

جزوه جامع مشکلات کنکور

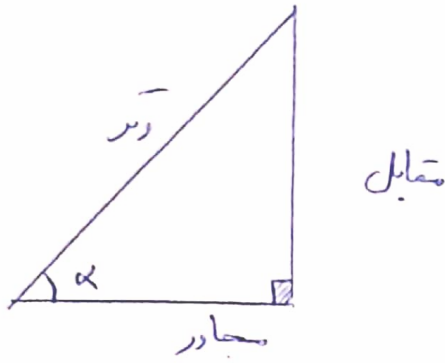
رشته ریاضی و تجربی

تالیف: مهندس یثیم رهبری

تابستان ۱۴۰۱



* مثلثات *



ضلع روبه روی ۹۰ ← وتر

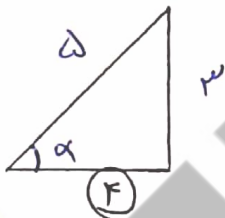
۳

$$\left. \begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} \\ \cos \alpha &= \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} \\ \tan \alpha &= \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} \\ \cot \alpha &= \frac{\text{مجاور}}{\text{مقابل}} \end{aligned} \right\}$$

$$-1 \leq \sin \alpha \leq 1$$

$$-1 \leq \cos \alpha \leq 1$$

سؤال: اگر $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ باشد تغییر نسبتها را بیابید.



یک مثلث قائم الزاویه مانند مثلث بالا رسم می کنیم

$$\sin \alpha = \frac{3}{5} \rightarrow \begin{matrix} \text{مقابل} \\ \text{وتر} \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\tan \alpha = \frac{3}{4} \quad \text{و} \quad \cot \alpha = \frac{4}{3}$$

سؤال: اگر $\tan \alpha = \frac{1}{3}$ باشد تغییر نسبتها؟



$$3^2 + 1^2 = 10$$

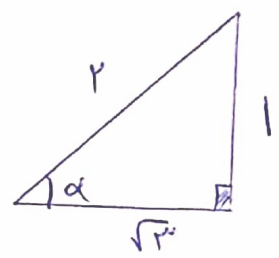
$$\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}} \quad \cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{10}} \quad \tan \alpha = \frac{1}{3}$$

$$\cot \alpha = 3$$

$\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

جبار $\rightarrow \sqrt{3}$
 وتر $\rightarrow 2$

$\sin \alpha = \frac{1}{2}$
 $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$
 $\cot \alpha = \sqrt{3}$



$2^2 = (\sqrt{3})^2 + x^2$
 $x = 1$

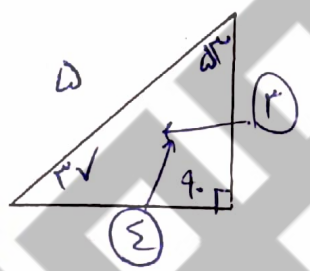
۵، ۱۲، ۱۳

- اعداد سیانغوری =
- ۳، ۴، ۵
 - ۶، ۸، ۱۰
 - ۱۵، ۲۰، ۲۵
 - ۱۵، ۲۰، ۲۵

نکته: در مثل قائم الزویه المثلث ۳ و ۴ و ۵ یا مضرب این اعداد باشد به سنتها

۳۷ و ۵۳ معروف هستند یعنی یک زاویه که ۹۰ باشد و زاویه دیگر ۳۷ و ۵۳.

تسحیح این که کدام زاویه ۳۷ و کدام ۵۳ باشد بین صورت است که ضلع بزرگتر روبروی زاویه بزرگتری باشد.



المثلث قائم الزویه زوایای ۳۷ و ۵۳ را تقسیم
 یعنی امثلث از خانواده ۳، ۴، ۵ باشد.



10

$$\textcircled{1} \quad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \implies \begin{cases} \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha \\ \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \quad \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \quad \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha}, \quad \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$$

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$$

$$\textcircled{3} \quad \begin{aligned} 1 + \tan^2 \alpha &= \frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad (\cos \alpha \neq 0) \\ 1 + \cot^2 \alpha &= \frac{1}{\sin^2 \alpha} \quad (\sin \alpha \neq 0) \end{aligned}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{1 + \cot^2 \alpha}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{\cot^2 \alpha}{1 + \cot^2 \alpha}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha}$$

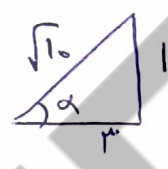
۲

خلاصہ و جمع فنون روابط :

$$\left\{ \begin{aligned} \sin^2 \alpha &= 1 - \cos^2 \alpha = \frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1}{1 + \cot^2 \alpha} \\ \cos^2 \alpha &= 1 - \sin^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{\cot^2 \alpha}{1 + \cot^2 \alpha} \\ \tan^2 \alpha &= \frac{1}{\cot^2 \alpha} \end{aligned} \right.$$

مثال: اگر $\tan \alpha = \frac{1}{3}$ حاصل عبارت زیر را بیابید۔

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} + \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha} = ?$$



$$\Rightarrow \begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{1}{\sqrt{10}} \\ \cos \alpha &= \frac{3}{\sqrt{10}} \\ \cot \alpha &= 3 \end{aligned}$$

$$\frac{\frac{1}{\sqrt{10}}}{\frac{1}{\sqrt{10}} - \frac{3}{\sqrt{10}}} + \frac{\frac{1}{\sqrt{10}} + \frac{3}{\sqrt{10}}}{\frac{1}{\sqrt{10}}} = \frac{1}{\frac{1-3}{\sqrt{10}}} + \frac{\frac{4}{\sqrt{10}}}{\frac{1}{\sqrt{10}}} = -\frac{1}{2} + 4 = 3\frac{1}{2}$$

روش دوم: چون مقدار $\tan \alpha$ را داریم جفت را تبیین ب $\tan \alpha$ می کنیم

$$\frac{\tan \alpha}{\tan \alpha - 1} + \frac{\tan \alpha + 1}{\tan \alpha} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3} - 1} + \frac{\frac{1}{3} + 1}{\frac{1}{3}} = -\frac{1}{2} + 4 = 3\frac{1}{2}$$

د

$$\frac{\tan a + \tan b}{\cot a + \cot b}$$

حاصل عبارت مقابل (بیابید)

$$\frac{\cot a + \cot b}{\tan a + \tan b} \quad \frac{\tan a + \tan b}{\tan a \cdot \tan b} \quad \frac{\cot a + \cot b}{\tan a \cdot \tan b}$$

$$\frac{\tan a + \tan b}{\frac{1}{\tan a} + \frac{1}{\tan b}} = \frac{\tan a + \tan b}{\frac{\tan a + \tan b}{\tan a \tan b}} = \tan a \cdot \tan b$$

یادآوری \Rightarrow

$$\alpha^r + \beta^r = s^r - r p$$

$$\alpha^r + \beta^r = s^r - r p s$$

حاصل $\sin x + \cos x = \frac{1}{r}$

سوال: ال

$$\sin^r x + \cos^r x = ?$$

$$\sin^r x + \cos^r x = s^r - r p s = (\sin x + \cos x)^r - r (\sin x \cos x) (\sin x + \cos x)$$

$$\boxed{\sin x + \cos x = \frac{1}{r}} \Rightarrow s = \frac{1}{r}$$



$$\underbrace{\sin^r x + \cos^r x}_1 + r \sin x \cos x = \frac{1}{r}$$

$$r \sin x \cos x = \frac{1}{r} - 1$$

$$\Rightarrow \sin x \cos x = -\frac{1}{r} = -\left[\frac{r}{r}\right] \rightarrow p$$

$$\sin^r x + \cos^r x = \left(\frac{1}{r}\right)^r - \left(\cancel{r} x - \frac{r}{r} x \frac{1}{r}\right)$$

$$\frac{1}{r^r} + \frac{r}{r} = \frac{1^r}{r^r}$$

4

الحاصل $\tan^r x + \cot^r x = \frac{1}{r^r}$ السؤال

$\tan^r x + \cot^r x = s^r - r p = \left(\frac{1}{r}\right)^r - r(1) = \frac{1}{r^r} - r$

$\tan^r x + \cot^r x = s^r - r p s = \left(\frac{1}{r}\right)^r - \left(r \times 1 \times \frac{1}{r}\right) = \frac{1}{r^r} - 1$

$\left. \begin{aligned} \sin^r \alpha + \cos^r \alpha &= 1 \\ \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha &= 1 - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \\ \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha &= 1 - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \end{aligned} \right\}$

السؤال: الحاصل $\sin^r x + \cos^r x = \frac{1}{r^r}$ السؤال

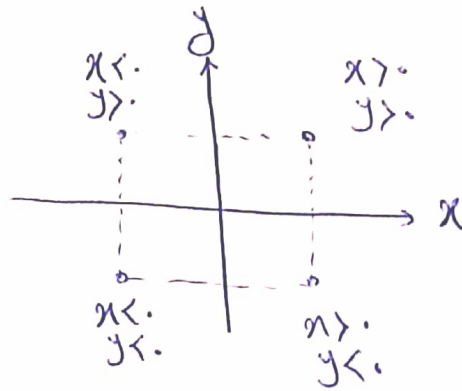
$\sin^4 x + \cos^4 x = 1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x$
 $\sin^r x + \cos^r x = 1 - r \sin^r x \cos^r x = \frac{1}{r^r}$

$-r \sin^r x \cos^r x = \frac{1}{r^r} - 1$
 $\sin^r x \cos^r x = + \frac{1}{r^r}$

$1 - r \left(+ \frac{1}{r^r}\right) = 1 - \frac{1}{r} = \frac{r-1}{r}$

دایره مثلثاتی: دایره ای است به مرکز (۰، ۰) و شعاع (۱)

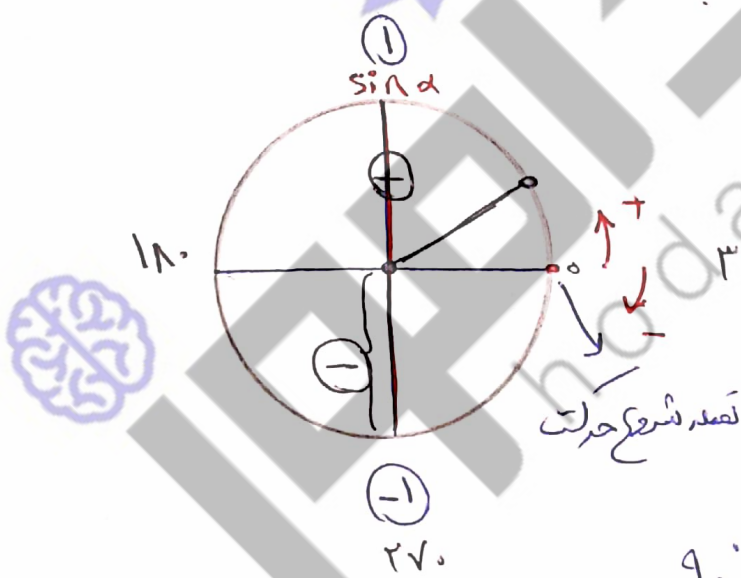
در دایره مثلثاتی همیشه محور افقی \cos و محور عمودی \sin می باشد.



حال در دایره مثلثاتی $\cos \rightarrow x$ می باشد علامت \tan و \cot از ضرب علامت

\sin و \cos در یکدست بودن جهت می آید. به عبارتی دیگر در ناحیه مثلثاتی علامت \tan و \cot در هر ناحیه با یکدیگر برابر است.

بررسی رفتار $\sin \alpha$:



روی خط دایره می چرخیم و تغییر هر نقطه را روی محور y بررسی می کنیم.

با حرکت از نقطه شروع دایره در جهت $(+)$

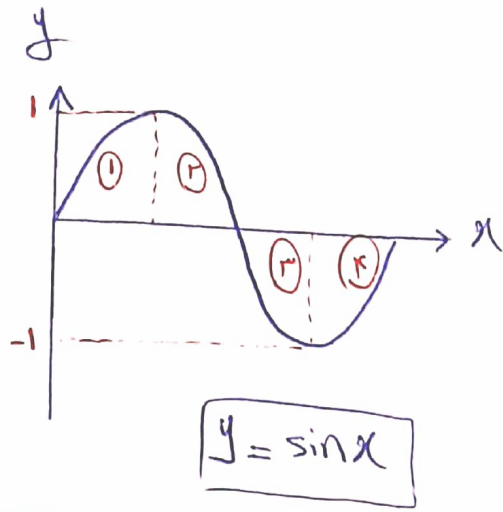
نقطه نقطه مقدار \sin زیاد می شود تا در 90°

به عدد یک می رسد. در نتیجه در ناحیه اول رفتار \sin صعودی است.

مازه 90° تا 180° ناحیه دوم: در این ناحیه \sin نقطه نقطه کم می شود تا به صفر برسد

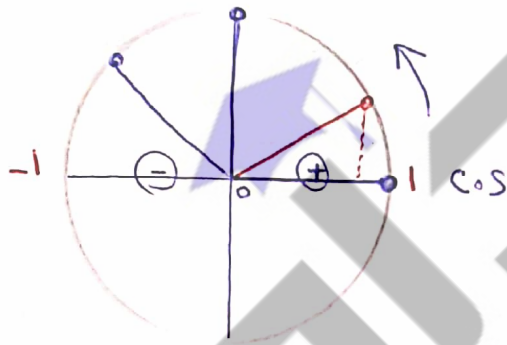
لذا در ناحیه دوم رفتار \sin نزولی است.

از ۰ تا ۲۷۰ مقدار \sin از ۰ تا -۱ تغییر می کند. (نزول)
 و از ۰ تا ۳۶۰ مقدار \sin از -۱ تا ۰ رشد می کند (صعود)



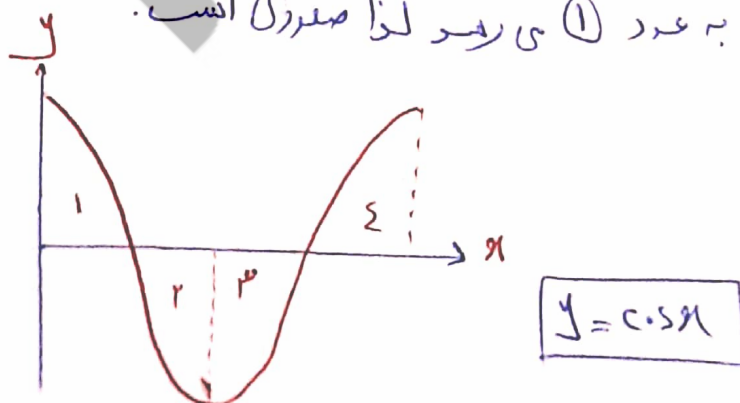
به همین دلیل نمودار $\sin \alpha$ بصورت زیر است:

بررسی رفتار $\cos \alpha$:

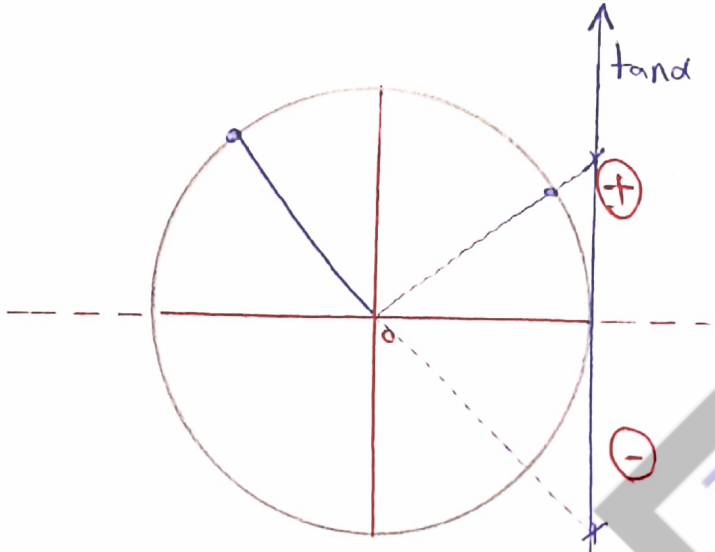


برای بررسی رفتار $\cos \alpha$ روی عین دایره حرکت می کنیم و تغییرات را روی محور x ها بررسی می کنیم.

نحیه اول: ۰ تا ۹۰
 در ناحیه اول \cos از مقدار ۱ به عدد صفر می رسد لذا نزولی است.
 در ناحیه دوم \cos از مقدار ۰ به -۱ می رسد لذا نزولی است.
 در ناحیه سوم \cos از -۱ به صفر می رسد لذا صعودی است
 در ناحیه چهارم \cos از ۰ به عدد ۱ می رسد لذا صعودی است.



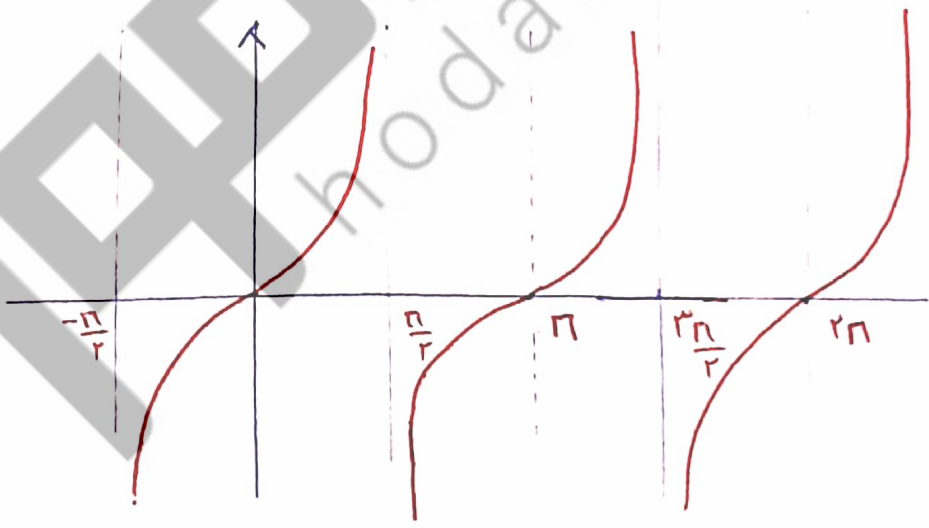
بررسی $\tan \alpha$: محوری است نسبت راست دایره (مماس بر دایره) به موازات محور
 سینوس‌ها می‌باشند و آنها ندارد. زاویه هر جا قرار داشته باشد آن را امتدادی دهیم تا محور
 \tan را قطع کند.



