{Log}_3 3}{\text{Log}_3 5}$

$$\text{Log}_B A \times \text{Log}_C B = \text{Log}_C A \quad \checkmark$$

۹

$$\textcircled{I} \quad A^{\log B} = B^{\log A}$$

$$5^{\log 9} = 9^{\log 5} = 9^{\log 5} = 9^{\frac{1}{2}} = 3$$

$$\textcircled{II} \quad a^{\log B} = B$$

$$3^{\log 4} = 4 \xrightarrow{\text{دلیل}} 4^{\log 3} = 4$$

حل معادلات لگاریتمی \*

۱) هرگاه یک لگاریتم برابر یک عدد بود از مانده چرخه استفاده می‌کنیم. مبنای توان جواب آن طرف تاولی برابر است با عبارت جلوی لگاریتم

$$\log_a f(x) = k \Rightarrow a^k = f(x)$$

لگاریتم بدون ضریب باشد و طرف دیگر تساوی عددی حقیقی داشته باشیم.

۲) هرگاه دو لگاریتم با هم برابر باشند باید عبارت جلوی دو  $\log$  هم با هم برابر باشند.

$$\log_a f(x) = \log_a g(x) \Rightarrow f(x) = g(x)$$

ریشه‌های دو دست آمده از جلوی  $\log$  را مثبت و منفی نامید و مخالف یک باشد

آن‌ها را قبول می‌کنیم.

مثال

$$\text{Log}_4(x^2 - 4) - \text{Log}_4(3x - 3) = 0 \Rightarrow$$

$$\text{Log}_4(x^2 - 4) = \text{Log}_4(3x - 3)$$

$$\Rightarrow x^2 - 4 = 3x - 3 \Rightarrow x^2 - 3x + 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

حلولی Log را ضریب کند

$\begin{cases} x = 1 & \times \\ x = 2 & \checkmark \end{cases}$

$$a > 1 \left\{ \begin{array}{l} x > 1 \Rightarrow \text{Log}_a x > 0 \\ 0 < x < 1 \Rightarrow \text{Log}_a x < 0 \\ x_1 < x_2 \Leftrightarrow \text{Log}_a x_1 < \text{Log}_a x_2 \end{array} \right.$$

از دو طرف یک نامساوی می توانیم لگاریتم درستی بزرگتر از واحد بگیریم و جهت نامساوی تغییر

نمی کند از طرفی اگر در دو طرف یک نامساوی دو لگاریتم با مبای بزرگتر از واحد وجود داشته باشد می توانیم لگاریتم ها را حذف کرده و نامساوی حاصل را بین عددهای حلولی آن ها بنویسیم.

$$0 < a < 1 \left\{ \begin{array}{l} x > 1 \Rightarrow \text{Log}_a x < 0 \\ 0 < x < 1 \Rightarrow \text{Log}_a x > 0 \\ x_1 < x_2 \Leftrightarrow \text{Log}_a x_1 > \text{Log}_a x_2 \end{array} \right.$$

⊛ اگر سینار عدد جلوی الگاریتم هر دو بزرگتر از یک باشد و یا هر دو بین صفر و یک باشد حاصل الگاریتم مثبت است.

⊛ اگر سینار عدد جلوی الگاریتم یکی بین صفر و یک و دیگری بزرگتر از یک باشد حاصل الگاریتم منفی است.

$$\text{Log } a < \frac{1}{2} \quad \text{Log } a > \frac{2}{4}$$

جمع بندی:

①  $\text{Log}_a f(n) < \text{Log}_a g(n) \xrightarrow[\text{جهت عوض نمی شود}]{a > 1} f(n) < g(n)$

②  $\text{Log}_a f(n) < \text{Log}_a g(n) \xrightarrow[\text{جهت عوض می شود}]{0 < a < 1} f(n) > g(n)$

③  $\text{Log}_a f(n) < K \xrightarrow{a > 1} f(n) < a^K$

$\text{Log}_a f(n) < K \xrightarrow[\text{جهت عوض می شود}]{0 < a < 1} f(n) > a^K$

12

$$a^n = \frac{1}{a^{-n}}$$

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$

$$a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$$

$$r^0 = 1$$

$$r^r = r$$

$$r^r = 14$$

$$d^r = r^d$$

$$r^1 = r$$

$$r^r = r^r$$

$$r^r = 72$$

$$d^r = 1^d$$

$$r^r = r$$

$$r^r = 1$$

$$r^r = r^d$$

$$d^r = 4^d$$

$$r^r = 1$$

$$r^r = 14$$

$$r^d = r^r$$

$$r^d = r^r$$

$$4^r = r^4$$

$$r^4 = 4^r$$

$$4^r = r^4$$

$$r^v = r^r$$

$$r^r = r^d$$

$$r^d = d^r$$

$$r^{10} = 10^r$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$a\sqrt{a} = a^{\frac{3}{2}}$$

$A(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

تجربی ۹۳: اگر نمودار تابع  $f(x) = a(b)^x - 1$  از دو نقطه

|                |                |
|----------------|----------------|
| $\frac{3}{2}$  | $-\frac{3}{2}$ |
| $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{2}$ |

$f(-1)$  کدام است؟ و  $B(1, 11)$  بلخورد

شرط این که تابع از نقاط  $A$  و  $B$  بلخورد آن است که مختصات آن داخل تابع  $f$

صدق کند یعنی:

$$\begin{cases} f(-\frac{1}{2}) = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} = ab^{-\frac{1}{2}} - 1 & (1) \\ f(1) = 11 \Rightarrow 11 = ab - 1 & (2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{b^{\frac{1}{2}}} = \frac{3}{2} \\ ab = 12 \end{cases}$$

$(1) \div (2)$

$$\frac{\frac{a}{b^{\frac{1}{2}}}}{ab} = \frac{\frac{3}{2}}{12} \Rightarrow \frac{a}{b^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{a}{b^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{2^3} \Rightarrow b^{\frac{3}{2}} = 2^3 \Rightarrow b^{\frac{3}{2}} = 2^3 \Rightarrow b = 2^2 = 4$$

آن را در  $(2)$

$b = 4 \Rightarrow a = 3$   $ab = 12 \rightarrow a = 3$

$f(x) = 3 \times 4^x - 1 \rightarrow f(-1) = 3 \times 4^{-1} - 1 = \frac{3}{4} - 1 = -\frac{1}{4}$

ریاضی ۹۵: نمودارهای دو تابع  $g(x) = (\frac{1}{9})^x$  و  $f(x) = 3^{ax+b}$  در نقطه ای به هم

۱- متقاطع هستند اگر  $f(2) = \frac{1}{3}$  باشد مقدار  $f^{-1}(27)$  کدام است؟

|      |      |
|------|------|
| $3$  | $1$  |
| $-3$ | $-2$ |

$f(2) = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{3} = 3^{2a+b} \Rightarrow 3^{-1} = 3^{2a+b} \Rightarrow -1 = 2a+b$

$2a+b = -1$

در  $x = -1$  متقاطع یعنی  $r$  یکسان دارند.

$$f(-1) = g(-1) \Rightarrow$$

↓

$$r^{-a+b} = \left(\frac{1}{r}\right)^{-1} \Rightarrow r^{-a+b} = r^r$$

$$\ominus \begin{cases} -a+b=r \\ ra+b=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a-b=-r \\ ra+b=-1 \end{cases}$$

$$ra = -r \rightarrow a = -1$$

$$ra+b = -1 \xrightarrow{a=-1} -r+b = -1 \rightarrow b = 1$$

$$f(x) = r^{ax+b} = r^{-x+1}$$

$$f^{-1}(rv) = ?$$

$x$  تابع معکوس  $y$  برای تابع  $f$

$$f(x) = rv \Rightarrow r^{-x+1} = rv \Rightarrow$$

$$\frac{-x+1}{r} = r^v \Rightarrow -x+1 = r^v \rightarrow x = -r^v + 1$$

ریاضی خارج ۹۵: نمودار تابع با منبسطه

$f(x) = A(r)^{Bx}$  و خط  $y = \frac{\Delta}{r}x$  در دو نقطه

به طول های ۲ و ۴ متقاطع هستند مقدار

$f^{-1}$  کدام است؟

$$\frac{\Delta}{r} \mid \frac{r}{4}$$

$$x = r, r$$

$$y = A(r)^{Bx} \xrightarrow{x=r}$$

$$y = \frac{\Delta}{r}x$$

$$\frac{\Delta}{r} \times r = A(r)^{rB} \Rightarrow A(r)^{rB} = \frac{\Delta}{r}$$

$$x = r \Rightarrow \begin{cases} y = A(r)^{rB} \\ y = \frac{\Delta}{r} \times r = \Delta \end{cases} \Rightarrow$$

$$A(r)^{rB} = \Delta$$



$$\frac{A(r)^{rB}}{A(r)^{rB}} = \frac{\omega}{\frac{\omega}{r}} \Rightarrow r^{rB} = r \Rightarrow rB = 1$$

$$\Rightarrow B = \frac{1}{r}$$

$$A(r)^{rB} = \omega \Rightarrow B = \frac{1}{r}$$

$$A(r)^{rB} = \omega$$

$$\Rightarrow rA = \omega \Rightarrow A = \frac{\omega}{r}$$

$$f(x) = \frac{\omega}{r} (r)^{\frac{1}{r}x}$$

$f^{-1}(1.0) \rightarrow f(x) = 1.0$   $f$  تابع معکوس =  $f^{-1}$  تابع

$$\frac{\omega}{r} (r)^{\frac{1}{r}x} = 1.0 \Rightarrow r^{\frac{1}{r}x} = \frac{r}{\omega} \Rightarrow$$

$$r = r^{\frac{1}{r}x} \Rightarrow 3 = \frac{1}{r}x \Rightarrow x = 4$$

$$y = 3^x + \frac{1}{3} \quad \text{و} \quad y = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{2x}$$

ریاضی 94: نمودار توابع

در نقطه A مقاطع و فاصله نقطه A از نقطه B (ادام) کدام است؟

|            |   |
|------------|---|
| $\sqrt{3}$ | 1 |
| $\sqrt{5}$ | 2 |

$$y_1 = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{2x}$$

$$y_2 = 3^x + \frac{1}{3}$$

$$y_1 = y_2 \Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^x = 3^x + \frac{1}{3}$$

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{2x} = \left(\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2\right)^x = \left(\frac{3}{9}\right)^x = \left(\frac{1}{3}\right)^x$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^x = 3^x + \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{3^x} = 3^x + \frac{1}{3} \xrightarrow{3^x = t}$$

$$\frac{1}{t} = t + \frac{1}{3} \xrightarrow{\times 3t} 3t^2 + 1 = 3 \Rightarrow 3t^2 + 1t - 3 = 0$$

$$\Delta = 44 - 4(3)(-3) = 100 \Rightarrow$$

$$t = \frac{-1 \pm \sqrt{10}}{4} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{-1+10}{4} = \frac{9}{4} \\ t = \frac{-1-10}{4} = -\frac{11}{4} = -3 \end{cases}$$

$$3^x = \frac{1}{3} \Rightarrow 3^x = 3^{-1} \Rightarrow \boxed{x = -1}$$

$$3^x = -3 \quad \times$$

$a^x \xrightarrow{a>1}$  برابر عددی مثبت است.

$$y = \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{2x} = \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{9}{2} = 4.5$$

$$\left[ \begin{matrix} -1 \\ 3 \end{matrix} \right] \left[ \begin{matrix} -1 \\ 1 \end{matrix} \right] \Rightarrow \sqrt{(-1 - (-1))^2 + (3 - 1)^2} = \boxed{2}$$

$$y = (\sqrt{2})^{x+1} + 4 \quad \text{و} \quad y = 2^x$$

تجرباتی خارج  $4^3$ : فاصله نقطه تلاقی دو منحنی به معادلات

$$\frac{3}{5} \mid \frac{2}{8}$$

از نقطه  $A(0, 4)$  کدام است؟

$$\begin{cases} y = 2^x \\ y = (\sqrt{2})^{x+1} + 4 \end{cases} \Rightarrow (\sqrt{2})^{x+1} + 4 = 2^x$$

$$(\sqrt{2})^x = A \quad 2^x = ((\sqrt{2})^2)^x = ((\sqrt{2})^x)^2 = A^2$$

$$\Rightarrow (\sqrt{2})^x \times \sqrt{2} + 4 - 2^x = 0 \Rightarrow$$

$$\sqrt{2} A + 4 - A^2 = 0 \Rightarrow \Delta = (\sqrt{2})^2 - 4(-1)(4)$$

$$A = \frac{-\sqrt{2} \pm \sqrt{18}}{-2} = \frac{-\sqrt{2} \pm 3\sqrt{2}}{-2} = \begin{cases} -\frac{\sqrt{2}}{2} \times \\ 2\sqrt{2} \checkmark \end{cases}$$

$$A = (\sqrt{2})^x \Rightarrow 2\sqrt{2} = (\sqrt{2})^x \Rightarrow$$

$$2^{\frac{3}{2}} = 2^{\frac{1}{2}x} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{1}{2}x \Rightarrow \boxed{x = 3}$$

IV

$$y = r^x \xrightarrow{x=3} r^3 = 8$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ r \end{bmatrix} \Rightarrow \sqrt{(3-0)^2 + (8-r)^2} = 5$$

$$\begin{array}{c|c} 4 & 4 \\ \hline 4 & 16 \\ \hline r & \end{array}$$

الر  $\log_r 2 = \alpha$  باسد عدد  $r^{\alpha-2}$  کلام است!

هرگاه  $\log$  برابر عدد شد تا اول خروج

$$r^{\alpha} = 12$$

$$\begin{aligned} r^{\alpha-2} &= r^{\alpha} \times r^{-2} = (r^{\alpha}) \times r^{-2} = (12^{\alpha}) \times \frac{1}{14} \\ &= 12^{\alpha} \times \frac{1}{12} = \frac{12^{\alpha}}{12} \\ &= 9 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{c|c} 14 & 8 \\ \hline 12\sqrt{2} & 8\sqrt{2} \end{array}$$

الر  $\left(\frac{r^{\sqrt{14}}}{r^{\sqrt{8}}}\right)^2 = r^A$  کلام است!

$$r^{\sqrt{14}} = r^{\sqrt{14 \times 2}} = r^{4\sqrt{2}} = (r^2)^{4\sqrt{2}} = r^{8\sqrt{2}}$$

$$r^{\sqrt{8}} = r^{\sqrt{4 \times 2}} = r^{2\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{r^{8\sqrt{2}}}{r^{2\sqrt{2}}} = r^{4\sqrt{2}} \Rightarrow (r^{4\sqrt{2}})^2 = r^A$$

$$\Rightarrow r^{8\sqrt{2}} = r^A \Rightarrow \boxed{A = 12\sqrt{2}}$$

$$\begin{array}{c|c} 4 & 3 \\ \hline \frac{3}{2} & \sqrt{3} \end{array}$$

الر  $\log_y x = 3$  حاصل  $\log \sqrt{x}$  کلام است!

$$\log_y x^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_y x = \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2}$$

|     |   |
|-----|---|
| 4,5 | 3 |
| 5,5 | 5 |

حاصل  $\text{Log}(\sqrt{125})^3$  کدام است؟

$$\text{Log}(\sqrt{5^3})^3 = \text{Log}(5^{\frac{3}{2}})^3 = \frac{9}{2} \text{Log} 5 = \boxed{\frac{9}{2}}$$

اگر  $x = 8 \text{Log} 2\sqrt{2}$  باشد، نگاریم عدد  $4(x+3)$  در پایه  $x$  کدام است؟

|   |   |
|---|---|
| 3 | 3 |
| 3 | 3 |

$$x = 8 \text{Log} 2^{\frac{3}{2}} = 8 \times \frac{3}{2} \text{Log} 2$$

$$x = 8 \times \frac{3}{2} = 12$$

$$\begin{aligned} \text{Log}_x 4(x+3) &= \text{Log}_x 4(12+3) = \text{Log}_x 4 \times 15 = \text{Log}_x 4^2 = 2 \text{Log}_x 4 = \boxed{2} \end{aligned}$$

|   |   |
|---|---|
| 1 | 2 |
| 1 | 2 |

حاصل  $\text{Log}_{x\sqrt{x}} x\sqrt{x}$  برابر است با:

$$x\sqrt{x} = x \times x^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{3}{2}}$$

$$x\sqrt{x} = x \times x^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{3}{2}}$$

$$\text{Log}_{x^{\frac{3}{2}}} x^{\frac{3}{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}} \text{Log}_x x = \boxed{1}$$

$$= \boxed{\frac{1}{9}}$$

|   |   |
|---|---|
| 4 | 3 |
| 2 | 2 |

حاصل  $\text{Log}(3+2\sqrt{2})^3$  کدام است؟

$$(1+\sqrt{2})^2 = 1+2+2\sqrt{2} = 3+2\sqrt{2}$$

$$\text{Log}((1+\sqrt{2})^2)^3 = 4 \text{Log} 1+\sqrt{2} = \boxed{4}$$

الریکارتیم  $a$  دریاہ  $\sqrt[3]{\frac{4}{27}}$  باسد  $e$  آنجاہ لکارتیم  $a^{3+7}$  دریاہ  $8$  کلام است؟

$$\begin{array}{r|l} 2 & 2 \\ \hline 2 & 2 \\ \hline 2 & 2 \end{array}$$

$$\text{Log } a^{\sqrt[3]{\frac{4}{27}}} = \frac{2}{3} \Rightarrow a = (\sqrt[3]{\frac{4}{27}})^{\frac{2}{3}}$$

$$a = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2}{3}} \Rightarrow a = 2^{\frac{2}{3}} \quad \text{توان 3} \rightarrow a^3 = 4$$

$$\begin{aligned} \text{Log } a^{3+7} &= \text{Log } 4+7 = \text{Log } 14 = \text{Log } 2^{\frac{2}{3}} \times 7 \\ &= \frac{2}{3} \text{Log } 2 = \left(\frac{2}{3}\right) \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 1 \\ \hline 2 & 2 \\ \hline 2 & 2 \end{array}$$

الدر  $4^a = 2\sqrt{2}$  باسد لکارتیم  $4a+1$  دریاہ  $4$  کلام است؟

$$4^a = 2\sqrt{2} \Rightarrow 2^{2a} = 2^{\frac{3}{2}} \Rightarrow 2a = \frac{3}{2} \Rightarrow a = \frac{3}{4}$$

$$\text{Log } 4a+1 = \text{Log } 4\left(\frac{3}{4}\right)+1 = \text{Log } 4 = 1$$

حاص  $\text{Log}_2 \frac{1}{4} + \text{Log}_2 \frac{4}{10} + \text{Log}_2 \frac{10}{11} + \dots + \text{Log}_2 \frac{31}{32}$  کلام است؟

$$\begin{array}{r|l} -2 & 0 \\ \hline -3 & 3 \end{array}$$

$$\text{Log}_2 \frac{1}{4} \times \text{Log}_2 \frac{4}{10} \times \text{Log}_2 \frac{10}{11} \times \dots \times \text{Log}_2 \frac{31}{32}$$

$$\begin{aligned} \text{Log}_2 \frac{1}{32} &= \text{Log}_2 \frac{1}{2^5} = \text{Log}_2 2^{-5} = -5 \text{Log}_2 2 \\ &= -5 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|l} \frac{2}{3} & \frac{3}{2} \\ \hline -\frac{2}{3} & -\frac{3}{2} \end{array}$$

حاصل  $\text{Log}_4 2\sqrt{3} + \text{Log}_4 3\sqrt{2}$  کدام است؟

$$\begin{aligned} \text{Log}_4 (2\sqrt{3})(3\sqrt{2}) &= \text{Log}_4 4\sqrt{6} = \text{Log}_4 4^{\frac{3}{2}} \\ &= \frac{3}{2} \text{Log}_4 4 = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

اگر  $\text{Log}_2 r = K$  باشد حاصل  $\text{Log}(4-2\sqrt{5}) + 2\text{Log}(1+\sqrt{5})$  کدام است؟

$$\begin{array}{r|l} 4K & 2K \\ \hline 2+4K & 1+K \end{array}$$

هرگاه جلوی  $\text{Log}$  توان داشته باشیم برینت  $\text{Log}$

انتقال می دهیم و هرگاه عدد درینت  $\text{Log}$  بود آن را بصورت توان برای عبارت جلوی  $\text{Log}$

$$\text{Log}(4-2\sqrt{5})(1+\sqrt{5})^2 = \text{Log} 14 = \text{Log} 2^7 = 7 \text{Log} 2 = 7K$$

$$(4-2\sqrt{5})(1+\sqrt{5})^2 = (4-2\sqrt{5})(4+2\sqrt{5}) = 34 - 20 = 14$$

اگر  $\text{Log}_b a = \frac{3}{2}$  آن‌گاه  $\text{Log}_{\sqrt{b}} ab^2$  کدام است؟

$$\begin{array}{r|l} a & 3 \\ \hline \sqrt{b} & 4 \end{array}$$

$$\text{Log}_{\sqrt{b}} ab^2 = \text{Log}_{\sqrt{b}} a + \text{Log}_{\sqrt{b}} b^2 = 2 \text{Log}_{\sqrt{b}} a + 2 \text{Log}_{\sqrt{b}} b$$

$$b^{\frac{1}{2}}$$

$$2\left(\frac{3}{2}\right) + 2 = \sqrt{\quad}$$

۲۱

کدام است؟  $\log \sqrt[3]{1,4}$

اگر  $\log 5 = 3k$  باشد،

|        |        |
|--------|--------|
| $2-5k$ | $1-2k$ |
| $1-k$  | $1-2k$ |

$$\log \sqrt[3]{1,4} = \log (1,4)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log \frac{14}{10} = \frac{1}{3} (\log 14 - \log 10)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} (\log 2^k - 1) &= \frac{1}{3} (k \log 2 - 1) = \frac{1}{3} (k(1 - \log 5) - 1) \\ &= \frac{1}{3} (k(1 - 3k) - 1) = \frac{1}{3} (k - 3k^2 - 1) = \frac{1}{3} (3 - 3k^2) \end{aligned}$$

$$1 - 3k^2$$

نتیجه گیری

$$\begin{aligned} \log 2 &= 1 - \log 5 \\ \log 5 &= 1 - \log 2 \end{aligned}$$

اگر  $\log 4 = a$  و  $\log 3 = b$  باشد حاصل  $\log 25$  کدام است؟

|            |            |
|------------|------------|
| $2(1-a+b)$ | $2(1+a-b)$ |
| $2(1-a-b)$ | $2(1+a+b)$ |

$$\log 4 = a \Rightarrow \log (2 \times 2) = a \Rightarrow \log 2 + \log 2 = a$$

$$\log 2 = a - b$$

$$\log 25 = \log 5^2 = 2 \log 5 = 2(1 - \log 2)$$

$$= 2(1 - a + b)$$

اگر  $\text{Log}_r a = a$  باشد حاصل

$\text{Log}_r \sqrt[r]{a}$  چیست؟

|                |               |
|----------------|---------------|
| $\frac{1}{ra}$ | $\frac{1}{a}$ |
| $\frac{1}{ra}$ | $ra$          |

$$\text{Log}_r \sqrt[r]{a} = \text{Log}_r a^{\frac{1}{r}} = \frac{1}{r} \text{Log}_r a = \frac{1}{r} \times \frac{1}{a} = \frac{1}{ra}$$

$$\text{Log}_r a = a \Rightarrow \text{Log}_r a = \frac{1}{a}$$

مهم

اگر  $\text{Log}_r a = a$  باشد  $\text{Log}_r a$  کدام است؟

|                  |                  |
|------------------|------------------|
| $\frac{1-a}{ra}$ | $\frac{a-1}{ra}$ |
| $\frac{a-1}{a}$  | $\frac{1-a}{a}$  |

$$\text{Log}_r a = a \Rightarrow \text{Log}_r a^r = \frac{1}{a} \Rightarrow$$

$$\text{Log}_r r \times a = \frac{1}{a} \Rightarrow \text{Log}_r r + \text{Log}_r a = \frac{1}{a}$$

$$r \text{Log}_r a = \frac{1}{a} - 1 \Rightarrow r \text{Log}_r a = \frac{1-a}{a}$$

$$\text{Log}_r a = \frac{1-a}{ra}$$

مهم

برابر کدام است؟

$$\frac{\text{Log}_r 14}{r} = \frac{\text{Log}_r 7 + \text{Log}_r 2}{r}$$

|                              |                              |
|------------------------------|------------------------------|
| $\frac{r}{5} \text{Log}_r 5$ | $\frac{r}{5} \text{Log}_r 5$ |
| $\frac{r}{5} \text{Log}_r 5$ | $\frac{r}{5} \text{Log}_r 5$ |

$$\frac{\text{Log}_r 14}{\text{Log}_r 7} = \frac{\text{Log}_r r^k}{\text{Log}_r 5} = \frac{k \text{Log}_r r}{5 \text{Log}_r 5} = \frac{k \times \frac{1}{\text{Log}_r r}}{5 \times \frac{1}{\text{Log}_r 5}} = \frac{k}{5} \times \frac{\text{Log}_r 5}{\text{Log}_r r} = \frac{k}{5} \text{Log}_r 5$$



۲۳

$$\frac{a^b - b^a}{a - b} \quad \Bigg| \quad \frac{a^b - b^a}{a - b}$$

حاصل  $\text{Log}_x a - \text{Log}_x b$  کدام است!

↓

$$b \text{Log}_x a - b \text{Log}_x a = 0$$

اگر  $\text{Log}_r K = K$  حاصل  $\text{Log}_r \Delta$  چیست؟

$$\frac{\frac{K}{1-K}}{\frac{1-K}{K}} \quad \Bigg| \quad \frac{\frac{1+K}{K}}{\frac{K-1}{K}}$$

$$\text{Log}_r K = K \Rightarrow \text{Log}_r r^{\frac{1}{K}} = \frac{1}{K}$$

$$\Rightarrow \text{Log}_r K \times a = \frac{1}{K} \Rightarrow \text{Log}_r K + \text{Log}_r a = \frac{1}{K}$$

$$\text{Log}_r \Delta = \frac{1}{K} - 1 \Rightarrow \text{Log}_r \Delta = \frac{1-K}{K}$$

$$\frac{\frac{a}{a+r}}{\frac{1}{r^a}} \quad \Bigg| \quad \frac{a+r}{ra}$$

اگر  $\text{Log}_r a = a$  حاصل  $\text{Log}_r \Delta$  چیست؟

$$\text{Log}_r a = a \Rightarrow \text{Log}_r r^a = a \Rightarrow r \text{Log}_r a = a \Rightarrow$$

$$\text{Log}_r a = \frac{a}{r}$$

$$\begin{aligned} \text{Log}_r \Delta &= \frac{\text{Log}_r a}{\text{Log}_r r} = \frac{\text{Log}_r a}{\text{Log}_r a + \text{Log}_r a} = \frac{\frac{a}{r}}{\frac{a}{r} + 1} \\ &= \frac{\frac{a}{r}}{\frac{a+r}{r}} = \frac{a}{r} \times \frac{r}{a+r} = \frac{a}{a+r} \end{aligned}$$

۲۴

کدام است؟  $\log_3 + \log \sqrt{3} = \log (11)^k$  آن گاه  $k$  را بیاب

$$\frac{3}{5} \mid \frac{2}{8}$$

$$\log 3 + \log \sqrt{3} = \log (11)^k$$

$$\log 3 + \log 3^{\frac{1}{2}} = \log 3^{2k}$$

$$\log (3 \times 3^{\frac{1}{2}}) = \log (3^{2k}) \implies 3^{\frac{5}{2}} = 3^{2k}$$

$$\frac{5}{2} = 2k \implies k = \frac{5}{4}$$

$$\log \frac{5}{2} = \log \frac{5}{4} = \log 14 = \log 2^k = k$$

از معادله  $\log x = 2$  مقدار  $\log (2x-1) + \log (x+3) = \log 30 - \log 2$  بیاب

$$\frac{2}{2} \mid \frac{1}{-1}$$

$$\log (2x-1)(x+3) = \log \frac{30}{2}$$

$$\implies \log (2x^2 + 4x - x - 3) = \log 15$$

$$2x^2 + 3x - 3 = 15 \implies 2x^2 + 3x - 18 = 0$$

$$\Delta = 9 - 4(2)(-18) = 149$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{149}}{4} \implies \begin{cases} \frac{-3 + \sqrt{149}}{4} = \frac{1}{2} = 2 \\ \frac{-3 - \sqrt{149}}{4} = -\frac{18}{4} = -\frac{9}{2} \end{cases}$$