\tan چهاره منبری

$\tan \oplus$ ← ناحیه اول و سوم
 $\tan \ominus$ ← ناحیه دوم و چهارم

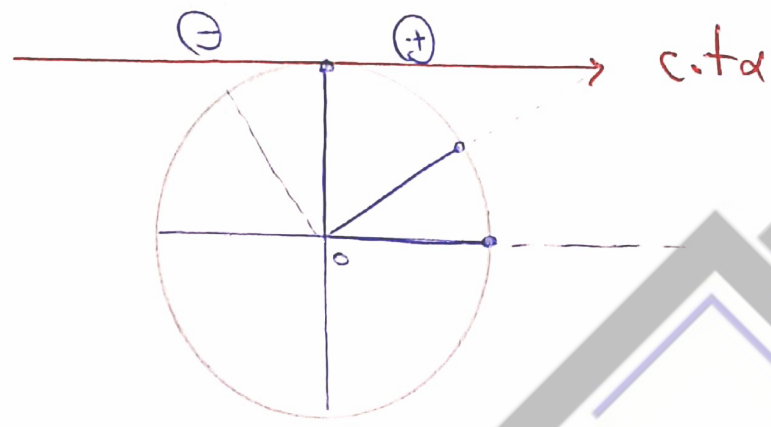
ناحیه اول $\rightarrow +\infty$ تا $+\infty$ ناحیه دوم $\rightarrow -\infty$ تا $-\infty$ ناحیه سوم $\rightarrow +\infty$ تا $+\infty$ ناحیه چهارم $\rightarrow -\infty$ تا $-\infty$



$y = \tan x$

بررسی $\cot \alpha$

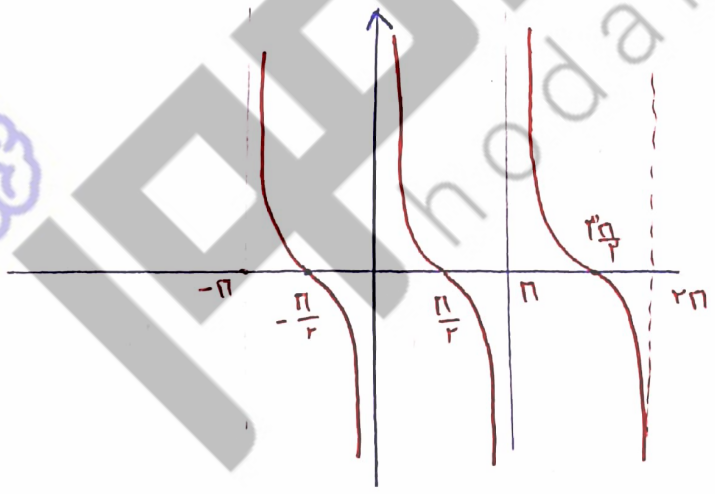
خطی است به موازات محور \cos ها و مماس بر دایره ، بالای دایره مثلثاتی قرار دارد.



در ناحیه اول از $+\infty$ به 0 می رسد در ناحیه دوم از 0 به $-\infty$ می رود

در ناحیه سوم از $+\infty$ به 0 می رسد و در ناحیه چهارم از 0 به $-\infty$ می رود
نمانند

لذا $\cot \alpha$ همواره نزولی است. \tan و \cot هم علامت هستند



$(4.0) (\frac{\pi}{4})$

$\cos \alpha$

1

ناحیه دوم

$\sin \alpha \oplus$
 $\cos \alpha \ominus$
 $\tan \alpha \ominus$
 $\cot \alpha \ominus$

ناحیه اول

$\sin \alpha \oplus$
 $\cos \alpha \oplus$
 $\tan \alpha \oplus$
 $\cot \alpha \oplus$

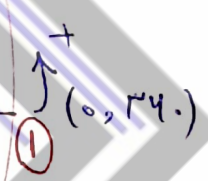
$180 (\pi) \ominus$

ناحیه سوم

$\sin \alpha \ominus$
 $\cos \alpha \ominus$
 $\tan \alpha \oplus$
 $\cot \alpha \oplus$

ناحیه چهارم

$\sin \alpha \ominus$
 $\cos \alpha \oplus$
 $\tan \alpha \oplus$
 $\cot \alpha \ominus$



$270 (\frac{3\pi}{2})$

1

علت سینوس و کینوس از روی محورهای دایره منحنی می شود و از ضرب کردن علامت ها سینوس و کینوس در ناحیه علامت قانزانت و کتا نرانت آن ناحیه منحنی می شود

در جدول مثلثاتی هم قاعده مقدار سینوس و کینوس را جلد باسیم کافی است چون مقدار قانزانت و کتا نرانت از تقسیم زیر بدست می آید:

$$\begin{cases} \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \\ \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \end{cases}$$

زاویه	۰	۳۰	۴۵	۶۰	۹۰	۱۸۰	۲۷۰	۳۶۰
sin	۰	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	۱	۰	-۱	۰
cos	۱	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	۰	-۱	۰	۱
tan	$\frac{0}{1} = 0$	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$	۱	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{0} = \infty$	$\frac{0}{-1} = 0$	$\frac{-1}{0} = \infty$	$\frac{0}{1} = 0$
cot	$\frac{1}{0} = \infty$	$\sqrt{3}$	۱	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{0}{1} = 0$	$\frac{-1}{0} = \infty$	$\frac{0}{-1} = 0$	$\frac{1}{0} = \infty$

از جدول بالا فقط مقدار sin و cos زاویه‌ها ۳۰ و ۴۵ باید حفظ شوند. نیمه زوایای از روی دایره مقایسه‌ای مناسب می‌شود و با تقسیم سینوس و کسینوس برضرب مقایسه‌ای قادرانت و کتانژانت بدست می‌آید.

زوایای متمم: هرگاه جمع زاویه α و β برابر 90° شود متهم هستند.

$$\alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow (30^\circ \text{ و } 60^\circ)$$

$$\sin \alpha = \cos \beta$$

$$\cos \alpha = \sin \beta \Rightarrow$$

$$\tan \alpha = \cot \beta$$

$$\cot \alpha = \tan \beta$$

$$\sin 30^\circ = \cos 60^\circ$$

$$\cos 30^\circ = \sin 60^\circ$$

$$\tan 30^\circ = \cot 60^\circ$$

$$\cot 30^\circ = \tan 60^\circ$$

به همین دلیل نیز می‌توان به حفظ کردن سینوس و کسینوس 45° نیز باسه.

زوایای مکمل: هرگاه جمع زاویه β و α برابر 180° شود لوسم مکمل هستند.

$\alpha + \beta = 180$

- (۳۰, ۱۵۰)
- (۴۵, ۱۳۵)
- (۶۰, ۱۲۰)

در دوزاویه مکمل sin ها برابرند و بقیه نسبت ها-عکس هستند.

$$\begin{cases} \sin \alpha = \sin \beta \\ \cos \alpha = -\cos \beta \\ \tan \alpha = -\tan \beta \\ \cot \alpha = -\cot \beta \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin 120 = \sin 60 \\ \cos 120 = -\cos 60 \\ \tan 120 = -\tan 60 \\ \cot 120 = -\cot 60 \end{cases}$$

رادیان $\times \frac{\pi}{180}$

رادیان:

$30^\circ \rightarrow \frac{\pi}{6}$	$210^\circ \rightarrow \frac{7\pi}{6}$ (۷x۳۰)
$45^\circ \rightarrow \frac{\pi}{4}$	$225^\circ \rightarrow \frac{5\pi}{4}$ (۴x۹۰)
$60^\circ \rightarrow \frac{\pi}{3}$	$270^\circ \rightarrow \frac{3\pi}{2}$ (۳x۹۰)
$90^\circ \rightarrow \frac{\pi}{2}$	$330^\circ \rightarrow \frac{11\pi}{6}$ (۱۱x۳۰)
$120^\circ \rightarrow \frac{2\pi}{3}$	$360^\circ \rightarrow 2\pi$ (۲x۱۸۰)
$135^\circ \rightarrow \frac{3\pi}{4}$	
$150^\circ \rightarrow \frac{5\pi}{6}$	
$180^\circ \rightarrow \pi$	

- ۲x۶۰
- ۳x۴۵
- ۵x۳۰

نکته: جمع \cos, \tan, \cot زاویه مکمل برابر صفر است چون جلمم عکس هستند

مع این زاویه $\pi = \cos\left(\frac{11\pi}{6}\right) + \cot\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 0$

۱۴

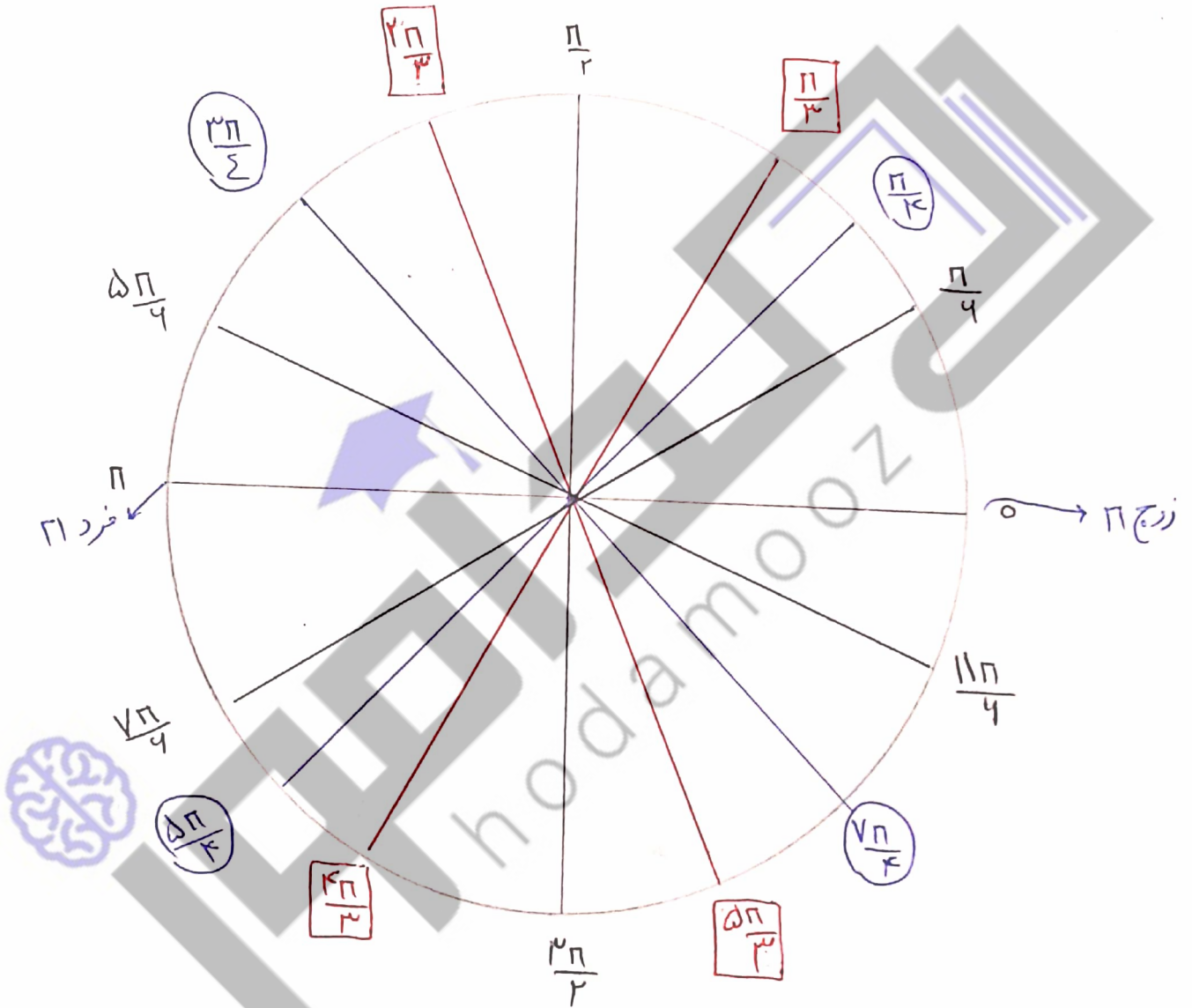
$$34 \rightarrow \begin{cases} 12 \times 3 \\ 1 \times 45 \\ 4 \times 40 \end{cases}$$

یک‌دور

$$\begin{aligned} \Delta \times 180 &= \Delta \pi = 90 \\ 4 \times 180 &= 4\pi = 1080 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 180 \times 3 &= \Delta f_0 \rightarrow 3\pi \\ 180 \times 4 &= 720 \rightarrow 4\pi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta f_0 - 40 &= 480 \\ \Delta f_0 + 40 &= 400 \end{aligned}$$



سؤال: در تری‌های زیر $\tan \alpha$ را بیابید.

$$\sin \frac{5\pi}{2} + \cos \sqrt{\frac{\pi}{2}} + \cot \frac{3\pi}{2} - \tan \alpha = 0$$

$$\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + (-1) - \tan \alpha = 0 \rightarrow \tan \alpha = -1$$

سؤال: اگر

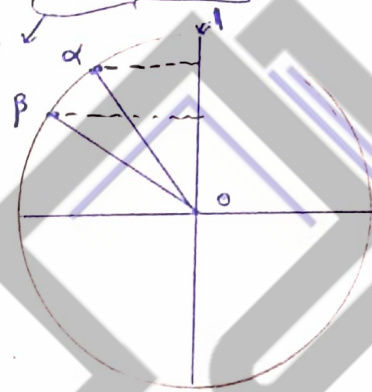
$\frac{\pi}{2} < \alpha < \beta < \pi$ با بسط عبارت‌ها زیر کدام است؟

$$A = \sin \alpha - \sin \beta$$

$$B = \tan \alpha - \tan \beta$$

برای بدست آوردن سینوس تصویر آن زاویه را بر روی محور مانع

(سینوس ما) می‌یابیم.



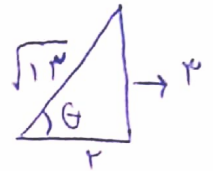
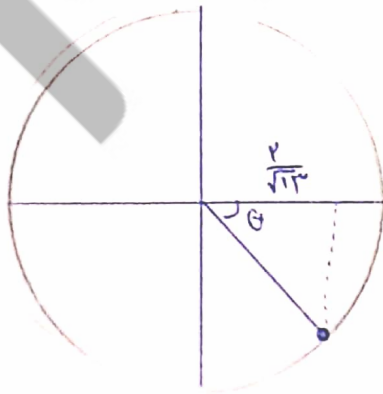
$$\sin \alpha > \sin \beta$$

$$\sin \alpha - \sin \beta > 0 \quad \text{لذا}$$

$$B = \tan \alpha - \tan \beta \rightarrow$$

چون تنازات همواره معکوس است لذا $\tan \beta > \tan \alpha$ متقی

اگر ضلع اشکایی θ دایره منتهای را در نقطه‌ای به طول $\frac{2}{\sqrt{13}}$ در رسم چهارم قطع کند $\tan \theta$ کدام است؟



$$\cos \theta = \frac{2}{\sqrt{13}}$$

$$\tan \theta = -\frac{2}{r}$$

الر $\frac{d}{\Sigma}$ و درمویب امتانذارر بالسه ضلع اشعایی زاویه α در کدام ربع است؟

$$\sin \alpha = \cos \alpha + \frac{d}{\Sigma}$$

چون $\sin \alpha$, $\cos \alpha$ بین او-ا-ی باشد و $\frac{d}{\Sigma} > 1$ لذا باید $\cos \alpha$ استنبی باشد تا با جمع شدن با $\frac{d}{\Sigma}$ مقدار آن کمتر از یک نشود

$$\begin{matrix} \cos \alpha < 0 \rightarrow & \text{ربع ۳} & \Rightarrow & \boxed{\text{ربع ۲}} \\ \sin \alpha > 0 \rightarrow & \text{۱, ۲} & & \end{matrix}$$

الاشعایی کمان α در ربع دوم باشد حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\sqrt{\frac{1 + \cos^2 \alpha}{1 + \cos \alpha}} = \sqrt{\cos^2 \alpha} = |\cos \alpha| = -\cos \alpha$$

الر α ناحیه سوم باشد حاصل عبارت زیر کدام است؟

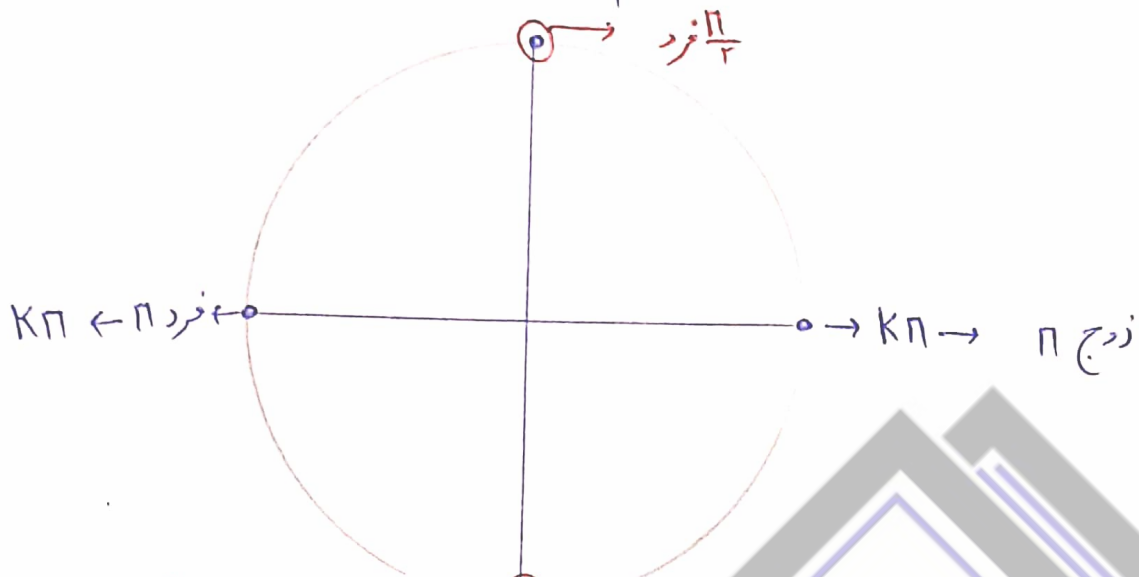
$$\sqrt{1 + \cos^2 \alpha} - \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} = \frac{1}{\sin^2 \alpha} = \frac{1}{|\sin \alpha|} = -\frac{1}{\sin \alpha}$$

$$\sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} \Rightarrow \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha} \times \frac{1 - \cos \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{(1 - \cos \alpha)^2}{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{(1 - \cos \alpha)^2}{\sin^2 \alpha}$$

$$\sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{\sin^2 \alpha}} = \frac{1 - \cos \alpha}{-\sin \alpha}$$

$$\frac{-1}{\sin \alpha} + \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{-1 + 1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = -\cot \alpha$$

از مضرب ۴ یک واحد بیشتر $\frac{9\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \frac{1\pi}{2}$



از مضرب ۴ یک واحد کمتر $\frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}, \frac{11\pi}{2}$

مضرب ۴ یک واحد بیشتر لذا بالای دایره است $\frac{25\pi}{2}$
 کمتر لذا پایین دایره است $\frac{31\pi}{2}$

نمایه دوم

$$\begin{cases} \sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha \\ \cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha \\ \tan(\pi + \alpha) = +\tan \alpha \\ \cot(\pi + \alpha) = +\cot \alpha \end{cases}$$

نمایه سوم

$$\begin{cases} \sin(-\alpha) = -\sin \alpha \\ \cos(-\alpha) = +\cos \alpha \\ \tan(-\alpha) = -\tan \alpha \\ \cot(-\alpha) = -\cot \alpha \end{cases}$$

نمایه دوم

$$\begin{cases} \sin(\pi - \alpha) = +\sin \alpha \\ \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha \\ \tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha \\ \cot(\pi - \alpha) = -\cot \alpha \end{cases}$$

لایحه منفی خور است.
 α هر زاویه ای باشد روابط بالا برقرار است.
 $\sin(2\pi + \alpha) = \sin \alpha$
 $\cos(2\pi + \alpha) = \cos \alpha$
 $\tan(2\pi + \alpha) = \tan \alpha$
 $\cot(2\pi + \alpha) = \cot \alpha$

۱۸

$\frac{\pi}{r}, \frac{2\pi}{r}, \frac{3\pi}{r}, \dots$

نکته: مضارب فرد $\frac{\pi}{r}$ نسبت‌های مثبتی را عوض می‌کند.