حلوی و  $\log$  راستی کنید

$$\log x = \log 2 = \log 2^1 = \frac{1}{2} \log 2 = \frac{1}{2}$$

Log (x+2) كلاً ما است؟

|               |               |
|---------------|---------------|
| $\frac{2}{2}$ | $\frac{2}{2}$ |
| $\frac{2}{2}$ | $\frac{2}{2}$ |

الر  $2 \text{Log}(x-2) = \text{Log}(x+10)$

$\text{Log}(x-2)^2 = \text{Log}(x+10)$

$\Rightarrow (x-2)^2 = x+10 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = x+10$

$x^2 - 5x - 6 = 0 \rightarrow \begin{cases} -1 & x \\ 4 & \checkmark \end{cases}$

$\text{Log}(x+2) = \text{Log}(4+2) = \text{Log} 6 = \text{Log} 2 \cdot 3 = \frac{3}{2}$

Log (5x+1) + Log x = 2 كلاً ما است؟

|                |               |
|----------------|---------------|
| $\frac{3}{-2}$ | $\frac{2}{5}$ |
|----------------|---------------|

$\text{Log}((5x+1)(x)) = 2 \Rightarrow 2^2 = 5x^2 + x$

$5x^2 + x - 4 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -1 & x \\ x = +\frac{4}{5} & \checkmark \end{cases}$

$\frac{4}{5} = 0.8$

$x + \frac{1}{x}$  كلاً ما است؟

الر  $\text{Log}(x+4) = 2 + \text{Log} x$

|               |               |
|---------------|---------------|
| $\frac{1}{2}$ | $\frac{7}{2}$ |
| $\frac{2}{2}$ | $\frac{5}{2}$ |

$\text{Log}(x+4) - \text{Log} x = 2$

$\text{Log} \left( \frac{x+4}{x} \right) = 2 \Rightarrow x^2 = \frac{x+4}{x}$

$2x^2 - x - 4 = 0 \Rightarrow \Delta = 33 \rightarrow \begin{cases} \frac{1+7}{2} = 4 \\ \frac{1-7}{2} = -3 \end{cases}$

$2 + \frac{1}{x} = \frac{5}{2}$

الر  $\text{Log}(x^2 - x + 1) + \text{Log}(x + 1) = 1$  مقدار  $x$  دریابید که کدام است؟

|               |               |
|---------------|---------------|
| $\frac{2}{1}$ | $\frac{2}{3}$ |
| $\frac{2}{3}$ | $\frac{2}{1}$ |

اتحادیات دیگر

$$\text{Log}((x+1)(x^2-x+1)) = 1$$

$$x^3 + 1 = 10 \rightarrow x^3 = 9 \rightarrow x = 9^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{2}{3}}$$

$$\text{Log}_3 x = \text{Log}_3 3^{\frac{2}{3}} = \left[ \frac{2}{3} \right]$$

|                       |                       |
|-----------------------|-----------------------|
| $x = 3^{\frac{2}{3}}$ | $x = 3^{\frac{2}{3}}$ |
| $x = 3^{\frac{2}{3}}$ | $x = 3^{\frac{2}{3}}$ |

جواب مشابه  $\text{Log}_3 \sqrt{3} + \text{Log}_3 3 = \text{Log}_3 x$  کدام است؟

$$\text{Log}_3 3^{\frac{1}{2}} + \text{Log}_3 3 = \text{Log}_3 x$$

$$\frac{1}{2} + 1 = \text{Log}_3 x \Rightarrow \text{Log}_3 x = \frac{3}{2}$$

$$x = 9^{\frac{3}{2}} = (3^2)^{\frac{3}{2}} = 3^3$$

الر  $4\sqrt[4]{2} = 4^x$  و  $1 + \text{Log} \sqrt{x+1} = \text{Log } y$  مقدار  $y$  کدام است؟

|        |       |
|--------|-------|
| $11,5$ | $7,5$ |
| $25$   | $15$  |

$$1 = \text{Log}_{10} 10$$

$$\Rightarrow \text{Log}_{10} 10 + \text{Log} \sqrt{x+1} = \text{Log } y$$

$$\text{Log}_{10} 10 \sqrt{x+1} = \text{Log } y \rightarrow$$

$$10 \sqrt{x+1} = y$$

$$4\sqrt[4]{2} = 4^x \Rightarrow 2^2 \times 2^{\frac{1}{2}} = 2^{2x} \Rightarrow 2^{\frac{5}{2}} = 2^{2x}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{2} = 2x \Rightarrow x = \frac{5}{4}$$

$$\begin{cases} \log_{10} \sqrt{x+1} = \log y \\ x = \frac{9}{2} \end{cases} \Rightarrow 10^{\sqrt{\frac{9}{2}+1}} = y$$

$$10^{\sqrt{\frac{9}{2}+1}} = y \Rightarrow y = 10 \times \frac{3}{2} = 15$$

از دو معادله  $\log_{10}(y-x) + \log_{10}(2x+y) = 2$  و  $\log_{10}(y+2) = 1$

مقدار  $x$  کدام است؟

$$\log_{10}(y+2) = 1 \rightarrow y+2 = 10^1 \rightarrow y = 8$$

|   |   |
|---|---|
| ۲ | ۱ |
| ۵ | ۳ |

$$\log_{10}(y-x) + \log_{10}(2x+y) = 2 \Rightarrow \log_{10}(y-x)(2x+y) = 2$$

$$(y-x)(2x+y) = 10^2$$

$$2xy + y^2 - 2x^2 - xy = 100 \xrightarrow{y=8}$$

$$2(x)(8) + 8^2 - 2x^2 - 8x = 100$$

$$2x^2 - 24x + 136 = 0$$

$$\div 2 \rightarrow x^2 - 12x + 68 = 0 \rightarrow (x-4)^2 = 0 \rightarrow x = 4$$

از معادلات  $\log x = \log r + \log y$  و  $r^x \times r^y = r$

$$\log_{10} x = \log_{10} ry \Rightarrow x = ry$$

|               |               |
|---------------|---------------|
| $\frac{r}{r}$ | $\frac{r}{r}$ |
| $\frac{r}{r}$ | $\frac{r}{r}$ |

$$r^x \times r^y = r \Rightarrow r^{x+y} = r \Rightarrow x+y = 1 \xrightarrow{x=ry}$$

$$ry = 1 \rightarrow y = \frac{1}{r} \rightarrow x = \frac{r}{r} = 1$$

از دو معادله  $\log_{\sqrt{3}} x + \log_{\sqrt{3}} y = 2$  و  $x^2 + y^2 = 44$  کدوم را می توانیم (x+y) در پایه ۳ کدوم است؟

$$\begin{array}{r|l} 2 & (1,5) \\ \hline 3 & 2,5 \end{array}$$

$$\log_{\sqrt{3}} x + \log_{\sqrt{3}} y = 2 \Rightarrow \log_{\sqrt{3}} xy = 2 \Rightarrow xy = 3^2$$

$$xy = 9$$

بنابراین  $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$

$$x^2 + y^2 = 44$$

$$x^2 + y^2 \Rightarrow (x+y)^2 - 2xy = 44$$

$$(x+y)^2 - 2(9) = 44$$

$$\Rightarrow (x+y)^2 = 62 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} x+y = \pm \sqrt{62}$$

$$\log_{\sqrt{3}}(x+y) = \log_{\sqrt{3}} \sqrt{62} = \log_{\sqrt{3}} 3^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \log_{\sqrt{3}} 3 = \frac{3}{2}$$

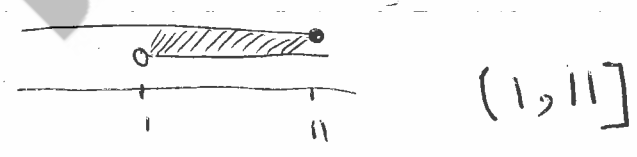
دامنه تعریف تابع  $f(x) = \sqrt{1 - \log(x-1)}$  به کدام صورت است؟

|           |           |
|-----------|-----------|
| $[2, 10]$ | $(1, 2]$  |
| $(1, 11]$ | $[1, 11)$ |

①  $x-1 > 0 \Rightarrow x > 1$  ,  $1 - \log(x-1) \geq 0$

$\Rightarrow \log(x-1) \leq 1 \Rightarrow$  زیرا  $\log$  بزرگتر از یک  $\Rightarrow x-1 \leq 10 \Rightarrow x \leq 11$  ②

① و ②



حاصل  $[\log_4 2] + [\log_4 4]$  برابر است یا؟

باتوجه به سنای هر یک داریم  $4^0 < 2 < 4^1 \Rightarrow \log_4 4^0 < \log_4 2 < \log_4 4^1$

$\Rightarrow 0 < \log_4 2 < 1 \rightarrow [\log_4 2] = 0$

$\log_2 4 \Rightarrow 2^2 < 4 < 2^3 \xrightarrow{\log_2} \log_2 2^2 < \log_2 4 < \log_2 2^3$

$2 \log_2 2 < \log_2 4 < 3 \log_2 2 \rightarrow 2 < \log_2 4 < 3 \xrightarrow{[ ]} [\log_2 4] = 2$

نتیجه  $\rightarrow \log_{10} 2 \approx 0.301$

حاصل  $[\frac{1}{5} \log 2] + [5 \log 2]$  کدام است؟

$5 \log 2 = 5 \times 0.301 = 1.505 \rightarrow [5 \log 2] = [1.505] = 1$

$\frac{1}{5} \log 2 = \frac{1}{5} \times 0.301 = 0.0602 \rightarrow [\frac{1}{5} \log 2] = [0.0602] = 0$

نکات مهم: برای تعیین قسمت صحیح یک رقم اعشاری عدد  $x$  (یعنی قسمت صحیح جواب  $(\log_{10} x)$ ) حالت در نظر می‌گیریم

① اگر  $x > 1$  باشد قسمت صحیح جواب یک واحد کمتر از تعداد ارقام عدد  $x$  است

$\log_{10} 221 \approx 2, \dots$        $\log_{10} \frac{1774}{1000} \approx 2, \dots$        $\log_{10} \frac{7}{10} \approx 0, \dots$

۲) اگر  $0.2 < x < 1$  باشد جواب  $\log x$  قطعا منفی است. قدر مطلق حتماً همیشه جواب برابر تعداد منفیهای کنار هم جلوی صفر است.

$\log \frac{1}{100} \approx -2, \dots$   
 ↓  
 ۲ تا صفر

$\log 0.1391 \approx -0, \dots$   
 ↓  
 صفر ندارد

$\log 0.030303 \approx -1, \dots$   
 ↓  
 ۱ صفر

$\log 10^{-1} = \log \frac{1}{10} = \log 0.1 = -1$

$\log 10^{-3} = -3$

|    |    |
|----|----|
| ۱۲ | ۱۱ |
| ۱۲ | ۱۳ |

$5^{18}$  چند رقمی است؟

عدد  $\log 2 = 0.301$

الر

برای تعیین تعداد ارقام عدد  $5^{18}$ ، یکایتم اعشاری (سپتی ۱۰) آن را بدست می آوریم پس به قیمت صحیح جواب یک واحد اضافه می کنیم.

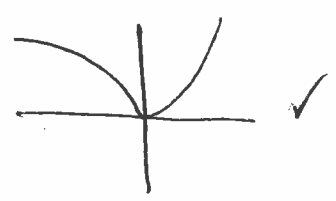
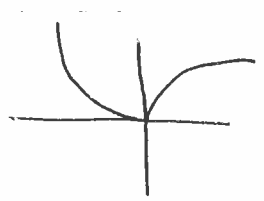
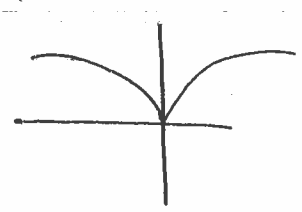
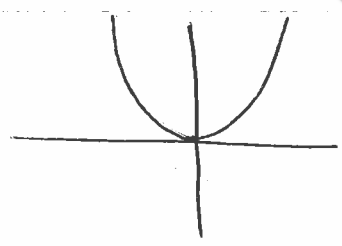
$\log 5^{18} = 18 \log 5 \xrightarrow{\log 5 = 1 - \log 2}$

$18(1 - \log 2) = 18(1 - 0.301)$

$= 18 \times 0.7 = 12.6$   
 ↓

$12 + 1 = 13$  رقمی

منوار تابع  $y = |3^{2x} - 1|$  به کدام صورت است؟



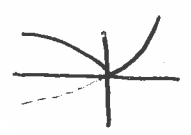
$y = 3^{2x} \rightarrow \{x=0 \rightarrow y=1$



$3^{2x} - 1 \rightarrow$

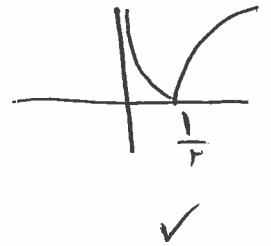
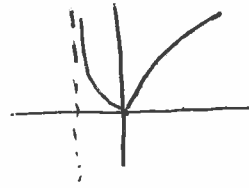
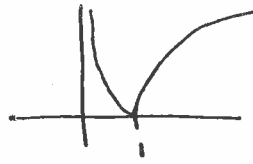
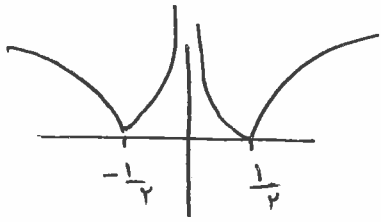


داخل قدر مطلق برود





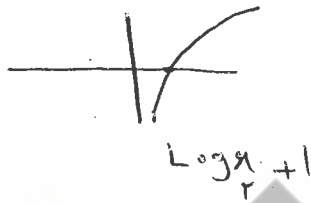
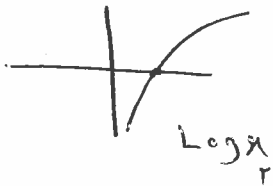
$y = |1 - \log_r \frac{1}{x}|$  به کدام صورت است؟



$1 - \log_r \frac{1}{x} = 1 - \log_r x^{-1} = 1 + \log_r x$

$\log_r x + 1 = 0$  من بحرور با محور  $x$   $y=0$

$\log_r x = -1 \Rightarrow x = r^{-1} = \frac{1}{r}$



|               |                |
|---------------|----------------|
| $\frac{1}{r}$ | 1              |
| -1            | $-\frac{1}{r}$ |

حاصل  $\log(\sqrt{r}-1)$   $\log(\sqrt{r}+1)$  کدام است؟

$\sqrt{r}-1 = A \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{A} = \frac{1}{\sqrt{r}-1} = \frac{1}{\sqrt{r}-1} \times \frac{\sqrt{r}+1}{\sqrt{r}+1}$

$= \frac{\sqrt{r}+1}{r-1} = \sqrt{r}+1 \Rightarrow \log_{\sqrt{r}+1} \sqrt{r}-1 = \log_{\sqrt{r}+1} A^{-1} = -\log_A A = -1$

$\log_{\frac{1}{5}}(2x+1)$

از معادله کناریس  $2 \log_x = 1 + \log_{\frac{1}{5}}(x + \frac{12}{5})$  مقدار

کدام است؟

$\log_x x^r = \log_{\frac{1}{5}} 10 + \log_{\frac{1}{5}}(x + \frac{12}{5})$

|               |    |
|---------------|----|
| 2             | 1  |
| $\frac{1}{r}$ | -1 |

$\log_x x^r = \log_{\frac{1}{5}} 10(x + \frac{12}{5}) \Rightarrow x^r = 10x + 24 \rightarrow x^r - 10x - 24 = 0$

$(x-12)(x+2) = 0 \rightarrow x=12 \checkmark \rightarrow \log_{\frac{1}{5}}(2(12)+1) = \log_{\frac{1}{5}} 25 = 2$   
 $x=-2 \times$  مطلوب و ناممکن می باشد

$$\log_{10}(2x-1) + \frac{1}{r} \log_{10} x^r = \log_{10} 3$$

$$\begin{array}{c|c} -\frac{1}{r} & \frac{1}{3} \\ \hline \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{array}$$

مقدار کجاست؟  $\frac{x}{3}$  درستی 3 کدام است!

$$\log_{10}(2x-1) + \log_{10}(x^{\frac{1}{r}}) = \log_{10} 3$$

$$\log_{10}((2x-1)x) = \log_{10} 3 \Rightarrow 2x^2 - x = 3 \Rightarrow$$

$$2x^2 - x - 3 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -1 & \times \\ x = \frac{3}{2} & \checkmark \end{cases} \rightarrow \log_{\frac{3}{2}} \frac{x}{3} = \log_{\frac{3}{2}} \frac{\frac{3}{2}}{3}$$

$$= \log_{\frac{3}{2}} \frac{1}{2} = \log_{\frac{3}{2}} 2^{-1} = -\frac{1}{r} \log_{\frac{3}{2}} 2 = \boxed{-\frac{1}{r}}$$

Log x کدام است!

$$\log_{\frac{3}{2}} x + \log_{\frac{3}{2}} 9 = 3$$

الر

$$\begin{array}{c|c} \frac{1}{3} & (3) \\ \hline -2 & \frac{1}{2} \end{array}$$

$$\log_{\frac{3}{2}} x + \log_{\frac{3}{2}} 3^2 = 3 \Rightarrow \log_{\frac{3}{2}} x + 2 \log_{\frac{3}{2}} 3 = 3$$

$$\Rightarrow \log_{\frac{3}{2}} x + \frac{2}{\log_{\frac{3}{2}} 3} - 3 = 0 \rightarrow \log_{\frac{3}{2}} x = t$$

$$t + \frac{2}{t} - 3 = 0 \xrightarrow{\times t} t^2 - 3t + 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 2 \end{cases}$$

$$\log_{\frac{3}{2}} x = 1 \rightarrow x = 3 \rightarrow \log_{\frac{3}{2}} 3 = \log_{\frac{3}{2}} 3^{\frac{1}{2}} = 2 \log_{\frac{3}{2}} 3 = 2$$

$$\log_{\frac{3}{2}} x = 2 \rightarrow x = 9 \rightarrow \log_{\frac{3}{2}} 9 = \log_{\frac{3}{2}} 3^2 = 2 \log_{\frac{3}{2}} 3 = 2$$

$\text{Log } x^r y$  اگر  $\text{Log } x - \text{Log } y = 2$  و  $\text{Log } x^r - \text{Log } y = 4$  حاصل  $\text{Log } x^r - \text{Log } y = 4$

$$\frac{r}{2} \mid \frac{2}{4}$$

کدام است؟

$$\text{Log } x - \text{Log } y = 2 \Rightarrow \text{Log } \frac{x}{y} = 2 \rightarrow \frac{x}{y} = 10^2$$

$$\text{Log } x^r - \text{Log } y = 4 \Rightarrow \text{Log } \frac{x^r}{y} = 4 \rightarrow \frac{x^r}{y} = 10^4$$

$$\frac{x^r}{y} = 10^4 \rightarrow x \times \frac{x}{y} = 10^4 \rightarrow x \times 10^2 = 10^4$$

$$\boxed{x = 10^2}$$

$$\frac{x}{y} = 10^2 \xrightarrow{x=10^2} \boxed{y=1}$$

$$\text{Log } x^3 y = \text{Log } (10^2)^3 \times 1 = \text{Log } 10^6 = 6$$

$\frac{r}{1} \mid \frac{1}{1}$  معادله  $\text{Log}(x-1) + \text{Log}(x-2) = \text{Log}(x^2+2)$  چندین حقیقی دارد؟

$$\text{Log}(x-1)(x-2) = \text{Log}(x^2+2) \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = x^2 + 2$$

$$\rightarrow x^2 - x^2 + 3x = 0 \rightarrow x(x-3) = 0 \begin{cases} x=0 \rightarrow \text{خطی و Log} \\ x-3=0 \rightarrow \Delta < 0 \end{cases}$$

ریشه ندارد

$$\frac{a}{15} \mid \frac{r}{15}$$

در معادله  $\text{Log}_r \text{Log}_r (1+rx) = 1$  مقدار  $x$  کدام است؟

در معادله

نکته

$$\text{Log}_a \text{Log}_b \text{Log}_c x = k \Rightarrow x = c^{b^a k}$$

$$c^{b^a k} \neq c^{b \times a \times k}$$

$$c^{b^a k} = ((c^b)^a)^k$$

$$\Rightarrow \text{Log}_r \text{Log}_r (1+rx) = 1 \Rightarrow (1+rx) = r^{r^1} \Rightarrow 1+rx = 9 \rightarrow rx = 8$$

$$\Rightarrow \boxed{x=8}$$

$$\frac{14}{-14} \mid \frac{4}{-4}$$

! کدام است  $\log_2 (\log_2 \sqrt[14]{x}) = -2$

$$\log_2 \log_2 \sqrt[14]{x} = -2$$

$$\sqrt[14]{x} = 2^{-(2)} \Rightarrow x^{\frac{1}{14}} = 2^{\frac{1}{2}} \xrightarrow{\text{بهر توان 14}}$$

$$x = (2^{\frac{1}{2}})^{14} \quad x = 2^7 = 128$$

! کدام است  $2 + \log(x-3) \geq 0$

مجموعه جواب نامعادله

$$\begin{array}{c|c} [3, 19] & [3, 14] \\ \hline (3, \frac{49}{14}] & (3, 19] \checkmark \end{array}$$

حداقل مقدار  $\log(x-3) \geq -2 \Rightarrow x-3 \geq 2^{-2} = \frac{1}{4}$   
 یک می باشد جهت عرض می شود

$$x-3 \leq (\frac{1}{2})^{-2} \Rightarrow (x-3) \leq 4 \Rightarrow x \leq 19$$

$$x-3 > 0 \Rightarrow x > 3 \quad \rightarrow \quad (3, 19]$$

دامنه تعریف تابع  $f(x) = \sqrt{\log(2x-x^2)}$  ! کدام است

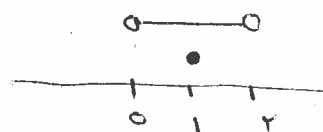
$$2x-x^2 > 0 \rightarrow x^2-2x < 0 \rightarrow x(x-2) < 0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$$

$$\begin{array}{c|c|c} & 0 & 2 \\ \hline + & - & + \end{array} \rightarrow \boxed{0 < x < 2} \quad (1)$$

$$\log_{10} 2x-x^2 \geq 0 \Rightarrow 2x-x^2 \geq 10^0 \rightarrow 2x-x^2 \geq 1$$

$$x^2-2x+1 \leq 0 \quad (x-1)^2 \leq 0 \rightarrow \boxed{x=1} \quad (2)$$

$$(1) \cap (2) \rightarrow [1, 2]$$



کدام است؟  $\text{Log}_2(9x+1)$   $\text{Log}_2(1/4)^{2x-1} = (\frac{125}{8})^{x^2}$

|               |                 |
|---------------|-----------------|
| $\frac{2}{2}$ | $(\frac{2}{3})$ |
| $\frac{2}{2}$ | $\frac{2}{2}$   |

$\frac{4}{1} = \frac{2}{5} = (\frac{5}{2})^{-1}$

$\frac{125}{8} = (\frac{5}{2})^3$

$\Rightarrow (\frac{5}{2})^{-2x+1} = ((\frac{5}{2})^3)^{x^2} \Rightarrow (\frac{5}{2})^{-2x+1} = (\frac{5}{2})^{3x^2}$

$\Rightarrow 3x^2 = -2x+1 \Rightarrow 3x^2+2x-1=0 \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=\frac{1}{3} \end{cases}$

$\text{Log}_2(9(\frac{1}{3})+1) = \text{Log}_2 4 = \text{Log}_2 2^2 = \frac{2}{2} \text{Log}_2 2 = \frac{2}{2} = 1$

تجربہ ۹۸: در شکل زیر نمودار تابع  $y = \text{Log}_2 U(x)$  است.  $U(x)$  کدام است؟

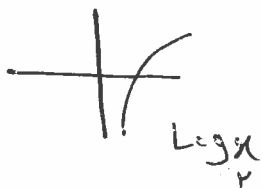
|              |       |
|--------------|-------|
| $(x+1)^{-1}$ | $x+1$ |
| $1-x$        | $x-1$ |



$\text{Log}_a x$   $a > 1$

چون در این سوال می‌بایست که ما باید صورت زیر را داشته باشیم ←

و قطعاً ما باید نمودار را در محور  $x$  باز هم شکل صورت سوال نخواهد شد پس بدانیم که وارون شده باشد



$\text{Log}_a x$

$\text{Log}_2(x+1) \rightarrow -\text{Log}_2(x+1)$

چون  $\ominus$  نسبت تابع آمده نسبت به محور  $x$  قرینه می‌شود



تجزیه ۹۸ خ: اگر  $3^{x^2-2} = 11^x$  باشد

تجزیه ۹۸ خ: اگر  $3^{x^2-2} = 11^x$  باشد

$$\frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} \Bigg| \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}$$

$$3^{x^2-2} = 3^{4x} \Rightarrow x^2 - 4x - 2 = 0$$

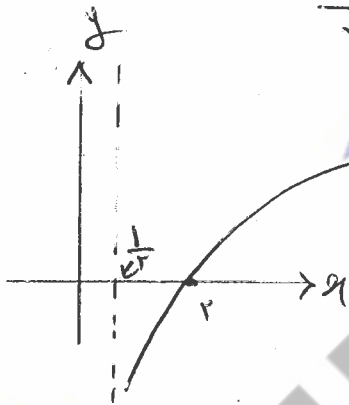
$$\Delta = 14 - 4(-2) = 24$$

$$\frac{4 \pm \sqrt{24}}{2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{6}}{2} = 2 \pm \sqrt{6}$$

$$\log_4 (2 + \sqrt{6} - 2) = \log_4 \sqrt{6} = \log_4 4^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

تجزیه ۹۸ خ: شکل زیر نمودار تابع  $y = -1 + \log_3(2x+a)$  است این منحنی

خط  $y=1$  را با کدام طول قطع می کند؟



$$\frac{5}{\sqrt{4}}$$

نمودار از نقطه  $(2, 0)$  می گذرد لذا باید در تابع صفر  $x$  و  $y$  کند

$$0 = -1 + \log_3 (2(2) + a)$$

$$\Rightarrow 1 = \log_3 (4+a) \Rightarrow \boxed{4+a=3}$$

$$x = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{مجاورت مخرج}} 2x + a = 0 \xrightarrow{x = \frac{1}{2}}$$

$$2\left(\frac{1}{2}\right) + a = 0 \rightarrow \boxed{a = -1}$$

$$4 - 1 = b \rightarrow \boxed{b = 3}$$

$$\begin{cases} y = -1 + \log_3 (2x-1) \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تقاطع}} -1 + \log_3 (2x-1) = 1$$

$$\log_3 (2x-1) = 2 \rightarrow 2x-1 = 9 \rightarrow 2x = 10$$

$$\rightarrow \boxed{x = 5}$$

۳۷

برابر است  $y = \log \frac{x-2}{x}$  ؟

تجربی ۹۷ : کدام یک از توابع زیر با تابع

①  $\log(x-2) - \log x$

②  $\log \frac{x^2-4}{x^2+2x}$

③  $\frac{1}{2} \log \left( \frac{x-2}{x} \right)^2$

✓ ④  $2 \log \sqrt{\frac{x-2}{x}}$

شرط توری در تابع برابر بودن ضرایبها و دامنهها می باشد

$y = \log \frac{x-2}{x}$

$\frac{x-2}{x} > 0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=0 \end{cases}$

|     |   |   |   |
|-----|---|---|---|
|     | 0 | 2 |   |
| x   | - | + | + |
| x-2 | - | - | + |
|     | + | - | + |

$x > 2, x < 0$

گزینه اول  $\rightarrow \begin{cases} x-2 > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow x > 2$

گزینه دوم

$\frac{x^2-4}{x(x+2)} > 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2-4=0 \rightarrow x=\pm 2 \\ x=0 \\ x=-2 \end{cases}$

|         |    |   |   |   |
|---------|----|---|---|---|
|         | -2 | 0 | 2 |   |
| $x^2-4$ | +  | 0 | - | - |
| x       | -  | - | 0 | + |
| $x+2$   | -  | 0 | + | + |
|         | +  | + | - | + |

$(-\infty, -2) \cup (-2, 0) \cup (2, +\infty)$

گزینه سوم

$\frac{1}{2} \log \left( \frac{x-2}{x} \right)^2 = \log \sqrt{\left( \frac{x-2}{x} \right)^2} = \log \left| \frac{x-2}{x} \right|$