همیشه اول تعیین نامیه

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin\left(\frac{\pi}{r} + \alpha\right) = + \cos \alpha \\ \cos\left(\frac{\pi}{r} + \alpha\right) = - \sin \alpha \\ \tan\left(\frac{\pi}{r} + \alpha\right) = - \cot \alpha \\ \cot\left(\frac{\pi}{r} + \alpha\right) = - \tan \alpha \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin\left(\frac{2\pi}{r} - \alpha\right) = - \cos \alpha \\ \cos\left(\frac{2\pi}{r} - \alpha\right) = - \sin \alpha \\ \tan\left(\frac{2\pi}{r} - \alpha\right) = + \cot \alpha \\ \cot\left(\frac{2\pi}{r} - \alpha\right) = + \tan \alpha \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin\left(\frac{3\pi}{r} + \alpha\right) = - \cos \alpha \\ \cos\left(\frac{3\pi}{r} + \alpha\right) = + \sin \alpha \\ \tan\left(\frac{3\pi}{r} + \alpha\right) = - \cot \alpha \\ \cot\left(\frac{3\pi}{r} + \alpha\right) = - \tan \alpha \end{array} \right.$$

$$\cos\left(\frac{2\pi}{r} + \alpha\right) = - \sin \alpha$$

مثال

$$\sin\left(\frac{3\pi}{r} + \alpha\right) = - \sin \alpha$$

مضرب ۲ یعنی نسبت را جابجا می‌کند

$$\cos\left(\frac{4\pi}{r} - \alpha\right) = \cos \alpha$$

زوج π نامیه \leftarrow

مثال: مقدار $\sin \alpha$ از معادله زیر کدام است؟

$$\sin\left(\frac{3\pi}{r} - \alpha\right) \cos(\pi - \alpha) = \sin^2 \frac{\pi}{r}$$

$$(-\cos \alpha)(-\cos \alpha) = \frac{1}{r} \rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{r} \rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{r-1}{r}$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \pm \sqrt{\frac{r-1}{r}}$$

نکته 91: اگر $\tan \theta = \frac{1}{2}$ باشد حاصل عبارت زیر را بیابید؟

$$\frac{\cos\left(\frac{3\pi}{4} + \alpha\right) - \cos(\pi + \alpha)}{\sin(\pi - \alpha) - \sin\left(\frac{3\pi}{4} + \alpha\right)} = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha + \sin \alpha} = \cos \alpha$$

$$\frac{\tan \alpha + 1}{\tan \alpha + \tan \alpha} = \frac{\frac{1}{2} + 1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = \frac{1.5}{1} = 1.5 = \frac{3}{2}$$

مسئله: زوایای زیر را بر حسب $^\circ$ بنویسید.

$$+ \cos 105^\circ = \cos(90^\circ + 15^\circ) = -\sin 15^\circ$$

$$\tan 145^\circ = \tan(180^\circ - 35^\circ) = -\tan 35^\circ$$

$$\sin 145^\circ = \sin(180^\circ - 35^\circ) = \sin 35^\circ$$

$$\cos 205^\circ = \cos(180^\circ + 25^\circ) = -\cos 25^\circ$$

$$\sin 245^\circ = \sin(180^\circ + 65^\circ) = -\sin 65^\circ$$

مسئله: اگر $\cot 15^\circ = a$ حاصل عبارت زیر را بیابید.

$$\frac{\sin 75^\circ}{\cos 105^\circ + \cos 225^\circ} = \frac{\sin(90^\circ - 15^\circ)}{\cos(90^\circ + 15^\circ) + \cos(180^\circ - 45^\circ)} = \frac{\cos 15^\circ}{-\sin 15^\circ - \sin 45^\circ}$$

$$\frac{\cos 15^\circ}{-\sin 15^\circ} = -\frac{1}{\tan 15^\circ} = -\frac{a}{r}$$

ر.

$$Vr_0 < Vd_0 < 11_0$$

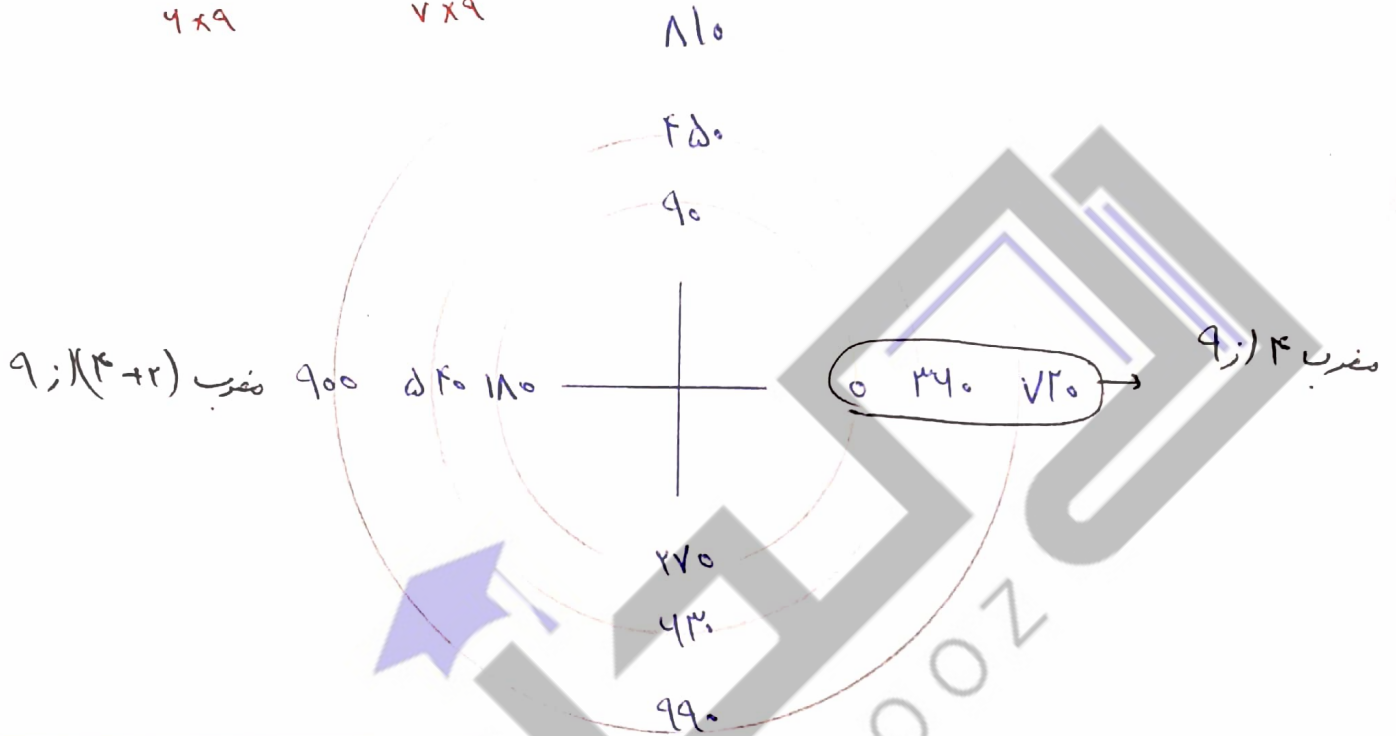
$$r_0 < r_4 < d_0$$

$$4r_0 < 4r_4 < Vr_0$$

$$r \times 9 \qquad 1 \times 9$$

$$d_0 < d_4 < 4r_0$$

$$r \times 9 \qquad r \times 9$$



$$(\tan r_0 = r_4)$$

حاصل عبارت زیر را بیابید. 9r

$$\frac{\sin 2d_0 + \sin 2e_0}{\cos d_0 - \cos 11_0}$$

$$\frac{\sin(27_0 - r_0) + \sin(17_0 - r_0)}{\cos(5r_0 + r_0) - \cos(9_0 + r_0)}$$

$$\frac{-\cos r_0 - \sin r_0}{-\cos r_0 + \sin r_0} = \frac{\cos r_0}{\sin r_0}$$

$$\frac{-1 - \tan r_0}{-1 + \tan r_0} = \frac{-1 - r_4}{-1 + r_4} = \frac{-1 - r_4}{-1 + r_4} = \frac{1 + r_4}{1 - r_4}$$

ر۱

$$\cos\left(-\frac{\pi}{\alpha}\right) = \cos\frac{\pi}{\alpha}$$

$$\sin(-r) = -\sin r$$

$$\cos(-\alpha - \beta) = \cos(-(\alpha + \beta)) = \cos(\alpha + \beta)$$

$$\sin^r(-x) = (-\sin x)^r = \sin^r x$$

$$\sin(-\alpha) \cdot \tan(-\beta) = -\sin \alpha \cdot -\tan \beta = \sin \alpha \tan \beta$$

$$\tan|x| = \begin{cases} \tan x & x > 0 \\ -\tan x & x < 0 \end{cases}$$

$$\cos|x| = \cos x$$

$$\begin{cases} -\cot \alpha = \cot(-\alpha) \\ -\tan \alpha = \tan(-\alpha) \\ -\sin \alpha = \sin(-\alpha) \end{cases}$$

$$\frac{\sin r}{\cos v} = 1$$

$$\frac{\cos \frac{\pi}{v} \times \cot \frac{r\pi}{\alpha}}{\tan \frac{\pi}{v} \times \sin \frac{\Delta\pi}{\Gamma\alpha}} = 1$$

$$\frac{\pi}{v} + \frac{\Delta\pi}{\Gamma\alpha} = \frac{v\pi}{\Gamma\alpha} = \frac{\pi}{\Gamma} \rightarrow$$

$$\frac{r\pi}{\alpha} + \frac{\pi}{v} = \frac{\Delta\pi}{\Gamma\alpha} = \frac{\pi}{\Gamma}$$

$$\frac{\sin\left(\frac{r\pi}{\Pi}\right) + \sin\left(\frac{q\pi}{\Pi}\right)}{\cos\frac{r\pi}{\Pi} - \cos\frac{q\pi}{\Pi}} = \frac{r \sin \frac{r\pi}{\Pi}}{r \cos \frac{r\pi}{\Pi}} = \tan \frac{r\pi}{\Pi}$$

$$\cos \alpha = \cos(\pi - \alpha)$$

حاصل عبارت زیر را بیابید.

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$x + \frac{\pi}{4} - \left(x - \frac{\pi}{4}\right) = x + \frac{\pi}{4} - x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

$$-\sin\left(-x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

$\theta = x$ $\sin \alpha = \cos \beta$

$$\textcircled{1} \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \quad (\alpha \pm \beta)$$

$$\textcircled{2} \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\textcircled{3} \tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\textcircled{\text{مثال}} \sin 4x = \sin(2x + 2x) = \sin 2x \cos 2x + \cos 2x \sin 2x$$

$$\therefore \sin 4x = \sin(2x - 2x) = \sin 2x \cos 2x - \cos 2x \sin 2x$$

$$\cos 4x = \cos(2x + 2x) = \cos 2x \cos 2x - \sin 2x \sin 2x$$

۲۳

مسال

1) sin ۲x cos ۳x + c.s ۳x sin ۲x = sin ۵x

2) cos ۲x sin ۳x - sin ۲x cos ۳x =

sin ۳x cos ۲x - c.s ۳x sin ۲x = sin (۳x - ۲x) = sin x

3) c.s ۲x cos x + sin ۲x sin x = cos (۲x - x) = c.s x

4) sin ۲x sin ۳x - c.s ۳x c.s ۲x = -c.s ۵x
- (c.s ۳x c.s ۲x - sin ۳x sin ۲x)

cos ۷x + sin ۲x - sin ۴x = ?

مسال : حاصل

↓
cos (۲x + ۴x) + sin ۲x sin ۴x =

c.s ۲x c.s ۴x - sin ۲x sin ۴x + sin ۲x sin ۴x = c.s ۲x c.s ۴x

sin (x + π/۳) + sin (x - π/۳) = ?

مسال : حاصل

sin x cos π/۳ + c.s x sin π/۳ + sin x cos π/۳ - c.s x sin π/۳
= ۲ sin x c.s π/۳ = ۲ sin x x 1/۲ = sin x

۲ sin x c.s π/۳ = -1

مسال : حل

sin (x + π/۳) = ? → sin x cos π/۳ + c.s x sin π/۳
= (sin x)(√۳/۲) + c.s x (1/۲) = √۳/۲ (sin x + c.s x)

رے

$$(\sin x + c \cdot s x)^r = \underbrace{\sin^r x + c \cdot s^r x} + r \sin^{r-1} x c \cdot s x$$

$$(\sin x + c \cdot s x)^r = 1 - \frac{1}{r} = \frac{1}{r}$$

$$\sin x + c \cdot s x = \pm \frac{1}{\sqrt{r}}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\sqrt{r}}{r}\right) (\pm \sqrt{\frac{r}{r}}) = \pm \frac{1}{r}$$

سوال: ال

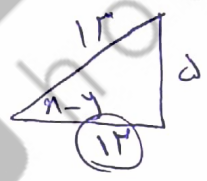
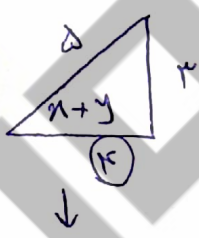
$$\sin(x-y) = \frac{\Delta}{13} \quad , \quad \sin(x+y) = \frac{r}{\Delta}$$

و $\frac{\pi}{2} < y < x < \frac{\pi}{r}$ حاص $\sin x$ و $\sin y$ (بیابید)

ربع دوم $\rightarrow x+y$

$$\sin[(x+y) + (x-y)] =$$

$$\sin(x+y) \cos(x-y) + \cos(x+y) \sin(x-y) = \frac{14}{4\Delta}$$



$$\cos(x+y) = \frac{\Delta}{r}$$

$$\cos(x-y) = \frac{13}{\Delta}$$

$$\frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = \frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} = \tan\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$$

3

$$\frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha} = \frac{1 - \tan \alpha}{1 + \tan \alpha} = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

$$\frac{\sin 15^\circ + \cos 15^\circ}{\sin 15^\circ - \cos 15^\circ} = \frac{\cos 15^\circ + \sin 15^\circ}{-(\cos 15^\circ - \sin 15^\circ)} = -\tan\left(\frac{\pi}{2} + 15^\circ\right) = -\tan 45^\circ = -\sqrt{3}$$

$$\frac{\sin 75^\circ - \cos 75^\circ}{\sin 75^\circ + \cos 75^\circ} = \frac{-(\cos 75^\circ - \sin 75^\circ)}{\cos 75^\circ + \sin 75^\circ} = -\tan\left(\frac{\pi}{2} - 75^\circ\right) = -\tan(-15^\circ) = \sqrt{3}$$

$$\frac{\cos 10^\circ - \sin 10^\circ}{\cos 10^\circ + \sin 10^\circ} = \tan\left(\frac{\pi}{2} - 10^\circ\right) = \tan 80^\circ$$

$$\sin x - \cos x = b$$

$$\sin x + \cos x = a$$

سؤال: آل

$$\tan\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = ?$$

حاصل عبارت زیر؟

$$\rightarrow -\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -\frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} = -\frac{-b}{a}$$

$$= \frac{b}{a}$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = ? \quad \text{ob} \quad \tan\left(\frac{\pi}{r} - \alpha\right) = \frac{r}{r}$$

لقد (۸۸) آل

$$\rightarrow \frac{1 - \tan \alpha}{1 + \tan \alpha} = \frac{1 - \frac{r}{r}}{1 + \frac{r}{r}} = -\frac{1}{2}$$

$\cot \alpha = \frac{r}{r}$

۲۶

$$|\cos(\underbrace{\alpha - \beta}_{\Delta})|$$

$$\tan(\underbrace{\alpha + \beta}_{\square}) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

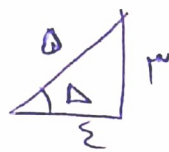
مثال مهم: آله

کدام است!

$$\alpha + \beta + \alpha - \beta = 2\alpha$$

$$\Delta + \square = 2\alpha \rightarrow \Delta = 2\alpha - \square$$

$$\tan \Delta = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \square\right) = \frac{1 - \tan \square}{1 + \tan \square} = \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + \frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$



$$\rightarrow |\cos \Delta| = \frac{r}{\Delta} = \frac{r}{\frac{4}{\sqrt{3}}}$$

نتیجه:

$$\underbrace{\tan \alpha + \tan \beta}_s + \underbrace{\tan(\alpha + \beta)}_{\text{ضرب}} \cdot \underbrace{\tan \alpha \cdot \tan \beta}_p = \underbrace{\tan(\alpha + \beta)}_{\text{ضرب}}$$