$\left| \frac{x-2}{x} \right| > 0 \quad \mathbb{R} - \{0, 2\}$

گزینه چهارم

$2 \log \sqrt{\frac{x-2}{x}} \Rightarrow \frac{x-2}{x} > 0$

این صورت سوال خواهد بود

$2 \log \sqrt{\frac{x-2}{x}} = \log \frac{x-2}{x}$

تجربی ۹۶:

$$\text{Log } y = 2 \text{Log } 3 + \text{Log } x$$

$$2^{x-7} \times 3^{x+y} = 1$$

از دو معادله دو مجهولی

مقدار  $y$  کدام است؟

$$2^{x-7} \times 3^{2x+2y} = 2$$

$$\begin{array}{c|c} 2 & 1 \\ \hline 3 & 3 \end{array}$$

$$2^{3x+2y-7} = 2$$

$$\boxed{3x+2y=7}$$

$$\text{Log } y = \text{Log } 3^2 + \text{Log } x \Rightarrow \text{Log } y = \text{Log } 9x \Rightarrow \boxed{y=9x}$$

$$3x+2y=7 \xrightarrow{y=9x}$$

$$3x+18x=7 \rightarrow 21x=7 \rightarrow \boxed{x=\frac{1}{3}}$$

$$y=9\left(\frac{1}{3}\right)=3$$

$$\text{Log}_3 (2x^2+1) - \text{Log}_3 (x+2) = 1$$

تجربی ۹۵: از معادله کجایس

مقدار کجایس  $(2x-1)$  دریابید کدام است؟

$$\begin{array}{c|c} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \hline -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \end{array}$$

$$\text{Log}_3 \left( \frac{2x^2+1}{x+2} \right) = 1$$

$$\frac{2x^2+1}{x+2} = 3 \Rightarrow 2x^2+1 = 3x+6$$

$$2x^2 - 3x - 5 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -1 & \times \\ x = \frac{5}{2} & \checkmark \end{cases}$$

$$\text{Log}_3 (2x-1) = \text{Log}_3 (2) \left( \frac{5}{2} \right) - 1 = \text{Log}_3 5 = \text{Log}_3 \frac{5^2}{3} = \frac{2}{3} \text{Log}_3 5$$

تجربی ۹۵ ح: از معادله کجایس  $\text{Log}(x^2-x-4) - \text{Log}(x-3) = \text{Log}(2x-5)$  مقدار کجایس

$$\sqrt{x+1} \text{ دریابید کدام است؟}$$

$$\begin{array}{c|c} \frac{1}{2} & 1 \\ \hline \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{array}$$

$$\text{Log} \frac{x^2-x-4}{x-3} = \text{Log } 2x-5$$

$$\Rightarrow \text{Log} \frac{(x-3)(x+2)}{(x-3)} = \text{Log } 2x-5 \Rightarrow x+2=2x-5 \rightarrow \boxed{x=7}$$

$$\text{Log}_2 \sqrt{7+1} = \text{Log}_2 \sqrt{8} = \text{Log}_2 2 = \frac{1}{2}$$



تجزیه ۴۶:  $3^{2x+y} = 9 \times 3^{x-y}$  از دو طرف درجه بندی:  $3^{2x+y} = 3^{x-y+2}$   $\Rightarrow 2x+y = x-y+2 \Rightarrow x+2y=2$   $\Rightarrow x=2-2y$   $\Rightarrow \log(2-2y) = 1 + \log y$  مقدار  $x$  کدام است؟

$$3^{2x+y} = 3^2 \times 3^{x-y} \Rightarrow 3^{2x+y} = 3^{x-y+2}$$

$$2x+y = x-y+2 \Rightarrow x+2y=2$$

$$\log(2-2y) = \log 2 + \log y \Rightarrow 2-2y = 2 + \log y$$

$$\Rightarrow x=2-2y \quad x+2y=2 \xrightarrow{x=2-2y} 2-2y+2y=2 \rightarrow$$

$$\log y = 0 \rightarrow y = \frac{1}{10} \quad x = 2 - 2 \times \frac{1}{10} = \frac{18}{10} = 1.8$$

تجزیه ۹۴:  $f \circ g$  کدام است؟  $g(x) = \log(x^2+2x)$ ,  $f(x) = \sqrt{3-x}$

|                        |                        |
|------------------------|------------------------|
| $[-2, 0]$              | $[-4, 2]$              |
| $[-4, -2) \cup (0, 2]$ | $[-4, -1] \cup (1, 2]$ |

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

$D_f$   $3-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 3$

$D_g$   $x^2+2x > 0 \Rightarrow x(x+2) > 0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-2 \end{cases}$ 

|  |    |   |   |
|--|----|---|---|
|  | -2 | 0 |   |
|  | +  | - | + |

  
 $(-\infty, -2) \cup (0, +\infty)$

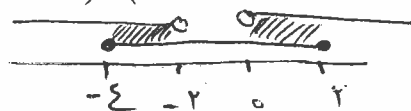
$$\log(x^2+2x) \leq 3 \Rightarrow x^2+2x \leq 10 \Rightarrow x^2+2x-10 \leq 0$$

$$(x+4)(x-2) \leq 0 \rightarrow \begin{cases} x=-4 \\ x=2 \end{cases}$$

|  |    |   |   |
|--|----|---|---|
|  | -4 | 2 |   |
|  | +  | - | + |

$$(-\infty, -4) \cup (2, +\infty) \text{ (2)}$$

$$\text{(1)} \cap \text{(2)} \Rightarrow$$



$$[-4, -2) \cup (0, 2]$$

ریاضی ۹۸: نمودار یک تابع بصورت  $f(x) = -2 + (\frac{1}{2})^{Ax+B}$ ، نمودار تابع  $y = x^2 - x$  را

$$\frac{x}{4} \mid \frac{3}{5}$$

$f(3)$  کدام است؟

در دو نقطه به طول های اوا قطع می کند

$$x=1, x=2$$

$$y = x^2 - x \begin{matrix} f(1) = ? \\ f(2) = ? \end{matrix}$$

محل تقاطع در هر دو نمودار صاف می کند

$$f(1) = 1^2 - 1 = 0 \rightarrow [1 \mid 0]$$

$$f(2) = 2^2 - 2 = 2 \rightarrow [2 \mid 2]$$

$$y = -2 + (\frac{1}{2})^{Ax+B}$$

$$\xrightarrow{[1 \mid 0]}$$

$$0 = -2 + (\frac{1}{2})^{A+B}$$

$$\Rightarrow (\frac{1}{2})^{A+B} = 2^1$$

$$-(A+B) = 1 \Rightarrow \boxed{A+B = -1}$$

$$y = -2 + (\frac{1}{2})^{Ax+B}$$

$$\xrightarrow{[2 \mid 2]}$$

$$2 = -2 + (\frac{1}{2})^{2A+B}$$

$$(\frac{1}{2})^{2A+B} = 4$$

$$\rightarrow$$

$$-(2A+B) = 2 \rightarrow \boxed{2A+B = -2}$$

$$\begin{cases} A+B = -1 \\ 2A+B = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow$$

$$\begin{cases} -A-B = 1 \\ 2A+B = -2 \end{cases}$$

$$\underline{\hspace{2cm}}$$

$$\boxed{A = -1}, \boxed{B = -1}$$

$$f(3) = -2 + (\frac{1}{2})^{-3} = -2 + 8 = \boxed{6}$$

ریاضی ۹۸ خ: نمودار یک تابع بصورت  $f(x) = 3^{Ax+B}$  و نمودار تابع  $y = x^2$  را در دو نقطه

$$\frac{(\frac{1}{3})}{\sqrt{3}} \mid \frac{1}{9}$$

به طول های اوا قطع می کند عرض نقطه تقاطع تابع  $f$  با محور  $y$  ها کدام است؟

$$f(1) = 1^2 \rightarrow [1 \mid 1]$$

$$f(3) = 3^2 \rightarrow [9 \mid 9]$$

$$3^A + B = 1$$

$$\boxed{3^A + B = 9}$$

$$\boxed{A=1, B=-1}$$

$$1 = 3^{A+B}$$

$$\rightarrow 3^0 = 3^{A+B} \rightarrow$$

$$\boxed{A+B=0}$$

۴۱

ریاضی ۹۷: از رابطه  $\text{Log}(x+2) + \text{Log}(2x-1) = \text{Log}(4x+1)$  معادله  $(2x+5)$  معادله

در پایه ۴ کدام است؟

$$\begin{array}{r|l} 1,75 & 1,5 \\ \hline 1,5 & 1,75 \end{array}$$

$$\text{Log}(x+2)(2x-1) = \text{Log}(4x+1)$$

$$2x^2 - x + 4x - 2 = 4x + 1 \implies 2x^2 - x - 3 = 0$$

$$\implies \begin{cases} x = -1 \times \\ x = \frac{3}{2} \checkmark \end{cases}$$

$$\text{Log}_r(2x+5) = \text{Log}_r\left(2\left(\frac{3}{2}\right)+5\right) = \text{Log}_r 8$$

$$\text{Log}_r \frac{8}{2} = \frac{3}{2} \text{Log}_r 2 = \frac{3}{2}$$

ریاضی ۹۶: تابع باضابطه  $f(x) = a + \text{Log}_r(bx-4)$  از دو نقطه  $(2, 4)$  و  $(12, 10)$  میگذرد

مقادیر  $a$  کدام است؟

$$\begin{array}{r|l} 8 & 3 \\ \hline 4 & 5 \end{array}$$

$$4 = a + \text{Log}_r(2b-4)$$

$$\ominus \implies 4 = \text{Log}_r(12b-4) - \text{Log}_r(2b-4)$$

$$10 = a + \text{Log}_r(12b-4)$$

$$\implies \text{Log}_r \frac{12b-4}{2b-4} = 4 \implies \frac{12b-4}{2b-4} = 14 \implies$$

$$12b - 4 = 14(2b - 4) \implies 1 \cdot b = 40 \implies \boxed{b = 3}$$

$$4 = a + \text{Log}_r(2b-4) \xrightarrow{b=3} a + \text{Log}_r(2 \cdot 3 - 4) = 4$$

$$a + \text{Log}_r 2 = 4 \implies \boxed{a = 3}$$

ریاضی ۹۶ خ:

تابع باضابطه  $f(x) = a + \text{Log}_r(3x+b)$  از دو نقطه  $(5, 11)$  و  $(21, 15)$  میگذرد  $a$

$$b = \textcircled{1}, \frac{-123}{5}$$

$$a = 3$$

$$\begin{array}{r|l} 21 & 1 \\ \hline 14 & 3 \end{array}$$

کدام است؟

تجربی ۹۹: آرد

Log<sub>۳</sub> = ۰.۱۸ باسد مقدار Log<sub>۳</sub> ۴ کد اامت؟

|    |    |
|----|----|
| ۷  | ۳  |
| ۹  | ۶  |
| ۱۳ | ۱۱ |
| ۱۸ | ۱۱ |

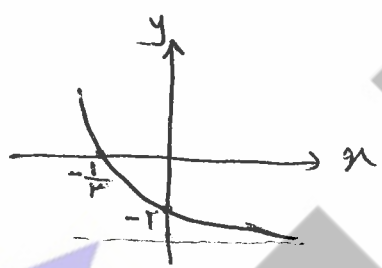
$$\text{Log}_3 4 = \frac{\text{Log}_3 4}{\text{Log}_3 12} = \frac{\text{Log}_3 4}{\text{Log}_3 3 + \text{Log}_3 2} = \frac{\text{Log}_3 4}{1 + \text{Log}_3 2}$$

$$= \frac{0.18 + 0.5}{0.18 + 1} = \frac{0.68}{1.18} = \frac{13}{18}$$

تجربی ۹۹: شل زیر نمودار تابع با اامت

f(x) = -x + 2<sup>ax+b</sup> اامت f(-5/3) کد اامت؟

|    |    |
|----|----|
| ۶۰ | ۵۶ |
| ۲۸ | ۶۸ |



[۰, ۲] → -۲ = -x + 2<sup>b</sup> → ۲ = ۲<sup>b</sup> → b = 1

[-1/3] → 0 = -x + 2<sup>-1/3 a + 1</sup> → ۲ = 2<sup>-1/3 a + 1</sup>

⇒ ۲ = ۲<sup>-1/3 a + 1</sup> → -1/3 a + 1 = 2 → -1/3 a = 1 →

⇒ a = -۳

f(-5/3) ⇒ f(-5/3) = -x + 2<sup>-۳(-5/3) + 1</sup>

= -x + 2<sup>۵ + 1</sup> = 40

تجربی ۹۹: مفروض کنید در اامت [۰, +∞) تابع با اامت

f(x) = x<sup>۲</sup> + (1/3)<sup>x</sup>

مفروض باسد. f<sup>-1</sup>(۲) کد اامت؟

↓  
تابع معکوس یعنی بل f اامت  
۲ قرار بده

|                           |                           |
|---------------------------|---------------------------|
| Log <sub>۲</sub> (√۳ - 1) | Log <sub>۲</sub> (۲ - √۳) |
| Log <sub>۲</sub> (۲ + √۳) | Log <sub>۲</sub> (1 + √۳) |

۴۳

$$f(x) = r \Rightarrow \frac{r^x + (\frac{1}{r})^x}{r} = r$$

$$r^x + r^{-x} = r \xrightarrow{r^x = A} A + \frac{1}{A} = r \xrightarrow{\times A}$$

$$A^2 - rA + 1 = 0 \rightarrow \Delta = r^2 - 4 = 12$$

$$A = \frac{r \pm r\sqrt{3}}{2} = r \pm \sqrt{3}$$

$$r^x = r + \sqrt{3} \xrightarrow{\text{Log}_r}$$

$$\text{Log}_r r^x = \text{Log}_r (r + \sqrt{3})$$

$$x = \text{Log}_r (r + \sqrt{3}) \quad \checkmark$$

$$r^x = r - \sqrt{3} \xrightarrow{\text{Log}_r}$$

$$\text{Log}_r r^x = \text{Log}_r (r - \sqrt{3})$$

$$\Rightarrow x = \text{Log}_r (r - \sqrt{3}) = \text{Log}_r \left( \frac{r}{r - \sqrt{3}} \right) < 0$$

لذا طبقاً

شرط سوال که  $x \in [0, +\infty)$  است طاققت ندارد

Log<sub>18</sub> 18 کد املت ؟

$$\text{Log}_r r = \frac{a}{a}$$

تجربی ۹۹ خ : ادر

|                 |                     |
|-----------------|---------------------|
| $\frac{18}{11}$ | $\frac{18}{5}$      |
| $\frac{15}{22}$ | $\frac{5}{\sqrt{}}$ |

$$\text{Log}_{18} 18 = \frac{\text{Log}_r 18}{\text{Log}_r 18} = \frac{\text{Log}_r r^3}{\text{Log}_r (4 \times r)} = \frac{3 \text{Log}_r r}{\text{Log}_r r^2 + \text{Log}_r r}$$

$$\frac{3 \times \frac{a}{18}}{2 + \frac{a}{18}} = \frac{\frac{15}{18}}{\frac{21}{18}} = \frac{15}{18} \times \frac{18}{21} = \frac{15}{21} = \frac{5}{7}$$

فرض کریں  $f(x) = \frac{x^2 - (\frac{1}{x})^2}{2}$  اور نظریہ لیبیرٹ  $f(x)$  کے اوقات؟

تابع باضابطہ

|                      |                       |
|----------------------|-----------------------|
| $\log_2(1+\sqrt{5})$ | $\log_2(-1+\sqrt{5})$ |
| $\log_2(2+\sqrt{5})$ | $\log_2(2+\sqrt{5})$  |

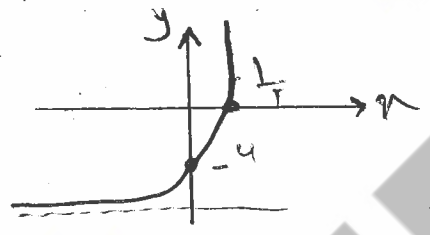
$$\frac{x^2 - x^{-2}}{2} = 2 \rightarrow x^2 - x^{-2} = 4 \xrightarrow{x^2 = A} A - \frac{1}{A} = 4$$

$$A - \frac{1}{A} = 4 \xrightarrow{\times A} A^2 - 4A - 1 = 0 \rightarrow \Delta = 20$$

$$A = \frac{4 \pm \sqrt{20}}{2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{5}}{2} = 2 \pm \sqrt{5}$$

$$x^2 = 2 + \sqrt{5} \rightarrow x = \log_2(2 + \sqrt{5})$$

تجربہ ۹۹ خ: شکل زیر نمودار تابع باضابطہ  $f(x) = -4 + (\frac{1}{x})^{ax+b}$  کے اوقات  $f(x)$  کے اوقات؟



|     |     |
|-----|-----|
| ۱۰۸ | ۲۳۵ |
| ۱۸  | ۷۲  |

$$[0, -4] \rightarrow -4 = -4 + (\frac{1}{x})^b$$

$$\Rightarrow x = x^{-b} \rightarrow b = -1$$

$$[\frac{1}{2}, 0] \Rightarrow 0 = -4 + (\frac{1}{x})^{\frac{1}{2}a-1} \Rightarrow 4 = x^{-\frac{1}{2}a+1}$$

$$x^2 = x^{-\frac{1}{2}a+1} \Rightarrow -\frac{1}{2}a+1 = 2 \rightarrow -\frac{1}{2}a = 1$$

$$a = -2$$

$$f(x) = -4 + (\frac{1}{x})^{-2(-2)-1} = -4 + x^5 = -4 + 235 = 231$$

ریاضی ۹۹: مقدار ۲۴ گرم از عنصری موجود است که در هر ساعت ۱٪ از آن عنصر باقی می ماند. ۳۰ روزه

۱/۳ جرم باقی مانده را از دست بدهد پس از چند روز ۸ گرم از آن عنصر باقی می ماند؟  $\log 3 = 0.477$

|     |     |
|-----|-----|
| ۲۷۰ | ۲۴۰ |
| ۳۴۰ | ۳۰۰ |

ما داریم  $f(t) = AK^t$

↓ مقدار اولیه

↑ باقی مانده

$24 \times \left(\frac{9}{10}\right)^t = 8 \Rightarrow$

$\log A = \log \frac{8}{24} = \log \frac{1}{3}$

$\log 3 = 0.477$

$\log \frac{1}{3} = -0.523$

$\log 3 = 0.477 \rightarrow S = 12$

$\log$  ۱۲ × ۳۰

$N = 24 \times \left(1 - \frac{1}{10}\right)^t \Rightarrow$

$1 = 3 \left(\frac{9}{10}\right)^t \rightarrow \frac{1}{3} = \left(\frac{9}{10}\right)^t$

$\log \frac{1}{3} = \log \left(\frac{9}{10}\right)^t$

$\Rightarrow \log 3^{-1} = (2 \log 9 - \log 10) t$

$-\log 3 = (\log 3^2 - 1) t \Rightarrow -0.477 = [2(0.477) - 1] t$

$\Rightarrow t = \frac{-0.477}{-0.046} = 12 \rightarrow \text{ماه} = 360 \text{ روز}$

ریاضی ۹۹ خ: در ظرفی ۱۰۰ لیتر محدود قرار دارد. هر روز ۴ لیتر از محلول را برداشته و به جای آن آب خالی

$\log 2 = 0.3$

$\log 3 = 0.477$

افزودنی کنیم پس از چند روز غلظت آن ۱/۳ غلظت اولیه می شود!

|    |    |
|----|----|
| ۲۴ | ۲۰ |
| ۳۲ | ۳۰ |

$a_n = a \left(\frac{94}{100}\right)^{n-1} = \frac{1}{3} a$   $\xrightarrow{\log}$

$(n-1) \log \frac{94}{100} = -\log 3$

$(n-1) (\log 94 - \log 100) = -\log 3 \rightarrow (n-1) \left[ 2 \log 2 + \log 3 - 2 \right]$

$\Rightarrow n-1 = \frac{0.477}{0.02} = 23.85 \approx 24$

$= -\log 3$

① هرگاه یک نخاریتم برابر عددی باشد از قانون چرخه استفاده می کنیم ← مبنای توان جواب

آن طرف توانی = عبارت جلوی نخاریتم

② هرگاه در نخاریتم هم مبنای ما هم برابر باشد می توان عبارت جلوی در نخاریتم را با هم برابر قرار داد.

$$x, y > 1 \quad \text{Log}_x y - 2 \text{Log}_y x = 1$$

تجزیه ۱۳۰۰:  $\frac{\log x}{\log y} = \frac{\log y}{\log x}$

تکرار باشد کدام تساوی درست است!

|           |                |
|-----------|----------------|
| $y = x^3$ | $y = x^2$ ✓    |
| $xy = 2$  | $y = \sqrt{x}$ |

$$\frac{\log x}{\log x} - \frac{2}{\frac{\log y}{\log x}} - 1 = 0$$

$$\text{Log}_x y = t \Rightarrow t - \frac{2}{t} - 1 = 0 \quad \times t$$

$$t^2 - t - 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 2 \end{cases}$$

$$\text{Log}_x y = 2 \rightarrow y = x^2$$

$$\text{Log}_x y = -1 \rightarrow y = x^{-1} \rightarrow y = \frac{1}{x} \rightarrow xy = 1$$



۴۷

$$f(x) = \frac{\log_k (x^2 - x - 2)}{\sqrt{x^2 - 1} + 1}$$

تجربی ۱۴ : دامنه تابع با ضمیمه

کدام است!

|           |                                     |
|-----------|-------------------------------------|
| $(-1, 2)$ | $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$ ✓ |
| $(-2, 1)$ | $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$   |

روشن کنی  $\rightarrow x=0 \rightarrow \frac{\log_k (0 - 0 - 2)}{\sqrt{-1}}$  ✗

حذف می‌شوند  $\rightarrow (-1, 2)$  و  $(-2, 1)$

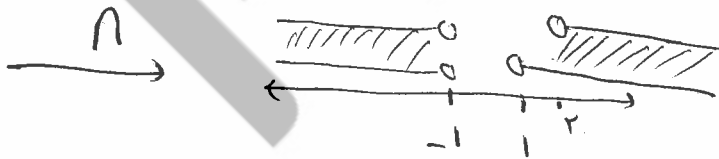
$x=2 \rightarrow \log_k (2^2 - 2 - 2) \rightarrow \log_k 0 \rightarrow$  تان ✗

حذف  $\rightarrow$  گزینه اول  $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$

روشن کنی  $\Rightarrow x^2 - x - 2 > 0 \rightarrow$  دامنه

$\begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases} \rightarrow (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$

$x^2 - 1 > 0 \rightarrow x^2 > 1 \rightarrow x > 1 \rightarrow (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$   
 $x < -1$



$(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$

۲۸

$$f(x) = \text{Log}_k (|x^2 - 2| - x)$$

تجربی ۱۴۰۰ خ : دامنه تابع با ضابطه

$$x \in (-\infty, 1) \cup (\sqrt{2}, +\infty) \quad | \quad (-\infty, -\sqrt{2}) \cup (2, +\infty) \quad x$$

کدام است !

$$\sqrt{(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)} \quad | \quad [-1, 1) \cup (\sqrt{2}, +\infty) \quad x$$

$$x = 1/5 \rightarrow \text{Log}_k (|1/5^2 - 2| - 1/5) = \text{Log}_k (1/25 - 1/5)$$

⊖

لذنه ۱۴۰۲ خ

جوابی و لا بنید ⊖ دستور

$$x = 0 \rightarrow \text{Log}_k (|1 - 2| - 0) = \text{Log}_k 1 \quad \checkmark$$

روش تشریحی

$$|x^2 - 2| - x > 0 \Rightarrow |x^2 - 2| > x$$



یا

$$x^2 - 2 = x \rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow$$

$$(x+1)(x-2) = 0 \rightarrow$$

$$x = -1$$

$$x = 2$$

$$-(x^2 - 2) = x$$

$$2 - x^2 = x \rightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

$$(x-1)(x+2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \quad \checkmark \\ x = -2 \quad \times \end{cases}$$

$$(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$$

تجربی ۱۴۰۰ خ : در معادله  $2 \text{Log}_a a + \text{Log}_a \sqrt{a} = 2$  مقدار  $a$  برابر  $a$  باشد مقدار  $a$

$$\frac{1}{3} \quad | \quad \frac{1}{9}$$

کدام است !

$$2 \text{Log}_a a + \text{Log}_a 3 = 2$$

$$2 \text{Log}_a a + \text{Log}_a 3 = 2 \rightarrow (2(\frac{1}{3})) \text{Log}_a a + \text{Log}_a 3 = 2$$

۲۹

$$\text{Log}_\mu a + \text{Log}_a \mu = r \xrightarrow{a=\mu} \text{Log}_\mu \mu + \text{Log}_\mu \mu = 2 \checkmark$$

یا  $\text{Log}_\mu a + \text{Log}_a \mu - r = 0$

$$\text{Log}_\mu a + \frac{1}{\text{Log}_a \mu} - r = 0 \xrightarrow{\text{Log}_\mu a = A}$$

$$A + \frac{1}{A} - r = 0 \xrightarrow{\times A} A^2 - rA + 1 = 0$$

$$(A-1)^2 = 0 \rightarrow A = 1 \rightarrow \text{Log}_\mu a = 1 \rightarrow$$

$$a = \mu$$

$$\begin{vmatrix} \text{Log } 5 & \text{Log } r \\ \text{Log } r & \text{Log } 5 \end{vmatrix} \text{Log} (3x-2) = 1$$

ریاضی ۱۴۰۰: فرض کنید

مقدار اکدام است؟

$$(17)^2 - (13)^2 = 29 - 169 = -140$$

$$\frac{\text{Log} (3x-2)}{\text{Log } r} = 1 \rightarrow 3x-2=1 \rightarrow x=1$$

|   |    |
|---|----|
| 9 | 17 |
| 3 | 13 |

$$[(\text{Log } 5)^2 - (\text{Log } r)^2] \text{Log} (3x-2) = 1$$

$$(\text{Log } 5 - \text{Log } r)(\text{Log } 5 + \text{Log } r) \text{Log} (3x-2) = 1$$

$$(\text{Log } \frac{5}{r})(\text{Log } \frac{5}{r}) \text{Log} (3x-2) = 1$$

$$\text{Log} \frac{5}{r} \times \text{Log} (3x-2) = 1 \rightarrow \text{Log} (3x-2) = 1 \rightarrow 3x-2=1$$

$$3x = 12 \rightarrow x = 4$$

۵۰

$$\left(\log_{21} 3\right)^2 + \log_{21} 147 \log_{21} 1323$$

ریاضی ۱۴۰۰: حاصل عبارت

روش اول

کدام است!

$$\left(\log_{21} 3\right)^2 + \log_{21} 7 \times 21 \log_{21} 3 \times 21^2$$

$$\log_{21} 3 = a$$

$$\log_{21} 7 = 1 - a$$

$$= \left(\log_{21} 3\right)^2 + (\log_{21} 7 + 1)(\log_{21} 3 + 2)$$

$$= a^2 + (1 - a + 1)(a + 2) = a^2 + 2 - a^2 = 2$$

روش دوم

$$\left(\log_{21} 3\right)^2 + \log_{21} (3 \times 7^2) \log_{21} (3 \times 7^2 \times 9)$$

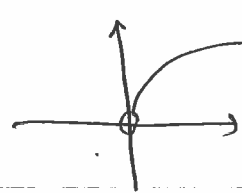
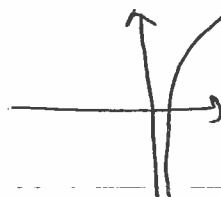
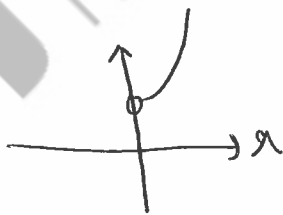
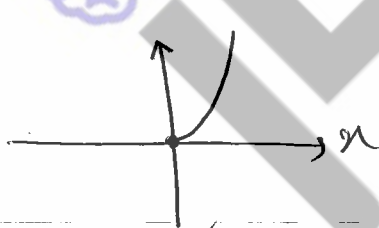
$$= \left(\log_{21} 3\right)^2 + (\log_{21} 3 + 2 \log_{21} 7)(3 \log_{21} 3 + 2 \log_{21} 7)$$

$$= 2 \left(\log_{21} 3 + \log_{21} 7\right)^2 = 2 \left(\frac{15}{13}\right)^2 + \frac{21}{13} * \frac{21}{13} = \frac{25}{129} + \frac{721}{129} = \frac{746}{129}$$