مثال

$$\tan 45^\circ + \tan 45^\circ + \tan 45^\circ \tan 45^\circ = 1$$

$$\tan 90^\circ + \tan 90^\circ - \tan 90^\circ \tan 90^\circ = -1$$

$$90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \quad \tan 180^\circ = -1$$

$$\tan 45^\circ + \tan 45^\circ + \sqrt{3} \tan 45^\circ \tan 45^\circ = \sqrt{3}$$

$$45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$$

$\frac{r}{v}$

$$r = (1 + \tan 1\lambda)(1 + \tan 2v)$$

حاصل عبارت

$$1 + \underbrace{\tan r v + \tan 1\lambda}_p + \underbrace{\tan 1\lambda \tan r v}_q = 1 + 1 = 2$$

$$r v + 1\lambda = 2\delta \rightarrow \tan 2\delta = 1$$

$$\tan \delta + \tan 1\lambda - \tan \delta \tan 1\lambda = (-1) \quad \text{حاصل}$$

$$\delta + 1\lambda = 135 \rightarrow \tan 135 = -1$$

(رابطه مجموع)

$$(1) \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta \quad \text{جزء اول سینوس مجموع}$$

$$(2) \sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \sin \beta \quad \text{جزء دوم سینوس مجموع}$$

$$(3) \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \cos \beta \quad \text{جزء اول کوسین مجموع}$$

$$(4) \cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) = -2 \sin \alpha \sin \beta$$

$$2 \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) =$$

سؤال:

$$\frac{2}{r} \times 2 \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) \rightarrow \frac{4}{r} \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4} + \alpha - \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4} - \left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)\right)$$
$$= \frac{4}{r} (\sin 2\alpha - \sin \frac{\pi}{2})$$

$$2 \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha + \frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \cos\left|\frac{\pi}{2} + \alpha - \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\right|$$
$$= \cos \frac{\pi}{2} + \cos 2\alpha = \cos 2\alpha$$

$\frac{r}{r}$

$$\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = r \cos \alpha \sin \frac{\pi}{4} = c \cdot s \alpha$$

$$\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = r \sin \alpha \cos \frac{\pi}{4} = \sqrt{r} \sin \alpha$$

نتیجه:

$$\tan \alpha + \tan \gamma = \frac{\sin(\alpha + \gamma)}{\cos \alpha \cos \gamma}$$

$$\tan \alpha - \tan \gamma = \frac{\sin(\alpha - \gamma)}{\cos \alpha \cos \gamma}$$

سؤال

ساده شده عبارت زیر کدام است؟

$$\frac{\tan \alpha + \tan \beta}{\tan \alpha - \tan \beta} = \frac{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\sin \beta}{\cos \beta}}{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\sin \beta}{\cos \beta}} = 1$$

$$\sin r \alpha = \begin{cases} r \sin \alpha \cos \alpha \\ \frac{r \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \end{cases}$$

$$(\sin \alpha \pm \cos \alpha)^2 = 1 \pm \sin 2\alpha$$

$$\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{r}{\sin r \alpha}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 - \frac{r}{r} \sin^2 r \alpha$$

$$\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = 1 - \frac{r}{r} \sin^2 r \alpha$$

$$\cot \alpha - \tan \alpha = r \cot r \alpha$$

۲۹

$$\frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha} = \tan^2 \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right)$$

$$\frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha} = \tan^2 \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right)$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ r \cos^2 \alpha - 1 \\ 1 - r \sin^2 \alpha \\ \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \end{cases}$$

روابط: $\cos 2\alpha$

روابط طولانی =

$$\begin{cases} r \sin^2 \alpha = 1 - \cos 2\alpha \\ r \cos^2 \alpha = 1 + \cos 2\alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{r} \\ \cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{r} \end{cases}$$

$$\tan^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}$$

① $\sin \alpha = \frac{r \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$

② $\tan \alpha = \frac{r \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$: مقایسه روابط

③ $\cos 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$

④ $\tan \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) = \frac{1 - \tan \alpha}{1 + \tan \alpha}$

ر.

$$\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{r} (r \sin \alpha \cos \alpha) = \frac{1}{r} \sin 2\alpha$$

$$= \frac{1}{r} \sin \frac{\pi}{2} = \frac{1}{r}$$

(مطلوب)

$$\frac{\tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{\textcircled{1} \tan \alpha}{\textcircled{2} (1 + \tan^2 \alpha)} = \frac{1}{r} \sin \frac{\pi}{2} = \frac{1}{r}$$

$$\sin^r \frac{\pi}{1r} + \cos^r \frac{\pi}{1r} = 1 - \frac{r}{r} \sin^r (r \times \frac{\pi}{1r}) = 1 - \frac{1}{r} (\frac{1}{r})^r$$

$$= \frac{r}{r}$$

المطلوب: $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{r}$ $\alpha = \frac{\pi}{2}$

$$\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{r}{\sin r \alpha} = \frac{r}{\frac{r}{r}} = \frac{r}{r} \rightarrow \sin r \alpha = \frac{r}{r}$$

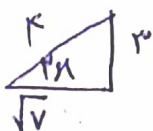
$$\sin^r \alpha + \cos^r \alpha = 1 - \frac{r}{r} \sin^r r \alpha = 1 - \frac{r}{r} (\frac{r}{r})^r$$

$$\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = 1 - \frac{r}{r} \sin^r r \alpha = 1 - \frac{r}{r} (\frac{r}{r})^r$$

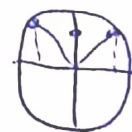
$$\sin \alpha + \cos \alpha = \pm \sqrt{1 + \sin r \alpha} = \pm \sqrt{1 + \frac{r}{r}}$$

$$\tan^r (\frac{\pi}{r} + \alpha) = \frac{1 + \sin r \alpha}{1 - \sin r \alpha} = \frac{1 + \frac{r}{r}}{1 - \frac{r}{r}}$$

$$\cos r \alpha = \pm \frac{\sqrt{r}}{r}$$



$\sin r \alpha > 0$
 $\ominus \cos r \alpha \quad \oplus \cos r \alpha$



تجربہ ۹۵: اگر $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{r}$ باہر مقدار عبارت زیر کا ام است؟

نقصیہ مستقیم
 $\cos(\frac{3\pi}{4} - \alpha)$

\downarrow
 $-\sin 2\alpha = -\frac{3}{2}$

L
 توان

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - r \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2}$

$-\sin 2\alpha = \frac{1}{2} - 1$

$\sin 2\alpha = \frac{3}{2}$

$\frac{(1 + \tan^2 \theta)(1 + \cot^2 \theta)}{1 - \sin^2 \theta - \cos^2 \theta} = ?$

فکر ۹۱: د سارہ شدہ کسر

$= \frac{\frac{1}{\cos^2 \theta} \times \frac{1}{\sin^2 \theta}}{\cancel{\cos^2 \theta} - \cancel{\cos^2 \theta}} = \frac{1}{\sin^2 \theta \cos^2 \theta} = \frac{1}{(\sin \theta \cos \theta)^2}$

$= \frac{1}{\frac{1}{14} (2 \sin \theta \cos \theta)^2} = \frac{14}{(\sin 2\theta)^2} = 14 (\sin 2\theta)^{-2}$

$\sin^3 \alpha \cos^3 \alpha - \cos^3 \alpha \sin^3 \alpha$

سوال

$= \sin^3 \alpha \cos^3 \alpha (\cos^3 \alpha - \sin^3 \alpha)$

$= \frac{1}{r} \sin^3 \alpha (\cos^3 \alpha) = \frac{1}{r} \sin^3 \alpha = \frac{1}{r}$

$\frac{\tan^3 \alpha - \tan \alpha}{(1 + \tan^2 \alpha)^2} = \frac{\tan \alpha (1 - \tan^2 \alpha)}{(1 + \tan^2 \alpha)(1 + \tan^2 \alpha)}$

سوال

$\frac{1}{r} \sin^3 \alpha \cos^3 \alpha = \frac{1}{r} \sin^3 \alpha = \frac{1}{r}$

۳۲

$r = r \cos \alpha$ مقدار $\tan \frac{2\pi}{3} \sin(\frac{2\pi}{3} - \alpha) = 1$ ال (۸۸)

$(-\sqrt{3})(-\cos \alpha) = 1 \rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$r \cos \alpha = r \cos^2 \alpha - 1 = r \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - 1 = \frac{r}{3} - 1 = -\frac{1}{3}$

$r = r \cos^2 \alpha$ مقدار $\sin \alpha = \frac{r}{9}$ ال (۸۹)

$\cos^2 \alpha = 1 - r \sin^2 \alpha = 1 - r \left(\frac{r}{9}\right) = \frac{1}{9}$

$= r \left(\frac{1}{9}\right)^2 - 1 = \frac{r}{81} - 1 = -\frac{70}{81}$

$\cos \alpha \cdot (\tan \alpha + \tan \beta)$ ساده شده عبارت زیر کدام است؟ ال (۹۰)

$\cos \alpha \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha = \frac{r \sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{r \sin \alpha}{\cos \alpha}$

$\cos \left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) + \cos \left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{r}{3}$ ال (۹۱)

مقدار $\cos \alpha$ را بیابید.

$r \cos \alpha \cos \frac{\pi}{3} = \frac{r}{3}$

$r \cos \alpha \times \frac{1}{2} = \frac{r}{3} \rightarrow \cos \alpha = \frac{2}{3}$

$\cos \alpha = r \cos^2 \alpha - 1 = r \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 1 = \frac{4r}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$

سوال ۹۰ خلاصه شده عبارت $\rho = \tan 2\theta (1 + c \cdot s 2\theta)$ ؟

$$\tan 2\theta (1 + r c \cdot s 2\theta - 1) = \frac{\sin 2\theta}{c \cdot s 2\theta} \times r c \cdot s 2\theta$$

$$= r \sin 2\theta \cdot c \cdot s 2\theta = \sin 4\theta$$

سوال ۹۱ اگر $\frac{\sin \alpha}{1 + c \cdot s \alpha} = \frac{1}{r}$ باشد مقدار عبارت زیر کدام است ؟

$$\tan\left(\frac{\pi}{r} + \frac{\alpha}{r}\right) = -\cot \frac{\alpha}{r}$$

$$\frac{\sin \alpha}{1 + c \cdot s \alpha} = \frac{1}{r} \Rightarrow \frac{r \sin \frac{\alpha}{r} c \cdot s \frac{\alpha}{r}}{1 + r c \cdot s \frac{\alpha}{r} - 1} = \frac{\sin \frac{\alpha}{r}}{c \cdot s \frac{\alpha}{r}} = \frac{1}{r}$$

$$\Rightarrow \tan \frac{\alpha}{r} = \frac{1}{r} \rightarrow -\cot \frac{\alpha}{r} = -r$$

سوال ۹۲ اگر $c \cdot s 2\theta = 2$ و $\sqrt{\tan \theta} + \sqrt{\cot \theta} = \sqrt{5}$ باشد

$$\tan \theta + \cot \theta + r \sqrt{\tan \theta \cot \theta} = 5$$

$$\tan \theta + \cot \theta = 3$$

$$\frac{r}{\sin 2\theta} = 3 \rightarrow \sin 2\theta = \frac{r}{3}$$

$$c \cdot s 2\theta = 2 \quad 1 - r \sin^2 2\theta = 1 - r \left(\frac{r}{3}\right)^2 = 1 - \frac{r^3}{9} = \frac{1}{9}$$



٢٤

! = $\sin r\alpha$ مقدار $\alpha - \beta = \frac{\pi}{2}$, $\tan \beta = \frac{1}{r}$ ال (٩٢)

$\frac{\sqrt{2}}{2} \mid \frac{1}{\sqrt{2}}$
 $\frac{1}{\sqrt{2}} \mid \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\alpha - \beta = \frac{\pi}{2} \xrightarrow{\times r} r\alpha - r\beta = \frac{\pi}{r}$

$r\alpha = \frac{\pi}{r} + r\beta \xrightarrow{\sin} \sin r\alpha = \sin\left(\frac{\pi}{r} + r\beta\right)$

$\rightarrow \sin r\alpha = \cos r\beta$

$= \frac{1 - \tan^2 \beta}{1 + \tan^2 \beta} = \frac{1 - \frac{1}{r^2}}{1 + \frac{1}{r^2}} = \frac{r^2}{r^2 + 1}$

! = $\left| \tan \frac{\alpha}{r} \right|$ α درج دوم باشد حاص $\sin \alpha = \frac{r\sqrt{r}}{r}$ ال (٩٣)

$\cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{r\sqrt{r}}{r}\right)^2 = 1 - \frac{r}{r} = \frac{1}{r} \rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{r}}$

$\xrightarrow{r} \cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{r}}$

روابط ملای $\tan^2 \frac{\alpha}{r} = \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha} \Rightarrow \tan^2 \frac{\alpha}{r} = \frac{1 + \frac{1}{\sqrt{r}}}{1 - \frac{1}{\sqrt{r}}} = \frac{r}{r-1} = r$

$\left| \tan \frac{\alpha}{r} \right| = \sqrt{r}$

! $\tan r\alpha$ چه قدر است! $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{1}{\sqrt{r}}$ ال (٩٤)

$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{1 - \tan \alpha}{1 + \tan \alpha} = \frac{1}{\sqrt{r}} \rightarrow \sqrt{r} - \sqrt{r} \tan \alpha = 1 + \tan \alpha$

$\rightarrow r = 4 \tan \alpha \rightarrow \tan \alpha = \frac{r}{4}$

۳۵

$$\tan r\alpha = \frac{r \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{r \left(\frac{r}{3}\right)}{1 - \left(\frac{r}{3}\right)^2} = \frac{\frac{r}{3}}{1 - \frac{r}{9}} = \frac{1r}{8} = r, 8$$

الدر (۹۴) $\tan \frac{\alpha}{r} - \cot \frac{\alpha}{r} = 1$

↓
 $-r \cot \alpha = 1$
 $\cot \alpha = -\frac{1}{r} \rightarrow \tan \alpha = -r$

در این صورت $\cot \alpha - \tan \alpha = r \cot \alpha$

$$\tan r\alpha = \frac{r \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{r(-r)}{1 - r^2} = \frac{-r}{-3} = \frac{r}{3}$$

تجربی ۹۴: الدر $\tan \frac{\alpha}{r} - \cot \frac{\alpha}{r} = ?$ مقدار $\tan \alpha = \frac{r}{3}$

↓
 $-r \cot \alpha = ?$

$$-r \left(\frac{3}{r}\right) = -\frac{4}{r} = -\frac{r}{r}$$

$-\frac{r}{r}$	$\frac{r}{r}$
$-\frac{r}{r}$	$\frac{r}{r}$
Σ	$\frac{r}{r}$

تجربی ۹۴ خ: الدر $\cos \alpha = \frac{\sqrt{r}}{3}$ و انتهای α در ربع دوم باشد مقدار $\sin \alpha = r \cdot \cos \alpha$

۳۷ سوال $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = ?$

$\frac{r}{r}$	$\frac{1}{r}$
$\frac{1}{r}$	$-\frac{r}{r}$

$$-(-r \sin \frac{\pi}{2} \sin \alpha) = r \frac{\sqrt{r}}{r} \sin \alpha = \sqrt{r} \sin \alpha$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{r}{9}} = \sqrt{\frac{r}{9}} = \frac{\sqrt{r}}{3}$$

$$= \sqrt{r} \left(1 - \left(\frac{\sqrt{r}}{3}\right)^2\right)$$

$$\sqrt{r} \left(\sqrt{1 - \frac{r}{9}}\right)$$

$$\sqrt{r} \left(\frac{\sqrt{r}}{3}\right) = \frac{r}{3}$$

۳۴

تجربہ ۹۷: متعین عبارت $\sin^4 x + \cos^4 x$ بہ (زای) $\frac{\pi}{\lambda} = x$ کا ام امت؟

1	1/2
-1/2	-1

$$(\sin^4 x + \cos^4 x)' = (1 - \frac{2}{\Sigma} \sin^2 2x)'$$

$$= -\frac{1}{\Sigma} (2)(2 \cos 2x)(\sin 2x)$$

$$= -2 \cos \frac{\pi}{2} \sin \frac{\pi}{2} = -2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= -1$$

$$\sin \Delta x \cos 3x - \cos \Delta x \sin 3x = \frac{2}{3}$$

تجربہ ۹۷: از رابطہ

1/9	1/3
2/9	2/9

مقدار $\cos 2x$ ؟

$$\sin(\Delta x - 3x) = \frac{2}{3}$$

$$\sin 2x = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$= 1 - 2 \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1 - \frac{8}{9} = \frac{1}{9}$$

تجربہ ۹۸: حاصل عبارت $\sin\left(\frac{17\pi}{3}\right) \cos\left(-\frac{17\pi}{4}\right) + \tan\left(\frac{19\pi}{8}\right) \sin\left(-\frac{11\pi}{4}\right)$ = ?