کدام است؟  $f(x) = 9^{\log_3 x}$

ریاضی ۱۴۰۰: نمودار تابع



$$f(x) = 9^{\log_3 x} = x^{\log_3 9} = x^{\log_3 27} = 2 \log_3 x = x^2$$

هر چند که صلاح باید در  $x=0$  نواحی رسم می کرد. چون جلوی  $\log$  نریزید از صفره

۱۵

ریاضی ۱۰۰ خارج: اگر به ازای اعداد مثبت و مخالف یک  $a, b, c$  تساوی

$\text{Log}_c a + \text{Log}_c b = 1$  برقرار باشد آن گاه  $\text{Log}_c a \cdot \text{Log}_c b = ?$

|                        |                              |
|------------------------|------------------------------|
| $2 \text{Log}_c ab$    | $\text{Log}_c ab \checkmark$ |
| $2 \text{Log}_c (a+b)$ | $\text{Log}_c (a+b)$         |

$\frac{1}{\text{Log}_c a} + \frac{1}{\text{Log}_c b} = 1 \Rightarrow$

$\frac{\text{Log}_c b + \text{Log}_c a}{\text{Log}_c a \cdot \text{Log}_c b} = 1 \Rightarrow \frac{\text{Log}_c ab}{\text{Log}_c a \cdot \text{Log}_c b} = 1$

$\Rightarrow \text{Log}_c a \cdot \text{Log}_c b = \text{Log}_c ab$

۸ کدام است:  $\text{Log}_2 (2^x + 15) = x + 3$

ریاضی ۱۰۰ اخ: مجموع جوابها معادله

چرخه  $\rightarrow 2^{x+3} = 2^x + 15$

|                   |                             |
|-------------------|-----------------------------|
| ۱۵                | ۸                           |
| $\text{Log}_2 15$ | $\text{Log}_2 8 \checkmark$ |
| Σ                 |                             |

$2^x - 2^{x+3} + 15 = 0 \Rightarrow (2^x)^2 - 2^x \times 2^3 + 15 = 0$

$2^x = A \Rightarrow A^2 - 8A + 15 = 0 \rightarrow (A-3)(A-5) = 0$

$A=3 \Rightarrow 2^x = 3 \xrightarrow{\text{Log}_2}$

$A=5 \Rightarrow \text{Log}_2 2^x = \text{Log}_2 3$

$\Rightarrow x = \text{Log}_2 3$

$A=5 \Rightarrow 2^x = 5 \xrightarrow{\text{Log}_2}$

$\text{Log}_2 2^x = \text{Log}_2 5$

$\Rightarrow x = \text{Log}_2 5$  مجموع جواب

$\text{Log}_2 3 + \text{Log}_2 5 = \text{Log}_2 15$

$$f(x) = \text{Log}_{\frac{1}{2}} \left( \frac{1}{12 + \sqrt{[x]} - |x|} \right) - 1$$

ریاضی ۱۴۰۰ خ: برد تابع

برابر  $\text{Log}_{\frac{1}{2}}$  و  $\text{Log}_{\frac{1}{3}}$  باشد تابع دامنه  $f$  کدام است؟

$$f(x) = \text{Log}_{\frac{1}{2}} (12 + \sqrt{[x]} - |x|)^{-1} - \text{Log}_{\frac{1}{2}} 2$$

$$f(x) = \text{Log}_{\frac{1}{2}} \frac{12 + \sqrt{[x]} - |x|}{2} = \text{Log}_{\frac{1}{2}} \left( 4 + \frac{\sqrt{[x]} - |x|}{2} \right)$$

$$x = 3 \rightarrow \text{Log}_{\frac{1}{2}} \left( 4 + \frac{\sqrt{3} - 3}{2} \right) = \text{Log}_{\frac{1}{2}} \left( 4 + \frac{1-3}{2} \right)$$

$$= \text{Log}_{\frac{1}{2}} 3$$

$$x = 1 \rightarrow \text{Log}_{\frac{1}{2}} \left( 4 + \frac{\sqrt{1} - 1}{2} \right) = \text{Log}_{\frac{1}{2}} \left( 4 + \frac{-1}{2} \right)$$

$$= \text{Log}_{\frac{1}{2}} 3$$

$$\text{Log}_{\frac{1}{2}} 4 < 1$$

$$\text{Log}_{\frac{1}{2}} 4 < \text{Log}_{\frac{1}{2}} \frac{1}{12 + \sqrt{[x]} - |x|} < \text{Log}_{\frac{1}{2}} 1$$

$$\text{Log}_{\frac{1}{2}} 5 < 1$$

$$4 < 12 + \sqrt{[x]} - |x| < 10 \rightarrow -2 < \sqrt{[x]} - |x| < -2$$

$$2 < -\sqrt{[x]} + |x| < 4 \rightarrow x = 2 \rightarrow 2 < -1.5 + 2 < 4 \quad \times$$

$$x = 4 \rightarrow 4 < -2 + 4 < 7 \quad \times$$

$$x = 3 \rightarrow 2 < -1.7 + 3 < 4 \quad \checkmark$$

۵۳

$$\frac{1}{r} = \frac{r}{r^2} \rightarrow \frac{1}{r} = \left(\frac{r}{r^2}\right)$$

Log<sub>r</sub> ۱۸ = m  $\Rightarrow$  Log<sub>r</sub> ۲<sup>m</sup> = m  
باستفاده از خاصیت Log<sub>r</sub> ۱۸ = m است!

تجربہ ۱۴.۱

|                          |                     |
|--------------------------|---------------------|
| $\frac{r^{m+1}}{\Sigma}$ | $\frac{r}{r} (m+1)$ |
| $\frac{r^{m-1}}{\Sigma}$ | $\frac{r}{r} (m-1)$ |

$$\text{Log}_r 18 = m \Rightarrow \text{Log}_{r^2} r^{2m} = m$$

$$\Rightarrow \frac{2}{r} \text{Log}_r r + \frac{1}{r} \text{Log}_r r = m$$

$$\Rightarrow \frac{2}{r} \text{Log}_r r + \frac{1}{r} = m \xrightarrow{\times r} 2 \text{Log}_r r + 1 = r m$$

$$\boxed{\text{Log}_r r = \frac{r m - 1}{2}}$$

$$\text{Log}_r r = \text{Log}_{r^2} r^2 = 1 + \frac{1}{r} \text{Log}_r r$$

$$\Rightarrow \text{Log}_r r = 1 + \frac{1}{r} \left( \frac{r m - 1}{2} \right) = 1 + \frac{r m - 1}{2} = \frac{r m - 1 + r}{2}$$

$$= \frac{r m + r}{2} = \frac{r(m+1)}{2}$$

تجربہ ۱۴.۱ تابع:  $f(x) = a + b\left(\frac{1}{r}\right)^x$  از مبدأ مختصات عبور می کند اگر  $f(-1) = -1$

باستفاده از خاصیت  $a - b$  حقیقت است!  $\frac{1}{r} \mid \frac{0}{r}$

$$\begin{matrix} \text{روی تابع } f \\ \Rightarrow [-1] \\ \text{روی تابع } f \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \frac{0}{r} \quad 0 = a + b\left(\frac{1}{r}\right)^0 \Rightarrow a + b = 0 \Rightarrow a = -b$$

$$\Rightarrow \frac{-1}{r} \quad -1 = a + b\left(\frac{1}{r}\right)^{-1} \Rightarrow a + r b = -1 \xrightarrow{a = -b}$$

$$-b + r b = -1 \rightarrow \underline{b = -1} \rightarrow \underline{a = 1} \rightarrow \underline{a - b = 2}$$

تجربی ۱۴.۱ رخ: اگر  $\text{Log}_r^3 = a$  و  $\text{Log}_r b = \frac{r}{3}(1+a)$  باشد

مقدار  $! = \text{Log}(3b-1)$

|   |     |
|---|-----|
| ۱ | ۱.۵ |
| ۲ | ۲.۵ |

$\text{Log}_r^3 = a \Rightarrow r^a = 3$

$\text{Log}_r b = \frac{r}{3}(1+a) \Rightarrow \text{Log}_{r^{\frac{r}{3}}} b = \frac{r}{3}(1+a)$

$\frac{1}{r} \text{Log}_r b = \frac{r}{r^3}(1+a) \Rightarrow \text{Log}_r b = r + ra$

$\Rightarrow b = r^r \times r^{ra} \Rightarrow b = r^r \times (r^a)^r \Rightarrow b = r^r \times 3^r = 3^r$

$\text{Log}_{3b-1} = \text{Log}_3(3^r) - 1 = \text{Log}_3 10^8 - 1 = \text{Log}_3 10^7$

تجربی ۱۴.۱ رخ تابع  $f(x) = \sqrt[r]{r^{ax+b}}$  از نقطه  $(\frac{1}{r}, 1)$  عبوری کند

اگر  $f(1) = 5$  باشد حاصل

|   |   |
|---|---|
| ۱ | ۲ |
| ۳ | ۵ |

$a-b$  مقدار است!

$[1] \xrightarrow{f} [5]$

$(\frac{1}{r}, 1) \rightarrow 1 = \sqrt[r]{r^{\frac{a}{r} + b}} \xrightarrow{\text{توان } r} 1 = r^{\frac{a}{r} + b}$

$\frac{a}{r} + b = 0$

$r = r \Rightarrow \frac{a}{r} + b = 0 \Rightarrow a = -rb$

$[1] \xrightarrow{f} [5] \Rightarrow 5 = \sqrt[r]{r^{a+b}} \Rightarrow \frac{a+b}{r} = 2$

$\frac{a+b}{r} = 2 \Rightarrow a+b = 2r \xrightarrow{a = -rb} -1 \cdot b + b = 2 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow a = 2$



$\log\left(\frac{a+3b}{2}\right)$  با مقدار  $a^2+9b^2=10ab$

آرد :

واسطه حسابی کدام دو جمله زیر است ؟

$\log a, \log b$  |  $\log a, \log 3b$

$\log \sqrt{a}, \log \sqrt{3b}$  |  $\log \sqrt{a}, \log \sqrt{b}$

$a^2+9b^2=10ab \xrightarrow{+7ab}$

$a^2+7ab+9b^2=10ab+7ab$

$(a+3b)^2=17ab \Rightarrow \left(\frac{a+3b}{\sqrt{17}}\right)^2=ab \xrightarrow{\log}$

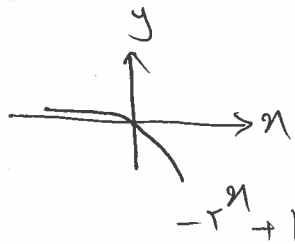
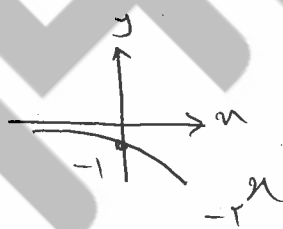
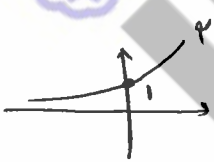
$2 \log\left(\frac{a+3b}{\sqrt{17}}\right) = \log ab \Rightarrow 2 \log\left(\frac{a+3b}{\sqrt{17}}\right) = \log a + \log b$

$\log\left(\frac{a+3b}{\sqrt{17}}\right) = \frac{\log a + \log b}{2}$

منوارات توابع زیر را رسم کنید.

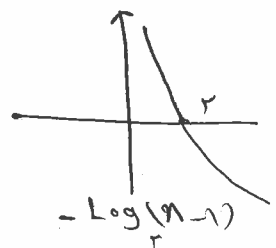
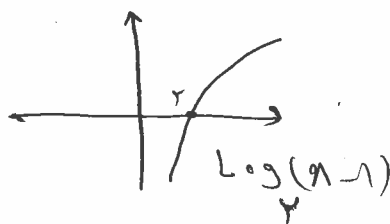
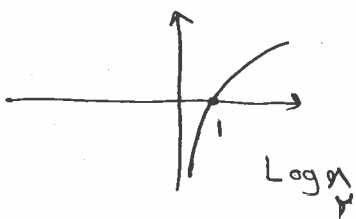
(الف)

$y = -2^x + 1$



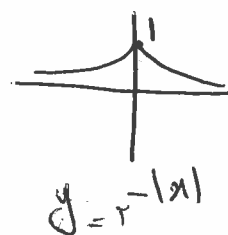
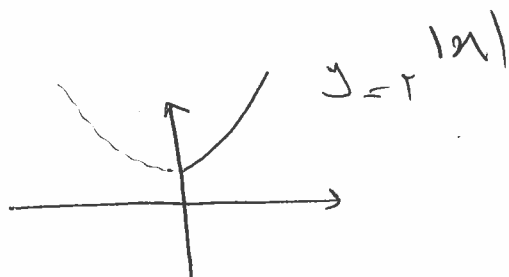
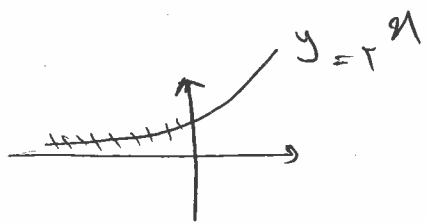
(ب)

$y = -\log_2(x-1)$



(۴)

$$y = r^{|x|}$$



(۵)

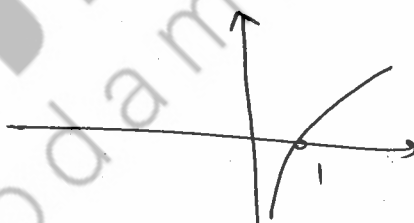
$$y = \frac{|x|}{x} \text{Log} x$$

$$x > 0 \Rightarrow y = \frac{x}{x} \text{Log} x \Rightarrow y = \text{Log} x$$

$$x < 0 \Rightarrow y = \frac{-x}{x} \text{Log} x = -\text{Log} x$$

جمله  $\text{Log}$  نباید منفی باشد لذا شماره اولم برابر است

$$y = \text{Log} x \quad x > 0$$

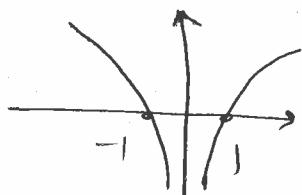


(۶)

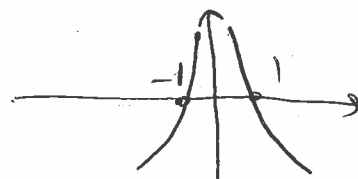
$$y = -\text{Log} |x|$$



$$y = \text{Log} x$$



$$y = \text{Log} |x|$$



$$y = -\text{Log} |x|$$

تابع لگاریتم و ریشتر :

$$\text{Log } \textcircled{E} = 11.8 + 1.5 \textcircled{M}$$

انرژی آزاد شده زلزله  
بر حسب آرگ

بزرگی زلزله بر حسب  
ریشتر

(Erg)