1	1/2
-1/2	-1

$$\sin \frac{17\pi}{3} \rightarrow -\sin \frac{\pi}{3} = \left[-\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$$

۴ × ۶۰ کیا علامت ناحیہ؟

۱۲ × ۶۰ دو دور

۱۸ × ۶۰ سے دو دور

→ از ۳ دور ۶۰ کم → نامیہ ۴

$$\therefore \sin \frac{17\pi}{3} = \sin\left(\frac{18\pi - \pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{4\pi}{3} - \frac{\pi}{3}\right) = -\sin \frac{\pi}{3}$$

$$\cos\left(-\frac{17\pi}{4}\right) = \cos \frac{17\pi}{4} = -\cos \frac{\pi}{4} = \left[-\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$$

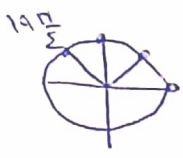
۱۷ × ۴ = ۵۱ → ۵۲ میل → نامیہ ۱

۲۷

$$\tan \frac{19\pi}{8} = -\tan \frac{\pi}{8} = -1$$

۱۸۰ درجه

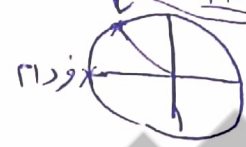
۱۴۰ درجه



ربع

یا $\tan\left(\frac{2\pi + \pi}{8}\right) =$

$\tan\left(\frac{3\pi}{8}\right)$



$$\sin\left(-\frac{11\pi}{8}\right) = -\sin \frac{11\pi}{8} = -\sin 135^\circ = -(-\sin 45^\circ)$$

$$\Rightarrow \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + (-1)\left(+\frac{1}{2}\right) = \frac{2}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \quad \checkmark$$

$\sqrt{1 + \tan^2 x} (\sin^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 x)$ حاصل $\frac{\pi}{8} < x < \frac{3\pi}{8}$

تجربی ۹۸: اگر

کدام است؟

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 x}}$$

$$\left(2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \sin^2 x\right)$$

cos x	sin x
-cos x	-sin x

$$= \frac{1}{|\cos x|} (1 - \sin^2 x) = \frac{\cos^2 x}{-\cos x} = -\cos x$$



$$\frac{\tan x}{\sqrt{1 + \tan^2 x}} \left(\frac{1}{\sin x} - \sin x\right)$$

تجربی ۹۸ خ: اگر $\frac{\pi}{8} < x < \frac{3\pi}{8}$ حاصل

-cos x	cos^2 x
cos x	-cos^2 x

کدام است؟

$$\frac{\frac{\sin x}{\cos x}}{1} \left(\frac{1 - \sin^2 x}{\sin x}\right) = \frac{\sin x}{\cos x} \times \left(\frac{\cos^2 x}{\sin x}\right) = -\cos^2 x$$

۲) نامبر | cos x |

تجربی ۹۸ خ: اگر $\tan \alpha = \frac{4}{3}$ و انتهای کمان α در ربع سوم باشد حاصل عبارت زیر کدام است؟

نامبر ۲

$$\sin\left(\frac{9\pi}{4} + \alpha\right) \cos\left(\frac{7\pi}{4} - \alpha\right) - \tan\left(\alpha - \frac{3\pi}{4}\right)$$

نامبر ۳

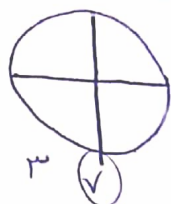
$$(+ \cos \alpha) (-\sin \alpha) + \cot \alpha$$

نامبر ۴

$$-\frac{1}{r} \sin^2 \alpha + \cot \alpha$$

$$-\frac{1}{r} \left(\frac{r \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \right) + \cot \alpha$$

$$= -\frac{1}{r} \left(\frac{r \left(\frac{4}{3}\right)}{1 + \frac{16}{9}} \right) + \frac{r}{2} = \frac{1}{27}$$



با $\frac{4}{3}$

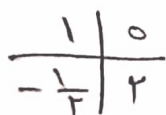
$$\tan \alpha = \frac{4}{3} \rightarrow 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow 1 + \frac{16}{9} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{9}{25} \rightarrow \cos \alpha = -\frac{3}{5}, \sin \alpha = -\frac{4}{5}$$

$$-\cos \alpha \sin \alpha + \cot \alpha = -\left(-\frac{3}{5} \times -\frac{4}{5}\right) + \frac{3}{4}$$

$$-\frac{12}{25} + \frac{3}{4} = \frac{-48 + 75}{100} = \frac{27}{100}$$

تجربی ۹۹: حاصل عبارت $\tan 40^\circ \cos 70^\circ + \tan 70^\circ \sin 40^\circ$ کدام است؟



نامبر ۱

$$40^\circ \rightarrow 40^\circ \rightarrow -\tan 40^\circ = -\sqrt{3}$$

نامبر ۲

$$\cos 70^\circ \rightarrow 1 \cdot + 2 \cdot \rightarrow -\cos 70^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

تجربی ۹۹ = حاصل عبارت

۳۹

$$\tan 110^\circ = \tan(\underbrace{180^\circ}_{3\pi} - 70^\circ) = -\tan 70^\circ = -\sqrt{3}$$

$$\sin(110^\circ) = \sin(\underbrace{180^\circ}_{2\pi} - 70^\circ) = \sin 70^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow (-\sqrt{3})\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + (-\sqrt{3})\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \left(+\frac{3}{2}\right) - \frac{3}{2} = 0$$

($\tan 115^\circ$)($\tan -14^\circ$) - $\sin(109^\circ)\cos(155^\circ)$ تجربی ۳۹ : حاصل عبارت

$\cos^2 15^\circ$	$\sin^2 15^\circ$
$-\cos^2 15^\circ$	$-\sin^2 15^\circ$

$$\tan 115^\circ = \tan(\underbrace{180^\circ}_{2\pi} + 15^\circ) = -\cot 15^\circ$$

$$\tan(-14^\circ) = -\tan 14^\circ = -\tan(18^\circ - 14^\circ) = \tan 14^\circ$$

$$\sin(109^\circ) = \sin(180^\circ + 15^\circ) = \sin(4\pi + 15^\circ) = \sin 15^\circ$$

$$\cos 155^\circ = \cos(\underbrace{180^\circ}_{\pi} - 15^\circ) = -\sin 15^\circ$$

$$-\underbrace{\cot 15^\circ \tan 14^\circ}_{-1} - (\sin 15^\circ \times -\sin 15^\circ) = -1 + \sin^2 15^\circ = \boxed{-\cos^2 15^\circ}$$

$$\cot 15^\circ = \frac{1}{\tan 15^\circ}$$

۴

ریاضی ۹۹ $\tan \alpha, \tan \beta$ برابر باشند معادله $2x^2 + 3x - 1 = 0$

باشند $\tan(\alpha + \beta)$ کدام است؟

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{5}{1 - p} = \frac{-\frac{4}{3}}{1 + \frac{1}{3}}$$

مخرج $= -\frac{b}{a} = -\frac{3}{2}$

ضرب $p = \frac{c}{a} = -\frac{1}{2}$

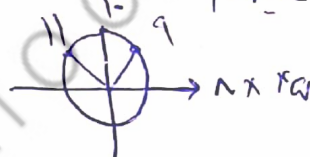
ریاضی ۹۹: اگر اشکالی بدان α در ربع دوم دایره مثلثاتی و $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{10}$ باشد

$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{5}$
$\frac{3}{5}$	$-\frac{4}{5}$

$\cos(\frac{11\pi}{2} + \alpha)$ کدام است؟

مقدار

\rightarrow 11×45

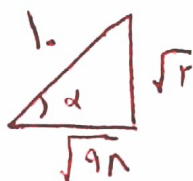


$$\cos(\frac{11\pi}{2} + \alpha) = -\cos 45 = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

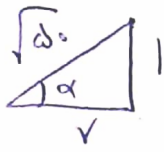
$$(\cos \frac{11\pi}{2}) \cdot (\cos \alpha) - (\sin \alpha) (\sin \frac{11\pi}{2})$$

$$(-\frac{\sqrt{2}}{2}) \cdot (-\frac{\sqrt{48}}{10}) - (\frac{\sqrt{2}}{10}) (\frac{\sqrt{2}}{10})$$

$$= \frac{14}{20} - \frac{1}{10} = 0.7 - 0.1 = 0.6 = \frac{3}{5}$$



ریاضی ۹۹ خ: اگر اشک کمان α در ربع اول دایره منتهای و $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$ باشد مقدار



$$\begin{array}{c|c} \frac{\sqrt{5}}{2} & \frac{1}{2} \\ \hline -\frac{\sqrt{5}}{2} & -\frac{1}{2} \end{array} \quad \sin\left(\frac{13\pi}{2} + \alpha\right) = ?$$

$$\frac{12\pi + \pi}{2} = 6\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow \text{نایب}$$

$$\sin\left(\frac{13\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\left(\frac{12\pi}{2}\right) \cos \alpha + \cos\left(\frac{12\pi}{2}\right) \sin \alpha$$

$$= -\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{5}} + \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$= -\frac{1}{\sqrt{10}} - \frac{1}{\sqrt{10}} = -\frac{2}{\sqrt{10}} = -\frac{\sqrt{10}}{5}$$

روش دوم

$$\sin\left(\frac{13\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\left(\frac{12\pi + \pi}{2} + \alpha\right) = \sin\left(6\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha\right)$$

$$= -\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha\right)$$

$$= -\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{1}$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}, \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

کدام است؟ $\tan \frac{11\pi}{2} + \sin \frac{15\pi}{2} \cos \frac{13\pi}{2}$

ریاضی ۹۸: حاصل عبارت

$$\frac{12\pi - \pi}{2} = 6\pi - \frac{\pi}{2} \rightarrow \text{نایب}$$

$$\begin{array}{c|c} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \hline -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{array}$$

$$\tan \frac{11\pi}{2} = -\tan \frac{\pi}{2} = -1$$

$$\begin{aligned} \sin \frac{15\pi}{2} &= \sin\left(\frac{14\pi - \pi}{2}\right) = \sin\left(7\pi - \frac{\pi}{2}\right) = -\sin \frac{\pi}{2} = -1 \\ \cos \frac{13\pi}{2} &= \cos\left(\frac{12\pi + \pi}{2}\right) = \cos\left(6\pi + \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} - 1 + \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \times -\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

ریاضی ۹۸ خ : حاصل عبارت

$$\tan \frac{17\pi}{4} \sin \frac{11\pi}{3} + \cos \frac{10\pi}{3}$$

$$17 \times 2 = 34$$

$$\frac{34}{3\pi} - \frac{3\pi}{3\pi} \rightarrow \text{باجه}$$

$$\frac{0}{\sqrt{3}} \mid \frac{-1}{1}$$

$$\tan \frac{17\pi}{4} = -\tan \frac{\pi}{4} = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$\sin \frac{11\pi}{3} = -\sin \frac{\pi}{3} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

44° →

$$17 - 4 = 13 \rightarrow 13\pi - \frac{\pi}{3} \rightarrow \text{باجه}$$

$$\text{باجه} \cos \frac{10\pi}{3} = -\cos \frac{\pi}{3} = \left(-\frac{1}{2}\right)$$

4.5:

$$\frac{9\pi + \pi}{3} = 3\pi + \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$$

$$\frac{\sqrt{4}}{2\sqrt{2}} \mid \frac{2}{2\sqrt{2}}$$

$$\frac{1}{\sin \Delta} - \frac{1}{\cos \Delta} = ?$$

ریاضی ۹۴ خ : حاصل

$$\frac{\cos \Delta - \sin \Delta}{\sin \Delta \cos \Delta} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \cos \Delta - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \Delta}{\frac{\sqrt{2}}{2} \sin \Delta \cos \Delta}$$

$$\frac{\cos \Delta \cos \Delta - \sin \Delta \sin \Delta}{\frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\sin \Delta}{2}} = \frac{\cos(\Delta + \Delta)}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \sin \Delta\right) \times \frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

حاصل $\frac{r \cos 40^\circ - 1}{\cos 20^\circ}$ کدام است؟

$$\frac{r \cos 40^\circ \cos 20^\circ - 1}{\cos 20^\circ} = \frac{r (\cos 40^\circ \cos 20^\circ) - 1}{\cos 20^\circ} \quad \begin{array}{c|c} r & 1 \\ \hline r \sin 20^\circ & \cos 20^\circ \end{array}$$

$$= \frac{r (\cos 40^\circ + \cos 20^\circ) - 1}{\cos 20^\circ} = \frac{r (\frac{1}{r} + \cos 20^\circ) - 1}{\cos 20^\circ} = \frac{1 + r \cos 20^\circ - 1}{\cos 20^\circ}$$

فرمول ۲۷

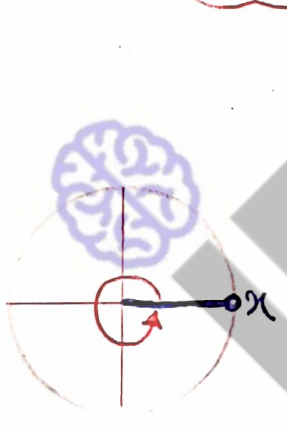
$$r \cos 40^\circ \cos 20^\circ = \cos 5 (r_+ + r_-) + \cos 5 (r_+ - r_-)$$

$$= \cos 20^\circ + \cos 20^\circ$$

معادلات مثلثاتی *

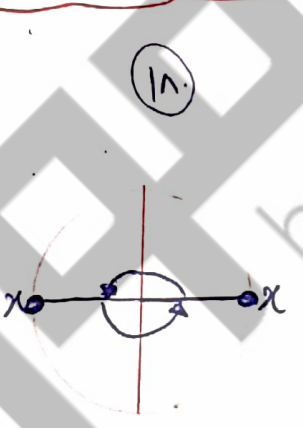
عقرب ۱۱۰

$$\alpha = \frac{2k\pi}{n} \rightarrow$$



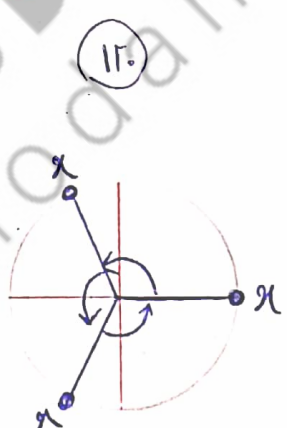
$$\alpha = \frac{2k\pi}{1}$$

عقرب یک دور



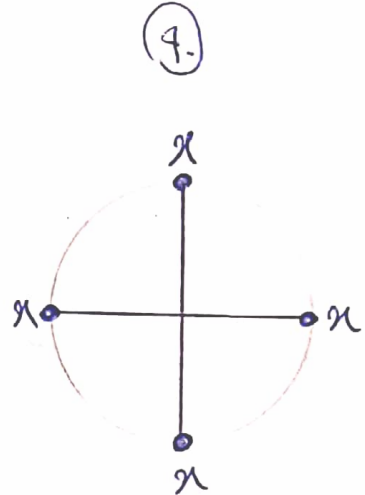
$$\alpha = \frac{2k\pi}{2}$$

عقرب ۲ دور



$$\alpha = \frac{2k\pi}{3}$$

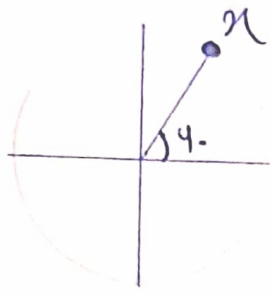
عقرب ۳ دور



$$\alpha = \frac{2k\pi}{4}$$

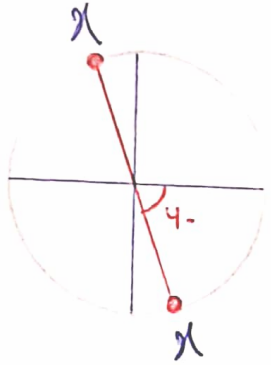
عقرب ۴ دور

(زاویه بین عقرب ها باید یکسان باشند)



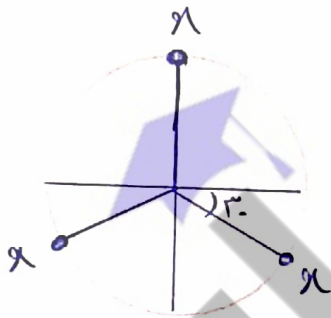
عقربه یک دور که ۴۰ درجه برسد

$$\alpha = \frac{2k\pi}{1} + \frac{\pi}{3}$$



عقربه ۲ دور که ۴۰ درجه برسد

$$\alpha = \frac{2k\pi}{2} - \frac{\pi}{3}$$

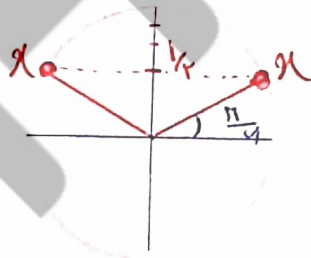


عقربه ۳ دور که ۳۰ درجه برسد

* و همیشه منهای آنجایی که از زاویه منفرد در می باشد *

$$\alpha = \frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$$

سؤال: $\sin \alpha = \frac{1}{2}$



عقربه ۲ دور است چون زاویه بین عقربه ها یکی نیست پس ۲ عقربه مجزای تک دور داریم

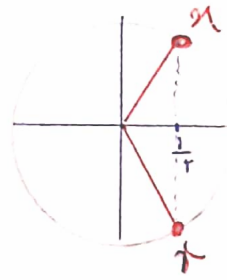
$$\alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{4}$$

$$\alpha = 2k\pi + \frac{5\pi}{4}$$

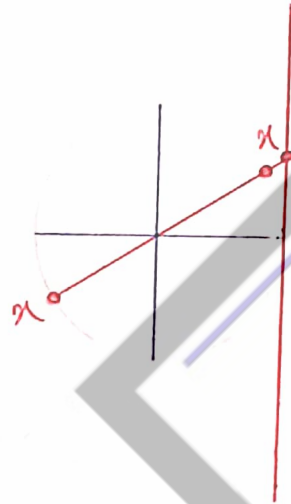
۴۵

$$\cos \alpha = \frac{1}{r}$$

$$\begin{cases} \alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{r} \\ \alpha = 2k\pi - \frac{\pi}{r} \end{cases}$$

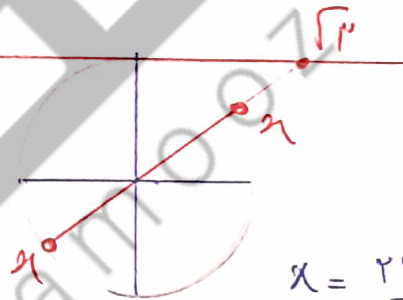


$$\tan \alpha = \frac{\sqrt{r^2 - 1}}{1}$$



$$\alpha = \frac{2k\pi}{r} + \frac{\pi}{4}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{r^2 - 1}$$



$$\alpha = \frac{2k\pi}{r} + \frac{\pi}{4}$$

$$r \sin^2 \alpha - \sin \alpha - 1 = 0$$

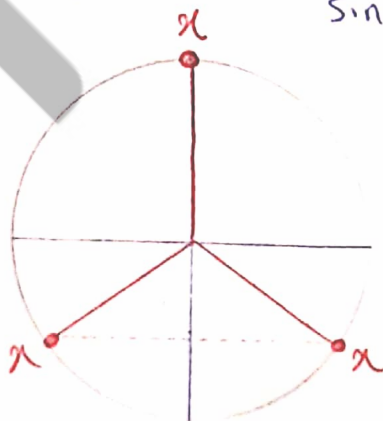
مثال: معادله زیر را حل کنید.

جمع ضرایب منفر

$$\rightarrow -\frac{1}{r}$$

$$\sin \alpha = 1$$

$$\sin \alpha = -\frac{1}{r}$$



عقرب ۳ سر

$$\alpha = \frac{2k\pi}{r} - \frac{\pi}{4}$$

۴۴

4. جواب کلی معادله معلّمات زیر کدام است!

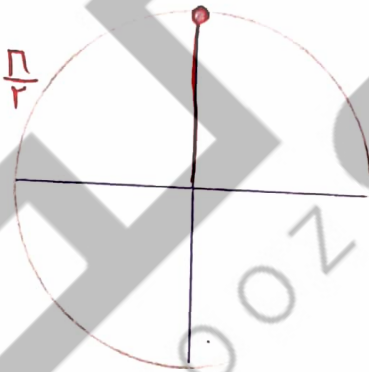
$$\sin(\pi + x) \cos\left(\frac{\pi}{r} + x\right) - r \sin(\pi - x) + 1 = 0$$

$2k\pi \pm \frac{\pi}{r}$	$2k\pi + \frac{\pi}{r}$
$2k\pi + \frac{\pi}{r}$	$2k\pi - \frac{\pi}{r}$

$$(-\sin x)(-\sin x) - r \sin x + 1 = 0$$

$$\sin^2 x - r \sin x + 1 = 0$$

$$\begin{aligned} \sin x = 1 \\ \sin x = 1 \end{aligned} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{r}$$



جواب کلی معادله معلّمات زیر کدام است!

۴۷

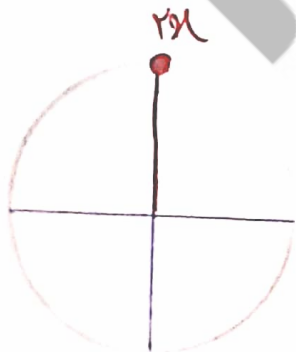
$$\sin \frac{\pi}{r} + \sin\left(\frac{\pi}{r} + x\right) \sin(\pi + x) = 0$$

$\frac{k\pi}{r} - \frac{\pi}{r}$	$\frac{k\pi}{r} + \frac{\pi}{r}$
$k\pi + \frac{\pi}{r}$	$k\pi - \frac{\pi}{r}$

$$\left(\frac{1}{r}\right) + (\cos x)(-\sin x) = 0$$

$$\frac{1}{r} = \cos x \sin x \xrightarrow{\times 2}$$

$$1 = 2 \sin x \cos x \Rightarrow \sin 2x = 1$$



\Rightarrow

$$2x = 2k\pi + \frac{\pi}{r}$$

$$x = k\pi + \frac{\pi}{2r}$$

۴۷

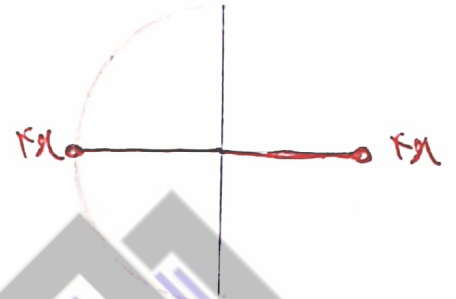
جواب کلی معادله مثلثاتی زیر کدام است؟ (۸۷)

$$c \cdot s^3 x \sin(\pi - x) - \sin^3 x \cos(\pi + x) = c \cdot s \frac{3\pi}{4}$$

$$c \cdot s^3 x \sin x - \sin^3 x \cos x = 0$$

$$\sin(3x + x) = 0 \Rightarrow \sin 4x = 0$$

$$4x = \frac{2k\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2}$$



جواب کلی معادله مثلثاتی زیر کدام است؟ (۸۸)

$$r \sin(\pi - x) \cos\left(\frac{3\pi}{4} + x\right) + r \cot x \sin(\pi + x) = 0$$

$$(r \sin x)(\sin x) + r \frac{\cos x}{\sin x} (-\sin x) = 0$$

$$r \sin^2 x - r \cos x = 0 \Rightarrow r(1 - \cos^2 x) - r \cos x = 0$$

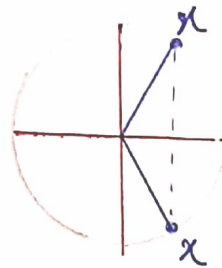
$$-r \cos^2 x - r \cos x + r = 0 \rightarrow \cos^2 x - \cos x - 1 = 0$$



$$\cos x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4(-1)}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\cos x = \frac{1}{2} \quad \checkmark$$

$$\cos x = -2 \quad \times$$



$$2k\pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

$$2k\pi - \frac{\pi}{3}$$

اعتبر تک لنگر

$\sin x = 0$ داخل مجموعه جواب آید

چون $\sin x$ به هفتاد و هشتاد و نه از ده نوسده آید

باید کم می نوسده

$\frac{r}{\lambda}$

95) جواب کلی معادله زیر به کدام صورت است؟

$$r \sin^2 \alpha + r \cos \alpha = 0$$

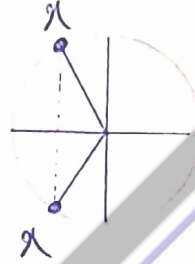
$$\frac{r k \pi \pm \frac{\pi}{4}}{k \pi - \frac{\pi}{4}} \mid \frac{r k \pi \pm \frac{\pi}{4}}{k \pi \pm \frac{\pi}{4}}$$

$$r(1 - \cos^2 \alpha) + r \cos \alpha = 0$$

$$-r \cos^2 \alpha + r \cos \alpha + r = 0 \Rightarrow \cos^2 \alpha + \cos \alpha - 1 = 0$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{-r} = -\frac{1}{r} \quad \checkmark$$

$$\cos \alpha = -\frac{r}{-r} = r \quad \times$$



$$\alpha = 2k\pi \pm \frac{\pi}{r}$$

$$\frac{k\pi}{r} + \frac{\pi}{\lambda} \mid \frac{k\pi}{r} - \frac{\pi}{\lambda}$$

$$k\pi + \frac{\pi}{\lambda} \mid k\pi - \frac{\pi}{\lambda}$$

96) جواب کلی معادله زیر به کدام صورت است؟

$$r \cos^2 \alpha + r \sin \alpha \cos \alpha = 1$$

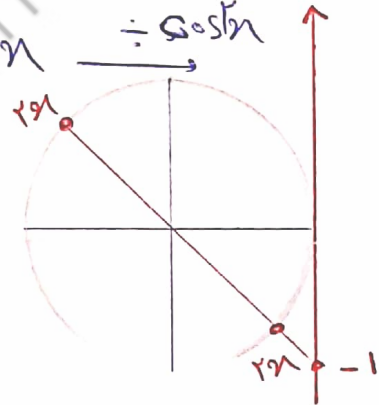
$$r \cos^2 \alpha - 1 + r \sin \alpha \cos \alpha = 0$$

$$\cos^2 \alpha + \sin \alpha \cos \alpha = 0$$

$$\sin \alpha \cos \alpha = -\cos^2 \alpha$$

$$\tan \alpha = -1$$

$\div \cos \alpha$



$$r \alpha = \frac{r k \pi}{r} - \frac{\pi}{\lambda}$$

$$\alpha = \frac{k \pi}{r} - \frac{\pi}{\lambda}$$

97) جواب کلی معادله مستطاتی به کدام صورت است؟ $\frac{r \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \sqrt{3}$

98) جواب کلی معادله مستطاتی

$$k\pi - \frac{\pi}{4} \mid \frac{k\pi}{r} + \frac{\pi}{4}$$

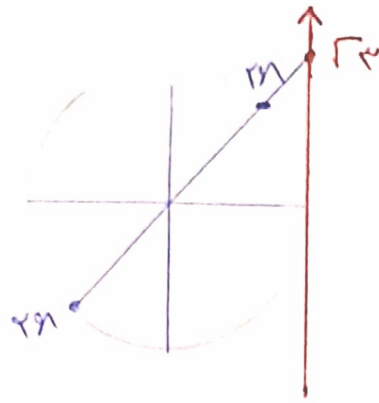
$$k\pi + \frac{\pi}{4} \mid \frac{k\pi}{r} - \frac{\pi}{4}$$

۴۹

$$\tan 2x = \sqrt{3}$$

$$2x = \frac{2k\pi}{2} + \frac{\pi}{3}$$

$$x = k\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$



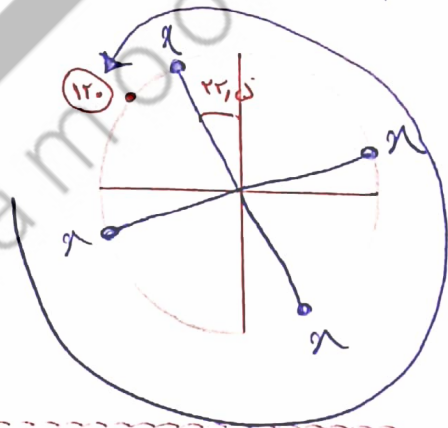
منوطاً به (۹۱) $y = 3 \sin(\frac{\pi}{2} - 2x)$ در بازه $[-\pi, \frac{2\pi}{3}]$ محورهای در صد کنند
 قطع می کنند؟

$$3 \sin(\frac{\pi}{2} - 2x) = 0 \Rightarrow \frac{\pi}{2} - 2x$$

$$- 3 \sin(2x - \frac{\pi}{2}) = 0 \rightarrow 2x - \frac{\pi}{2} = \frac{2k\pi}{2}$$

$$x = \frac{2k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

\downarrow محورهای
 \downarrow ۲، ۵
 جواب ۴



۹۰ جواب کلی معادله منتهای زیر کدام است؟

$$(\sin x - \tan x) \tan(\frac{3\pi}{4} - x) = \cos \frac{3\pi}{4}$$

\downarrow c.t x
 \downarrow -1/2

$k\pi - \frac{\pi}{4}$	$k\pi + \frac{\pi}{4}$
$2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$	$2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$

$$(\sin x - \tan x) c.t x = -\frac{1}{2}$$

$$(\sin x - \tan x) \frac{\cos x}{\sin x} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \cos x - 1 = -\frac{1}{2} \rightarrow \boxed{\cos x = \frac{1}{2}}$$

۵۰

۹۲) جواب کلی معادله سنجان زیر کدام است؟

$$\sin^2 x - \cos^2 x = \sin^2 \frac{\Delta \pi}{\Sigma}$$

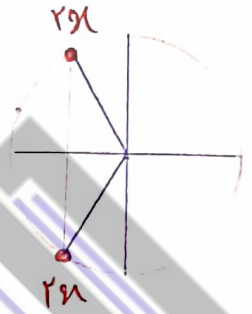
$$(\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^2 x + \cos^2 x) = \left(\frac{\sqrt{r}}{r}\right)^2$$

$$-\cos 2x = \frac{1}{r} \Rightarrow \cos 2x = -\frac{1}{r}$$

$$2x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$$

$$x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

$k\pi \pm \frac{\pi}{3}$	$k\pi \pm \frac{\pi}{4}$
$2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$	$2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$



۹۳) جواب کلی معادله زیر به کدام صورت است؟

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{r} \xrightarrow{\times 2}$$

$$2 \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -1$$

$$\cos\left(\begin{matrix} \text{جمع} \\ 2x \end{matrix}\right) + \cos\left(\begin{matrix} \text{تفاضل} \\ \frac{2\pi}{3} \end{matrix}\right) = -1$$

$$\cos 2x = -1 + \frac{1}{r} \rightarrow \cos 2x = -\frac{1}{r} \rightarrow \text{مانند شکل قبلی}$$

$$x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

$k\pi \pm \frac{\pi}{3}$	$k\pi + \frac{\pi}{4}$
$k\pi \pm \frac{\pi}{4}$	$k\pi - \frac{\pi}{3}$

$\cos x \neq 0$ $\cos 3x + \cos x = 0$ $\cos 3x + \cos x = 0$ $\cos 3x + \cos x = 0$

$$\cos(2x + x) + \cos(2x - x) = 0$$

$$2 \cos 2x \cos x = 0 \rightarrow \cos 2x = 0$$

$$2x = \frac{2k\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

۹۴) جواب کلی معادله

کدام است؟



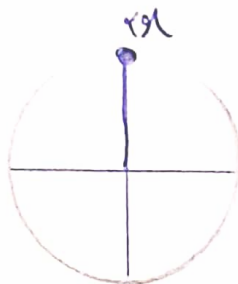
د

$$r \tan x \cdot c \cdot s^2 x = 1$$

جواب کلی معادله مستقامت زیر کد ام است! (۸۶)

$$\frac{2k\pi + \frac{\pi}{2}}{\Sigma} \quad \frac{k\pi + \frac{\pi}{2}}{\Sigma}$$

$$\frac{2k\pi - \frac{\pi}{2}}{\Sigma} \quad \frac{k\pi - \frac{\pi}{2}}{\Sigma}$$



$$r \frac{\sin x}{c \cdot s x} \cdot c \cdot s^2 x = 1$$

$$c \cdot s x = 0$$

$$r \sin x \cos x = 1 \rightarrow \sin 2x = 1 \rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$x = k\pi + \frac{\pi}{4}$$

جواب کلی معادله مستقامت زیر کد ام است! (محم)

$$\frac{\sin 3x + \sin x}{\sin x} = 1$$

$$\Rightarrow \sin 3x + \sin x = \sin x \rightarrow \sin 3x = 0$$

$$3x = \frac{2k\pi}{2} \rightarrow x = \frac{2k\pi}{6}$$

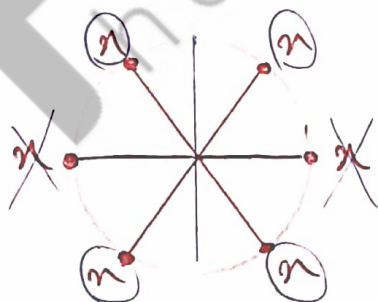
اعتبر ۶ سر



مخرج $\neq 0$.

\downarrow
 $\sin x \neq 0$

جایگایی که $\sin x = 0$ است باید حذف شوند



اعتبر ۲ سر
محذا

$$x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{2k\pi}{2}$$

نقاط پایا کجا جواب های معادله زیر روی دایره منتهای رأس های که لم حید منعی است؟

$$\frac{\sin x \cos x}{1 - \cos x} = 1 + \cos x$$

منتهای
دایره حید
مستطیل
مربع

$$(1 - \cos x)(1 + \cos x) = \sin x \cos x \Rightarrow 1 - \cos^2 x = \sin x \cos x$$

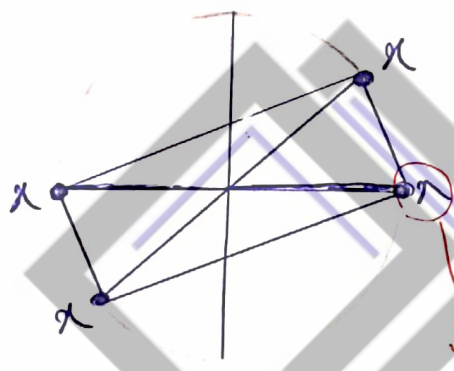
$$\sin^2 x = \sin x \cos x$$

$$\sin x = \cos x \xrightarrow{\div \cos x}$$

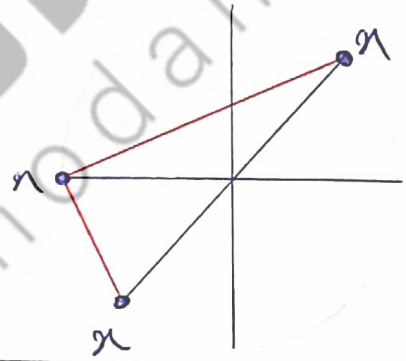
$$\tan x = 1$$

حذف کردن $\sin x$ → $\sin x = 0$

$$\text{خرج} \neq 0 \rightarrow 1 - \cos x \neq 0 \rightarrow \cos x \neq 1$$



باید این جواب حذف شود

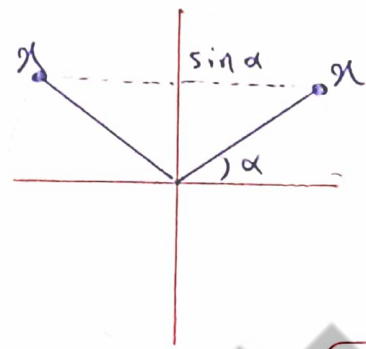


الزینوسا برابریک عمود نئود مانتھ

قانون سینوس :

$\sin \alpha = \sin \alpha$

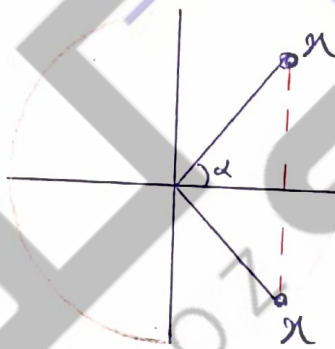
$\begin{cases} \alpha = 2k\pi + \alpha \\ \alpha = 2k\pi + (\pi - \alpha) \end{cases}$



قانون کوسینوس :

$\cos \alpha = \cos \alpha$

$\begin{cases} \alpha = 2k\pi \pm \alpha \end{cases}$

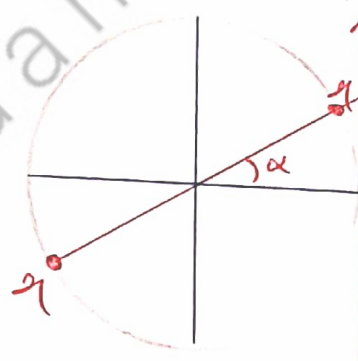


$\tan \alpha = \tan \alpha$

$\alpha = k\pi + \alpha$

عقبه ۲ سر
 $\frac{2k\pi}{2} + \alpha$

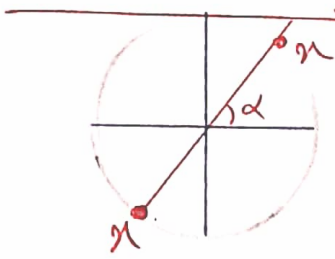
قانون کتانژانت :



$c.t \alpha = c.t \alpha$

$\alpha = k\pi + \alpha$

قانون کسکانت :



۵۲

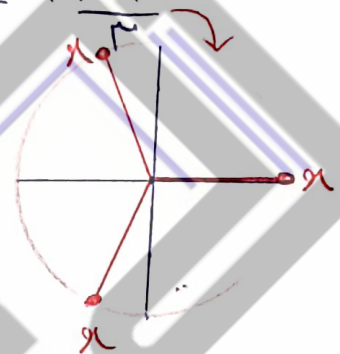
۹۱) جواب کلی معادله زیر به کدام صورت است؟

$$\sin^2 x - \cos^2 x = \sin\left(\frac{3\pi}{4} + x\right)$$

$$-\cos 2x = -\cos x$$

$$\cos 2x = \cos x \quad \xrightarrow{\text{قانون کینز}}$$

$$2x = 2k\pi \pm x \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi \\ x = 2k\pi \end{cases}$$



چون مثلث در دو جواب است $\Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3}$

$$\frac{1 - \tan x}{1 + \tan x} = \tan 3x$$

۹۲) جواب کلی معادله مثلثاتی زیر کدام است؟

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \tan 3x \rightarrow 3x = k\pi + \frac{\pi}{4} - x$$

$$4x = k\pi + \frac{\pi}{4} \rightarrow x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{16}$$

۹۳) در معادله زیر مجموع تمام جوابها در بازه $[0, \pi]$ را بیابید.