سوال) اگر زلزله‌ای به بزرگی ۷٫۴ ریشتر رخ دهد مقدار انرژی آزاد شده در این زلزله را

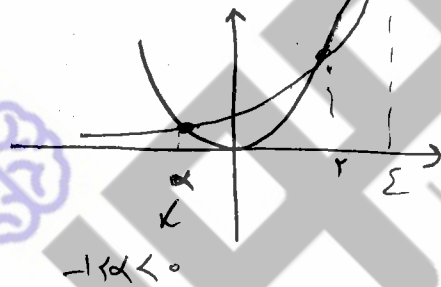
محاسبه کنید.

$$\text{Log } E = 11.8 + 1.5(7.4)$$

$$\text{Log } E = 22.9 \Rightarrow E = 10^{22.9} \text{ Erg}$$

مجموعه آموزشی :

|   |   |
|---|---|
| ۲ | ۱ |
| ۴ | ۳ |



معادله  $x^2 = 2^2$  چند ریشه حقیقی دارد؟

$$x = 2 \rightarrow 2^2 = 2^2$$

$$x = -2 \rightarrow (-2)^2 = 2^2$$

$$x = 10 \rightarrow 2^{10} \rightarrow 1024 \rightarrow \text{بالا تر}$$

$$10^2 \rightarrow 100$$

$$a > 0 \text{ است اگر } \text{Log}_m n = b$$

۱.۴) (تجربی) مقدار  $\text{Log}_m n = a$  و مقدار

|   |   |
|---|---|
| ۲ | ۱ |
| ۴ | ۳ |

بناشد حاصل [b] چند است؟

$$m = n = 2 \rightarrow \text{Log}_m n = a \rightarrow a = 1$$

$$\text{Log}_m n = b \xrightarrow{a=1} \text{Log}_2 2 = 1.5 = b \quad [1.5] = 1$$

روش دوم

$$m = n^a \Rightarrow \text{Log}_{n^a} n^a = b \Rightarrow \text{Log}_n n^{a+1} = b \rightarrow b = \frac{a+1}{a+1} \Rightarrow \frac{a+1+a}{a+1} = 1 + \frac{a}{a+1}$$

تابع  $f(x) = \text{Log}(ax+b)$  مقادیر  $x \in (-\frac{1}{a}, +\infty)$  با معنی است  
 آرد  $f(2) = 2$  و  $f(-\frac{2}{a})$  کد است؟

$$f(2) = 2 \Rightarrow 2 = \text{Log}(2a+b) \rightarrow (2a+b=9)$$

$$\Rightarrow -\frac{a}{a} + b \rightarrow b = \frac{a}{a} \rightarrow a = 2b$$

$$2b + b = 9 \rightarrow b = 3 \quad a = 6$$

$$\text{Log}_3(2x+1) \xrightarrow{x=-\frac{2}{a}} \text{Log}_3(\frac{1}{3}) = -1 \quad \checkmark$$

دایره ۱۴.۱ است  $f(x) = \sqrt{\frac{x}{\text{Log} x^{\frac{1}{2}}}}$  ساین چند عدد صحیح است؟

$x > 0$  و  $\frac{x}{\text{Log} x^{\frac{1}{2}}} > 0 \rightarrow \text{Log} x^{\frac{1}{2}} > 0$

$x < \frac{1}{2} \rightarrow (x < 1) \rightarrow (x < 1)$

ریاضی ۱۴.۱ توابع  $f(x) = \text{Log}(2x-5)$  و  $g(x) = x + \sqrt{2x-5}$  را در نظر بگیرید.

آرد  $y = g \circ f^{-1}(x)$  محور  $x$  را در  $\alpha$  قطع کند مقدار  $\alpha$  کد است؟

|                |                |
|----------------|----------------|
| $4 - \sqrt{3}$ | $4 - \sqrt{2}$ |
| $4 + \sqrt{3}$ | $4 + \sqrt{2}$ |

$$\alpha = g \circ f^{-1}(x) \rightarrow g^{-1}(f^{-1}(x))$$

$$f^{-1}(x) \rightarrow f(x) = 0 \rightarrow \text{Log} 2x - 5 = 0$$

$$2x - 5 = 1 \rightarrow x = 3$$

$$3 - \alpha = \sqrt{2\alpha - 5} \rightarrow \alpha < 3 \quad g^{-1}(3) \rightarrow g(x) = 3 \rightarrow \alpha + \sqrt{2\alpha - 5} = 3$$

$$\alpha^2 - 2\alpha + 1 = 0 \rightarrow \Delta = 0 \quad 2\alpha - 5 = (3 - \alpha)^2 \rightarrow 2\alpha - 5 = 9 + \alpha^2 - 6\alpha$$

$$\alpha = \frac{1 \pm \sqrt{1}}{1} \rightarrow 2 \pm \sqrt{2}$$

پایه‌ی ۱۴.۱: نمودار  $f(x) = 2 + 2^{b-ax}$  نمودار تابع  $g(x) = -x^2 - 3x + 8$

رابطه‌های به هم وصل + صحیح می‌کند آرد  $f^{-1}(10) = -1$  باشد مقدار  $2b - a$  کدام است؟

$$\begin{array}{r|l} 2 & 3 \\ \hline -3 & -2 \end{array} \checkmark$$

$$2 + 2^{b-a} = -1 + 3 + 8$$

$$2 + 2^{b-a} = 10 \rightarrow 2^{b-a} = 8 \rightarrow b - a = 3$$

$$f(-1) = 10 \rightarrow 10 = 2 + 2^{b+a} \rightarrow 2^{b+a} = 8$$

$$b + a = 3 \Rightarrow 2b = 6 \rightarrow b = 3 \rightarrow a = 1$$

تجربہ ۱۴.۲ آرد  $\log 2 = \frac{1}{3}$  و  $\log 3 = \frac{1}{2}$  باشد اختلاف ریشه‌های معادله

$$x^2(\log 3) + 2x(\log 4) - \log \frac{5}{7} = 0$$

چقدر است؟

$$\log 3 = \log 6 + \log 5 = \log 4 + 1 - \log 2$$

$$\log 6 = \log 2 + \log 3 = \frac{1}{3}$$

$$\log \frac{5}{7} = \log 5 - \log 7 = 0$$

$$1.12x^2 + 1.12x - 0 = 0$$

$$1.12x(x+1) = 0 \rightarrow x = 0 \rightarrow x_2 - x_1 = 1$$

تجربہ ۱۴.۲ آرد  $f(x) = (x + \log x)^5$  باشد مجموع جواب نامعادله

$$f \circ f(x) < f(x^5)$$

کدام است؟

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{(10)} & (10) \\ \hline (10+10) & (10+10) \end{array}$$

$$f(f(x)) < f(x^5) \rightarrow f(x) < x^5 \rightarrow (x + \log x)^5 < x^5$$

$$x + \log x < x \rightarrow \log x < 0$$

تجربی ۱۴.۲ اگر  $f(x) = \left( \left( \frac{1}{x} \right)^x + \log x \right)^x$  باشد مجموع جواب نامعادله

$$f_0 f(x) < f(x^{-3x})$$

کدام است؟

|              |                          |
|--------------|--------------------------|
| $(1+\infty)$ | $(0, \frac{1}{x})$       |
| $(0, 1)$     | $(\frac{1}{x}, +\infty)$ |

درون پرانتز مجموع آیمای نزدیک است که بتوان عدد فرد  $\frac{3}{2}$  می رسند لذا تابع  $f$  الی انزولی است.

$$f(f(x)) < f(x^{-3x}) \rightarrow f(x) > (x^{-3x})^x$$

$$\left( \left( \frac{1}{x} \right)^x + \log x \right)^x > \left( \left( \frac{1}{x} \right)^x \right)^x \rightarrow \left( \frac{1}{x} \right)^x + \log x > \left( \frac{1}{x} \right)^x$$

$$\log x > 0 \rightarrow x \in (0, 1)$$

تجربی ۱۴.۳ اگر  $\log 3 = \frac{1}{6}$  و  $\log 2 = \frac{1}{3}$  باشد اختلاف

$$\log 15 - \log 4 + \log \frac{5}{3} = ?$$

ریشه های معادله

|                 |                 |
|-----------------|-----------------|
| $\frac{12}{3}$  | $\frac{24}{3}$  |
| $\frac{24}{11}$ | $\frac{12}{11}$ |

$$\log 15 = 1 - \log 2 = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\log 4 = 2 \log 2 = \frac{2}{3}$$

$$\log 15 = \log 3 + \log 5 = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1$$

$$\log \frac{5}{3} = \log 5 - \log 3 = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{3}x - 1 = 0 \rightarrow \begin{matrix} x=1 \\ x=-\frac{11}{3} \end{matrix} \rightarrow \Delta x = \frac{14}{3}$$

$$A = \left\{ \frac{1}{\sqrt{\log x + 4 \log 2}} : x > 1 \right\}$$

تجربی ۱۴.۴ اگر

بزرگترین عضو مجموعه  $A$  کدام است؟

|                      |                      |
|----------------------|----------------------|
| $\frac{\sqrt{4}}{1}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ |
| $\frac{\sqrt{2}}{1}$ | $\frac{\sqrt{4}}{2}$ |

$$\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{3} \log_2 x + \frac{x}{3} \log_2 \frac{1}{x}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{3} t + \frac{x}{3t}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{3} \left( t + \frac{x}{t} \right)}} \rightarrow \min$$

$$\frac{1 - \frac{x}{t^2}}{2 \sqrt{t + \frac{x}{t}}} = 0 \rightarrow t^2 = x \rightarrow t = \pm \sqrt{x} \rightarrow \log_2 x = \pm 2$$

$$\Rightarrow x = 4$$

$$A = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{3} \log_2 4 + \frac{4}{3} \log_2 \frac{1}{4}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{2}{3} + \frac{2}{3}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{4}{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

همراه ضرب ۲ عبارت برابر عدد ثابتی کمتر  $\min$  می‌گردد که دو عبارت با هم بزرگتر باشند.  $t = \frac{x}{t} \rightarrow t = \pm \sqrt{x}$

ریاضی ۱۴.۲) مقداری از یک عنصر موجود است. آن عنصر در هر ساعت  $\frac{1}{9}$  از حجم باقی‌مانده را از دست می‌دهد.

$$\log_5 2 = 0.43$$

$$\log_5 4 = 0.86$$

پس از چند دقیقه  $\frac{1}{9}$  از حجم عنصر باقی خواهد ماند؟

|     |     |
|-----|-----|
| ۳۶۰ | ۳۸۰ |
| ۴۲۰ | ۴۴۰ |

$$M(t) = M_0 \left( 1 - \frac{1}{9} \right)^t$$

$$\frac{1}{9} M_0 = M_0 \left( \frac{8}{9} \right)^t \rightarrow \frac{1}{9} = \left( \frac{8}{9} \right)^t$$

$$t = \frac{\log \frac{1}{9}}{\log \frac{8}{9}} = \frac{\log 4^{-1}}{\log \frac{2^3}{3^2}} = \frac{-\log 4}{\log 2^3 - \log 3^2} = \frac{-\left( \frac{1}{0.43} + \frac{1}{0.86} \right)}{3 \left( \frac{1}{0.43} \right) - 2 \left( \frac{1}{0.86} \right)}$$

$$= \frac{38}{7} \rightarrow \frac{38}{7} \times 70 = 380 \text{ min}$$

مطابق کجاریتم اعداد : جواب کجاریتم هر عدد برابر است با قسمت صحیح و اعشاری.

قسمت صحیح : تعداد ارقام اصلی عدد سفید عدد کجاری  
 قسمت اعشاری :

الدرقم شروع  $\leq 1$  → { 1, 2 }      رقم دوم  $\leq 5$   
 رقم دوم  $> 5$

الدرقم شروع  $\leq 2$  → { 3, 4 } → رقم دوم  $\leq 5$   
 رقم دوم  $> 5$

الدرقم شروع  $\leq 3$  → { 5, 6, 7, 8 }  
 3 و 4 و 5 و 6 و 7 و 8

الدرقم شروع  $\leq 4$  → { 9 }  
 7 و 8 و 9

مثال  $\log 4 = 0,6$        $\log 2 = 0,3$        $\log 3 = 0,5$

$\log 5 = 0,7$        $\log 25 = 1,4$

$\log 55 = 1,7$        $\log \underbrace{5555}_{\text{رقم 7}} 123,710^3 = 4,7$

$\log 289^3 = 3,4$        $\log 12^3 = 2,1$

$\log \frac{1999}{2321} = \frac{\log 1999}{\log 2321} = \frac{3,2}{3,4}$

$\log 91^3 = 2,9$        $\log 45312 = 4,8$

$\log 3871,23 = 3,5$        $\log \sqrt[3]{1990} = \frac{1}{3}(3,2) = \frac{3,2}{3}$



۶۳

$$\text{Log}_{2.2} 2^{\wedge} \sqrt{2.1} = \frac{\text{Log}_{2.2} 2^{\wedge} \sqrt{2.1}}{\text{Log}_{2.2} 2.2} = \frac{4.4}{3.3} = \frac{4}{3}$$

$$\text{Log}_{2.2} \sqrt{2.2} = \text{Log}_{2.2} \frac{2.2}{1.1} = \text{Log}_{2.2} 2.2 - \text{Log}_{2.2} 1.1 = 4.4 - 3.3 = \frac{1.1}{1.1} = 1$$

$f(x)$   
با  $2 = 2$  باشد

$5^x = 1$  باشد

ریاضی ۱۴.۱ فرض کنید

$$\frac{x-1}{2x-1} \quad \left| \quad \frac{2x+1}{x+1} \right.$$
$$\frac{x+1}{2x+1} \quad \left| \quad \frac{2x-1}{x-1} \right.$$

ضابدها کدام است؟

$$x = \text{Log}_2 1 \rightarrow f(x) = \text{Log}_2 1 \rightarrow f(x) = \frac{1.3}{1.3} = \frac{1.3}{1.3}$$

$$x = \frac{\text{Log}_2 1}{\text{Log}_2 2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{2(\frac{1}{2}) - 1}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{1 - 1}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{0}{-\frac{1}{2}} = 0$$