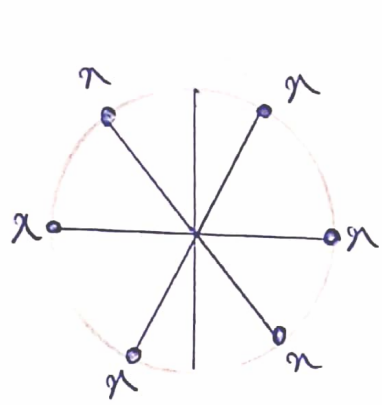
$$\sin 2x (\sin x + \cos x) = \cos 2x (\cos x - \sin x)$$

$$\Rightarrow \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} \Rightarrow$$

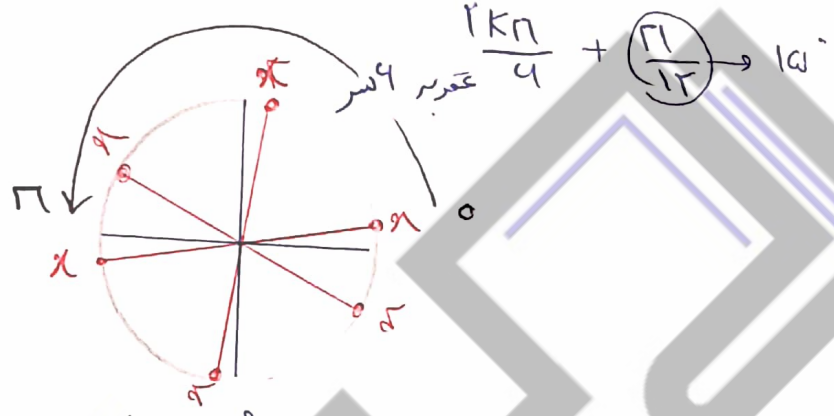
$$\tan 2x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$2x = k\pi + \frac{\pi}{2} - x$$

$$3x = k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{12}$$



تقدیر ۴ کسر



$$0 + \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{3} + 3\left(\frac{\pi}{12}\right) = \pi + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{2}$$

92) مجموع تمام جوابات معادله در بازه $[0, 2\pi]$ برابر است.

$$\sin \Delta x = \sin(-4x)$$

$$\begin{cases} \Delta x = 2k\pi - 4x \\ \Delta x = 2k\pi + \pi + 4x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9x = 2k\pi \rightarrow x = \frac{2k\pi}{9} \\ x = 2k\pi + \pi \end{cases}$$

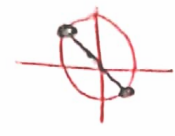
$$x = \frac{2\pi}{9}k = \frac{2\pi}{9}(0+1+2+\dots+9)$$


$$x = 2k\pi + \pi \rightarrow x = \pi$$


$$\Rightarrow \frac{2\pi}{9}(0+1+\dots+9) + \pi$$


$$\frac{2\pi}{9}(45) + \pi = \boxed{11\pi}$$


روش‌ها مربع جانبی حالات خاص (جمع یا تفاضل سینوس و کسینوس)

① $\sin x + c \cdot \cos x = 0 \rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{2}$  سینوس و کسینوس
- معرینه

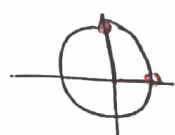
② $\sin x - c \cdot \cos x = 0 \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}$  هر دو برابر

③ $\sin x + c \cdot \cos x = \sqrt{2} \rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{4}$  هر دو ۴۵

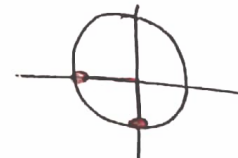
④ $\sin x - c \cdot \cos x = \sqrt{2} \rightarrow x = 2k\pi + \frac{3\pi}{4}$ 

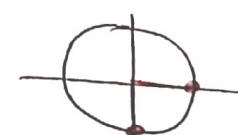
⑤ $\sin x + c \cdot \cos x = -\sqrt{2} \rightarrow x = 2k\pi - \frac{3\pi}{4}$ 

⑥ $\sin x - c \cdot \cos x = -\sqrt{2} \rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{4}$ 

⑦ $\sin x + c \cdot \cos x = 1 \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi \\ x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases}$ 

⑧ $\sin x - c \cdot \cos x = 1 \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \\ x = 2k\pi + \pi \end{cases}$ 

⑨ $\sin x + c \cdot \cos x = -1 \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \pi \\ x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases}$ 

⑩ $\sin x - c \cdot \cos x = -1 \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi \\ x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases}$ 

OK

$$(1) \sin x \pm \tan \theta \cos x = \frac{1}{\cos \theta} \sin(x \pm \theta)$$

$$(2) \cos x \pm \tan \theta \sin x = \frac{1}{\cos \theta} \cos(x \mp \theta)$$



$$(A) \sin x + \frac{1}{\tan \alpha} \cos x = \frac{1}{\cos \alpha} \sin(x + \alpha)$$

(سید)

$$= \sqrt{r} \sin(x + \frac{\alpha}{r})$$

$$(B) \sin x - \frac{1}{\tan \alpha} \cos x = \sqrt{r} \sin(x - \frac{\alpha}{r})$$

$$(C) \cos x + \tan \alpha \sin x = \sqrt{r} \cos(x - \frac{\alpha}{r})$$

$$(D) \cos x - \tan \alpha \sin x = \sqrt{r} \cos(x + \frac{\alpha}{r})$$

$$(E) \sin x - \frac{1}{r} \cos x = \frac{1}{\cos \alpha} \sin(x - \frac{\alpha}{r}) = r \sin(x - \frac{\alpha}{r})$$

$$(F) \cos x + \frac{1}{r} \sin x = r \cos(x - \frac{\alpha}{r})$$

$$(G) \cos x - \frac{1}{r} \sin x = \frac{1}{\cos \alpha} \cos(x + \frac{\alpha}{r}) = \frac{r}{\cos \alpha} \cos(x + \frac{\alpha}{r})$$

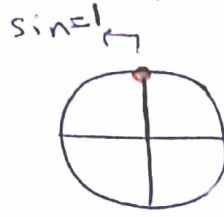
$$(H) \cos x - \frac{1}{r} \sin x = \frac{r}{\cos \alpha} \cos(x + \frac{\alpha}{r})$$

۵۸

$$\sin x - \sqrt{3} \cos x = 2$$

جواب کلی معادله زیر کدام است؟

$$2 \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$$



$$x - \frac{\pi}{3} = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6}$$

نتیجه

$$a \sin x + b \cos x \in \left[-\sqrt{a^2 + b^2}, \sqrt{a^2 + b^2} \right]$$

سؤال

$$\sin x - \cos x \in \left[-\sqrt{2}, \sqrt{2} \right]$$

$$\sin x + \sqrt{3} \cos x \in \left[-2, 2 \right]$$

$$-2 \sin x + 2 \cos x \in \left[-2, 2 \right]$$



کدام است؟ $\tan x \tan 3x = 1$

تجربی ۹۷: جواب کلی معادله مستطانی

$$\tan 3x = \frac{1}{\tan x}$$

$$\tan 3x = \cot x$$

$$\tan 3x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$3x = k\pi + \frac{\pi}{2} - x \rightarrow 4x = k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$$

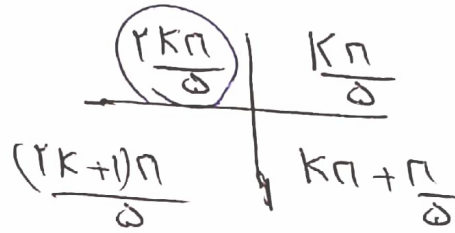
$\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$	$\frac{k\pi}{2}$
$\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$	$\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$

۷۹

۹۷ تخیر: جواب کلی معادله شدت

$$\frac{\sin 3x + \sin x}{1 + \cos x} = 0$$

کدام است؟



$$1 + \cos x \neq 0 \Rightarrow \cos x \neq -1 \Rightarrow x \neq 2k\pi + \pi$$

$$x \neq (2k+1)\pi$$

صورت = 0 $\Rightarrow \sin 3x + \sin x = 0$

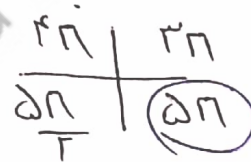
$$\Rightarrow \sin 3x = -\sin x \Rightarrow \sin 3x = \sin(-x)$$

$$\begin{cases} 3x = 2k\pi - x \rightarrow \Delta x = 2k\pi \rightarrow x = \frac{2k\pi}{5} \checkmark \\ 3x = 2k\pi + \pi - (-x) \rightarrow x = 2k\pi + \pi \rightarrow x = (2k+1)\pi \times \end{cases}$$

۹۸ تخیر: مجموع جوابها معادله شدت در بازه $[0, 2\pi]$

$$r \sin x \sin\left(\frac{3\pi}{4} - x\right) = 1$$

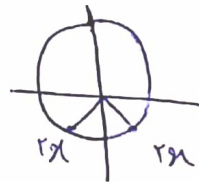
کدام است؟



$$r \sin x (-\cos x) = 1$$

$$-r \sin x \cos x = 1$$

$$\sin 2x = -\frac{1}{r}$$



$$\begin{cases} 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{4} \rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{8} \rightarrow \pi - \frac{\pi}{8} + 2\pi - \frac{\pi}{8} \\ 2x = 2k\pi - \frac{3\pi}{4} \rightarrow x = k\pi - \frac{3\pi}{8} \rightarrow \pi - \frac{3\pi}{8} + 2\pi - \frac{3\pi}{8} \end{cases}$$

$$\pi + 2\pi + \pi + 2\pi - \left(\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{8} + \frac{3\pi}{8} + \frac{3\pi}{8}\right) = 4\pi - \pi = 3\pi$$

تجربی ۹۸: جواب کلی معادله سینوسی: $c \cdot \sin 2x + c \cdot \sin x = 0$ باشد $c \cdot \sin x \neq 0$

$$\frac{\frac{2k\pi}{2} + \frac{\pi}{2}}{\Sigma} \quad \bigg| \quad \frac{\frac{2k\pi}{2} - \frac{\pi}{2}}{\Sigma}$$

$$k\pi + \frac{\pi}{2} \quad \bigg| \quad k\pi - \frac{\pi}{2}$$

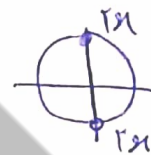
کدام است؟

مثبت کند ۹۴ ۵۰
 روش اول $\rightarrow c \cdot \sin(2x+x) + c \cdot \sin(2x-x) = 0$

$$2c \cdot \sin 2x \cdot c \cdot \sin x = 0$$

$\neq 0$

$$c \cdot \sin 2x = 0$$



$$2x = \frac{2k\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{2}$$

روش دوم

$$c \cdot \sin 2x = -c \cdot \sin x$$

$$c \cdot \sin 2x = c \cdot \sin(\pi - x)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \pi - x \\ 2x = 2k\pi - (\pi - x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + \pi \\ 2x = 2k\pi - \pi \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \\ x = k\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

تجربی ۹۹: جواب های معادله سینوسی $\sin(2x - \frac{\pi}{2}) = c \cdot \sin(x + \frac{\pi}{2})$ باشد $x \neq k\pi$

که در آن کایر عدد صحیح است کدام است!

$$\frac{\frac{2k\pi}{3}}{\Sigma} \quad \bigg| \quad \frac{k\pi}{3}$$

$$\frac{\frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{4}}{\Sigma} \quad \bigg| \quad \frac{\frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{4}}{\Sigma}$$

$$c \cdot \sin(\frac{\pi}{4} - 2x + \frac{\pi}{2}) = c \cdot \sin(x + \frac{\pi}{2})$$

$$x + \frac{\pi}{2} = 2k\pi \pm (\frac{3\pi}{4} - 2x)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{2} = 2k\pi + \frac{3\pi}{4} - 2x \\ x + \frac{\pi}{2} = 2k\pi - \frac{3\pi}{4} - 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \\ 3x = 2k\pi - \frac{5\pi}{4} \end{cases} \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$$

41

$$x + \frac{\pi}{2} = 2k\pi - \left(\frac{2\pi}{2} - 2x \right)$$

$$x + \frac{\pi}{2} = 2k\pi - \frac{2\pi}{2} + 2x \rightarrow -x = 2k\pi - \frac{2\pi}{2}$$

$$\boxed{x = 2k\pi + \pi} \rightarrow x \neq k\pi$$

$$2 \sin^2 x \cos^2 x = 1$$

تجربی ۹۴ خ: تعداد جواب‌ها معادله معادله

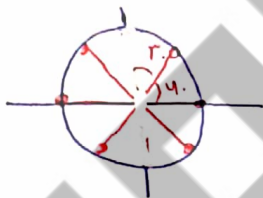
در بازه $\left[0, \frac{\pi}{2} \right]$ کدام است؟

$$2 \sin^2 4x = 1$$

$$\sin^2 4x = \frac{1}{2}$$

$$4x = 2k\pi + \frac{\pi}{4}$$

$$4x = 2k\pi + \frac{5\pi}{4}$$



$x = \frac{2k\pi}{4} + \frac{\pi}{34} \rightarrow 5^\circ$ (جواب ۲)
 $x = \frac{2k\pi}{4} + \frac{5\pi}{34} \rightarrow 25^\circ$ (جواب ۲)
عکس ۴

$$\sin^2 x \sin^2 x + \sin^2 x = 1$$

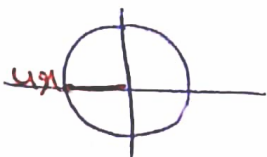
ریاضی ۹۷: جواب کلی معادله معادله

$$-\frac{1}{2} [c \cdot s 4x - c \cdot s 2x] = 1 - \sin^2 x$$

$$-\frac{1}{2} [c \cdot s 4x - c \cdot s 2x] = c \cdot s^2 x$$

$$-c \cdot s 4x + c \cdot s 2x = 2c \cdot s^2 x$$

$$-c \cdot s 4x + c \cdot s 2x = 1 + c \cdot s 2x \rightarrow c \cdot s 4x = -1$$



$$4x = 2k\pi + \pi \rightarrow \boxed{x = \frac{(2k+1)\pi}{4}}$$

$$\begin{array}{c|c} (2k+1)\frac{\pi}{4} & k\pi + \frac{\pi}{4} \\ \hline k\frac{\pi}{4} & k\pi - \frac{\pi}{4} \end{array}$$

ریاضی ۹۷ : جواب کلی معادله مثلثاتی

$$\sin^3 x - \sin x + r \sin^2 x = r$$

$\frac{(2k+1)\pi}{2}$	$\frac{k\pi}{2}$
$k\pi - \frac{\pi}{2}$	$k\pi + \frac{\pi}{2}$

بالسطر $x \neq 2k\pi + \frac{\pi}{2}$ کدام است؟

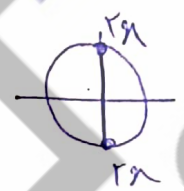
$$\sin^3 x - \sin x = r - r \sin^2 x$$

$$r \sin x \cdot c.s x = r (1 - \cancel{r \sin^2 x})$$

$c.s x$

$$\cancel{r} \sin x \cdot \cancel{c.s x} = \cancel{r} \cdot \cancel{c.s x}$$

$$c.s x = 0 \rightarrow$$



$$r x = \frac{2k\pi}{r} + \frac{\pi}{r} \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

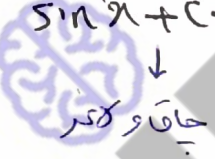
$$\sin x = 1 \rightarrow$$



$$x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

طبق فرض سوال x

$$\sin^3 x + c.s^3 x = 1 - \frac{1}{r} \sin 2x$$



حقیق و کسر

ریاضی ۹۸ : جواب کلی معادله مثلثاتی

$\frac{2\pi}{r}$	$\frac{r\pi}{r}$
$\frac{2\pi}{r}$	$\frac{r\pi}{r}$

در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

$$(\sin x + c.s x) \left(\frac{\sin^2 x}{r} + \sin x \cdot c.s x + c.s^2 x \right) = 1 - \frac{1}{r} \sin 2x$$

$$(\sin x + c.s x) \left(1 - \frac{1}{r} \sin 2x \right) = \left(1 - \frac{1}{r} \sin 2x \right)$$

$$1 - \frac{1}{r} \sin 2x = 0 \rightarrow \sin 2x = r \rightarrow x$$

$$\sin x + c.s x = 1 \xrightarrow{\text{منه ۴ مورد}} x = 2k\pi, x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

۴۳

$x = 2k\pi \rightarrow x = 0, 2\pi$

$x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{\pi}{2}$

مجموع

$2\pi + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{2}$

$\sin^2 x + \cos^2 x = \frac{1}{2}$

نصف اول

ریاضی ۹۸: مجموع جواب‌ها معادله است

2π	2π
$\frac{5\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{2}$

در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است!

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 x$

$1 - \frac{1}{2} \sin^2 x = \frac{1}{2} \rightarrow \sin^2 x = 1 \rightarrow \sin x = \pm 1$



$2x = \frac{2k\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{2}$

یا $x = \frac{2k\pi}{2} + \frac{\pi}{2}$

$x = \frac{2\pi}{2} (0+1+2+3) + 4(\frac{\pi}{2}) = 2\pi + \pi = 3\pi$

یا جوابات به کوردی دوم

$\tan^2 x \tan x = 1$

ریاضی ۹۹: شب تجربی ۹۷ ص ۵۸

مجموع جواب‌ها معادله است

4π	5π
$\frac{11\pi}{2}$	$\frac{9\pi}{2}$

در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است!

$\tan^2 x = \frac{1}{\tan x} \Rightarrow \tan^2 x = \cot x \rightarrow \tan^2 x = \tan(\frac{\pi}{2} - x)$

$\Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} - x \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{2k\pi}{2} + \frac{\pi}{2}$

$k=2, 3$

$\frac{4\pi}{2} + \frac{\pi}{2}, \frac{6\pi}{2} + \frac{\pi}{2}, \frac{8\pi}{2} + \frac{\pi}{2}, \frac{10\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \} \rightarrow (4\pi)$

ریاضی ۹۹ غ: جوابها معادله سینوسی

$$\sin(x + \frac{\pi}{4}) + \cos(x + \frac{\pi}{3}) = \cos 2x$$

کدام است؟ $x = \frac{2k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$

$$x = \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \quad | \quad x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x \cos \frac{\pi}{4} + \cos x \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x$$

$$\cos x \cos \frac{\pi}{3} - \sin x \sin \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x$$

$$\cos x = \cos 2x$$

$$2x = 2k\pi \pm x \rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{2} \\ x = 2k\pi \end{cases}$$

دوره تناوب

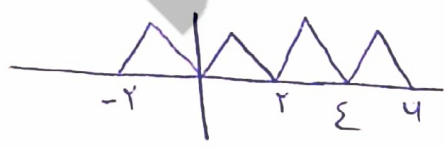
$$f(x+T) = f(x)$$

تابع f را یک تابع تناوب گویند هرگاه

$$x \in D_f \Rightarrow x+T \in D_f$$

کوچکترین عدد حقیقی مثبت که در رابطه بالا صدق کند را دوره تناوب اصلی تابع می نامند.

نکته: اگر T یک دوره تناوب اصلی تابع باشد هر ضرب صحیح از T می تواند یک دوره تناوب باشد



$$f(x+2) = f(x+4) = f(x+6) = f(x)$$

دوره تناوب \sin و کسینوس بصورت زیر است:

① $y = a \sin bx + c \rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} \rightarrow \max = |a| + c$

$\Rightarrow c = \frac{\max + \min}{2}$


② $y = a \cos bx + c \rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} \rightarrow \min = -|a| + c$


$|a| = \frac{\max - \min}{2}$

نکته: علامت a, b

$y = a \sin bx + c$  $ab > 0 \rightarrow$ هم علامت a, b

$y = a \sin bx + c$  $ab < 0 \rightarrow$ مخالف علامت a, b

$y = a \cos bx + c$  $a > 0$

$y = a \cos bx + c$  $a < 0$

سوال: در مثال های زیر \max, \min و دوره تناوب تابع را بیابید.

① $y = -3 \sin vx + 1 \quad T = \frac{2\pi}{v} \quad \max = |-3| + 1 = 2$
 $\min = -|-3| + 1 = -2$

② $y = \frac{1}{2} \cos(\frac{x}{\pi}) + 4 \rightarrow T = \frac{2\pi}{\frac{1}{\pi}} = 4\pi \quad \max = 4, \min = 3,5$

(۳) $y = -r \sin(-2x) + 4$

$T = \frac{2\pi}{|1-2|} = \pi$

$\max = |1-2| + 4 = 7$

$\min = -|1-2| + 4 = 1$

(۴) $y = -r \cos(-\frac{x}{\delta}) + 4$

$T = \frac{2\pi}{|1-\frac{1}{\delta}|} = 1 \cdot \pi$

$\max = |1-\frac{1}{\delta}| + 4 = 10$

$\min = -|1-\frac{1}{\delta}| + 4 = 2$

(۵) $y = r \sin \pi x + 1 \rightarrow T = \frac{2\pi}{|\pi|} = 2$ $\max = 2$
 $\min = -2$

سؤال: برای هر یک از روابط زیر ضابطه یک تابع را بنویسید.

$\max = 2$

$\min = -2$

$T = 2\pi$

جواب:

$c = \frac{\max + \min}{r} = \frac{2 + (-2)}{r} = -\frac{1}{r}$

$\max = |a| + c \rightarrow r = |a| - \frac{1}{r} \rightarrow |a| = \frac{d}{r}$

$T = \frac{2\pi}{|b|} \rightarrow r\pi = \frac{2\pi}{|b|} \rightarrow |b| = \frac{1}{r}$

$y = (\pm \frac{d}{r}) \sin(\pm \frac{1}{r} x) - \frac{1}{r}$

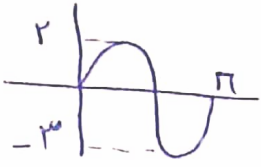
$\max = 4$ $\min = -4$ $T = \frac{\pi}{r}$

$\frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{r} \rightarrow |b| = 2$

$c = \frac{\max + \min}{r} = \frac{4 + (-4)}{r} = -\frac{1}{r}$

$|a| = \frac{\max - \min}{r} = \frac{4 - (-4)}{r} = \frac{8}{r} \rightarrow y = (\pm \frac{8}{r}) \sin(\pm rx) + \frac{1}{r}$

باتوجه به شکل ها زیر مقادیر مجهول را بیابید.



$$y = a \sin bx + c$$

$$c = \frac{2 + (-3)}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{2\pi}{|b|} = \pi \rightarrow |b| = 2$$

$$a = \frac{2 - (-3)}{2} = \frac{5}{2}$$

a, b هم علامت

$$y = \frac{5}{2} \sin 2x - \frac{1}{2}$$

چون نمودار معکوس است \leftarrow $b > 0$

نکته: در توابع سینوسی که نمودار شروع از نقطه صفری داشته باشد باید ضرب بست و درون سینوس با هم هم علامت باشد

سؤال: اگر f تابعی متناوب باشد کدام صحیح است؟

- ① f یکدبر است x
- ② f الیاً یکنواخت است x
- ③ f معکوس پذیر است x
- ④ دامنه f پیکر است x



نکته: از بین اعمال



$$y = \sin x \quad \text{و} \quad y = \cos x$$

زوج و مدرمطلوب روی دوره تناوب

فقط ۲ عمل

اینی بخارند و دوره تناوب را رضی می کنند.

سؤال: دوره تناوب توابع زیر را بیابید.

$$y = \sin^3(2x+1) \rightarrow T = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

$$y = \cos^2\left(-3x - \frac{\pi}{2}\right) + 2 \rightarrow T = \frac{\pi}{|1-3|} = \frac{\pi}{2}$$

دوره تناوب را نصف می‌کنند

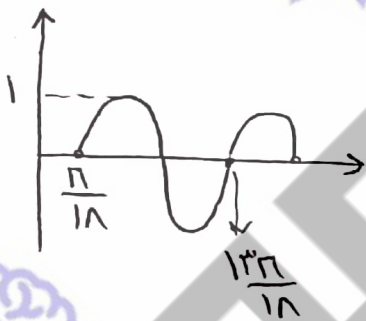
$$y = 2 \tan\left(\frac{1}{5}x - \frac{\pi}{4}\right) + 1 \rightarrow T = \frac{\pi}{\frac{1}{5}} = 5\pi$$

$$y = 2 \sqrt{\sin^2\left(4x + \frac{\pi}{2}\right)} - 2 \rightarrow T = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

استحسان $f(x) = a - 2c \cdot \sin\left(bx + \frac{\pi}{2}\right)$

۹۵: شکل زیر منوطاً تابع

$$f(x) = a + b \sin(x)$$



1	1/2
2	3/2

ناحیه دوم $\frac{\pi}{2} + x$



$$f(x) = a + r \sin bx$$

تابع سینوس بین ۱ و -۱ هست $2x$ شده میانه بین ۲ و -۲ (اما روی شکل $\max = 1$)

لذا $a = -1$ باشد.

در توابع سینوس و کسینوس الراج \max به \max یعنی باز \min به \min یعنی برده

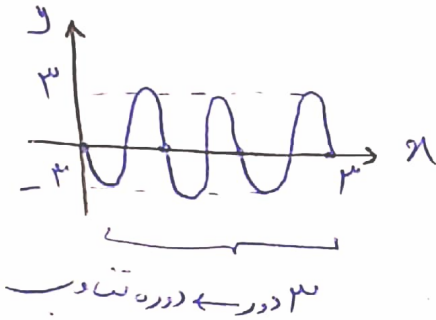
به اندازه یک دوره تناوب جلو رفتیم. یا آنگاه نقطه‌ای که \max نباشد شروع به حرکت کنیم به نقطه دوم برسیم دوره تناوب است.

$$T = \frac{12\pi}{1\pi} - \frac{\pi}{1\pi} = \frac{12\pi}{1\pi} = \frac{2\pi}{3}$$

منو دار صعودی است و ضرب مثبت \rightarrow $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{3} \rightarrow |b| = 3$
 آن نیز $(+)$ است لذا $b > 0$
 $a + b = -1 + 3 = 2$

$y = a \sin(b\pi x)$ است a, b را بیابید.

شکل زیر قسمتی از نمودار (92)



منو دار نزولی است باید a منفی علامت باشد.

$$3T = 3 \rightarrow T = 1$$

$$\frac{2\pi}{|b\pi|} = 1 \rightarrow |b| = 2$$

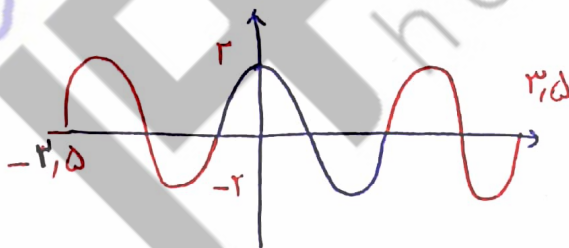
$$|a| = \frac{3 - (-3)}{2} = 3 \rightarrow a = -3$$

$$a \times b = -4$$

$$b = +2$$

$y = a \sin \pi \left(\frac{1}{T} + bx \right)$ است a, b

شکل زیر قسمتی از نمودار (92)



کدام است؟

$$3T = 4 \rightarrow T = 2$$

$$y = a \sin \left(\frac{\pi}{T} + b\pi x \right) = a \cos b\pi x \rightarrow T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = 2$$

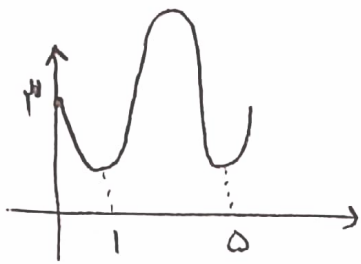
$$a = 2$$

$$|b| = 1$$

$$\Rightarrow \boxed{a \times b = \pm 2}$$

$x = \frac{25}{4}$ در است مقدار را در $y = a + \sin(b\pi x)$

نشان زیر قسمتی از نمودار ۹۳



باید

$T = 5 - 1 = 4$

مقدار ۲ min

$\frac{2\pi}{|b\pi|} = 4 \rightarrow |b| = \frac{1}{2} \rightarrow b = -\frac{1}{2}$

تابع تریگ است. علامت مثبت سینوس (+) است لذا b باید \ominus باشد

$a = +3$

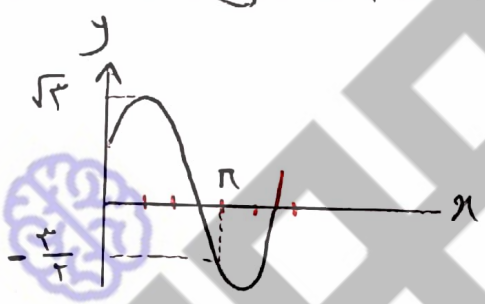
$y = 3 + \sin\left(-\frac{1}{2}\pi x\right)$ $x = \frac{25}{4}$

$y = 3 + \sin\left(-\frac{1}{2}\pi \times \frac{25}{4}\right) =$

$y = 3 - \sin\left(\frac{25\pi}{4}\right) = 3 - \frac{1}{2} = \boxed{2,5}$

نشان زیر قسمتی از نمودار تابع $y = a + b \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ است چگونه است؟

تجربی ۹۸:



$\max x = \sqrt{3}$

$\Rightarrow |b| + a = \sqrt{3}$

تابع صعودی و ...

علامت مثبت سینوس (+) $\leftarrow b > 0$

$\Rightarrow \boxed{a + b = \sqrt{3}}$

$\left(\pi, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \rightarrow -\frac{\sqrt{3}}{2} = a + b \sin\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right)$

$a - b \sin \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \begin{cases} a - \frac{\sqrt{3}}{2} b = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \ominus a + b = \sqrt{3} \end{cases}$

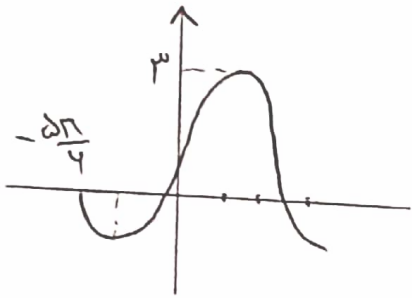
$\Rightarrow \boxed{b = \sqrt{3}}$

$$\frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{\frac{1}{2}} \mid \frac{\frac{3}{2}}{\sqrt{3}}$$

شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y = a + b \cdot \sin(\frac{\pi}{4} - x)$ تجزیه ۹۸

۲	۱,۵
$1 + \sqrt{3}$	۲,۵

است مقدار تابع در $x = \frac{\pi}{4}$ کدام است؟



$$y = a + b \sin x$$

$$|b| + a = 3$$

$$\left(-\frac{\pi}{4}, 0\right) \rightarrow 0 = a + b \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$$

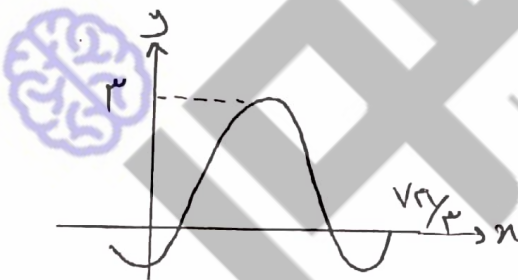
$$0 = a - b \left(\sin \frac{\pi}{4}\right)$$

$$-a = -b \times \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow \boxed{b = 2a}$$

$$2a + a = 3 \rightarrow \boxed{a = 1}, b = 2$$

$$x = \frac{\pi}{4} \rightarrow y = 1 + 2 \sin \frac{\pi}{4} = \boxed{2}$$

شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y = a + b \sin(\frac{\pi}{4} + x)$ تجزیه ۹۹



کدام است! $\frac{1}{-2} \mid \frac{2}{-1}$

باشه چون از محور y تابع min دارد لذا $b < 0$ و max مقدار تابع ۳ می باشه.

$$y = a + b \cdot \sin x$$

$$|b| + a = 3 \rightarrow \boxed{a - b = 3}$$

$$f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 0 \Rightarrow 0 = a + b \cos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \rightarrow -a = \frac{b}{\sqrt{2}}$$

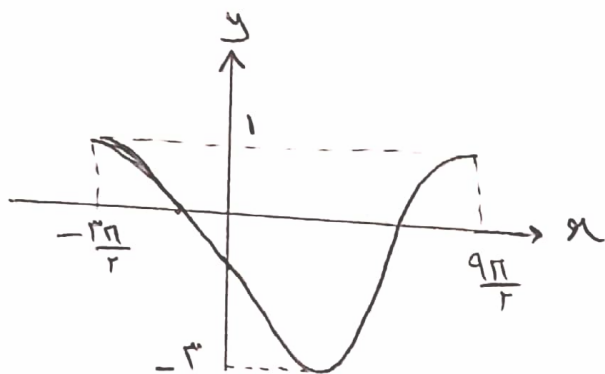
$$\rightarrow \boxed{b = -2a}$$

$$\rightarrow \boxed{b = -2} \quad -\frac{b}{\sqrt{2}} - b = 3 \rightarrow -b - 2b = 4 \rightarrow -3b = 4$$

شکل زیر نمودار تابع $y = a \sin(bx) + c$ را در یک بازه تناوب نشان می‌دهد

تجربی ۹۹

نسبت $\frac{a}{b}$ کدام است؟



$$T = \frac{9\pi}{2} - (-\frac{3\pi}{2}) = \frac{12\pi}{2} = 6\pi$$

$$\frac{2\pi}{|b|} = 6\pi \rightarrow |b| = \frac{1}{3}$$

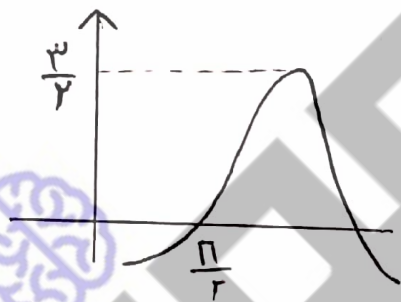
$$|a| = \frac{\max - \min}{2} = \frac{1 - (-3)}{2} = 2 \rightarrow |a| = 2$$

$$a < 0, b > 0$$

شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y = a + b \sin(x + \frac{\pi}{3})$ است مقدار a

تجربی ۹۹ خ

کدام است؟



$$\frac{-\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}} = -1$$

شکل نمودار \sin برعکس می‌باشد لذا $b < 0$

بسی توان گفت آرنمودار را استدار بوجه مترجه می‌شوم که با شروع از محور x نمودار رو به پایین است یعنی $b < 0$

$$\max = \frac{3}{2} \rightarrow |b| + a = \frac{3}{2}$$

$$a - b = \frac{3}{2} \quad (1)$$

$$f(\frac{\pi}{2}) = 0 \rightarrow 0 = a + b \sin(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3})$$

$$a + b \cdot \frac{1}{2} = 0 \rightarrow -\frac{b}{2} = a \rightarrow b = -2a \quad (2)$$

$$(1), (2) \rightarrow a + 2a = \frac{3}{2} \rightarrow a = \frac{1}{2}, b = -1$$

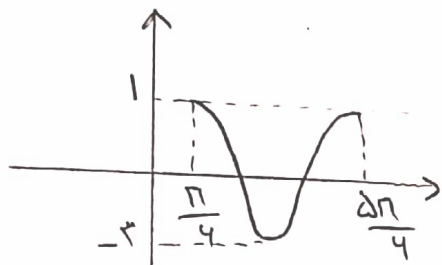
۷۳

شکل زیر نمودار تابع $y = a \sin bx + c$ در یک بازه تناوب است

تجربی خارج ۹۹

تغییر b و c کدام اند؟

$b = 3, c = -1$	$b = 3, c = -1$
$c = -1$ $b = \frac{3}{2}$	$c = -1$ $b = \frac{3}{2}$



$$c = \frac{\max + \min}{2} = \frac{1 + (-1)}{2} = -1$$

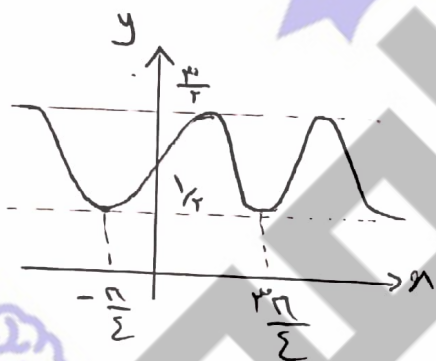
$$|a| + c = 1 \rightarrow |a| = 2$$

$$\frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{4} = \frac{2\pi}{4} = \frac{2\pi}{3} \rightarrow T$$

$$\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{3} \rightarrow |b| = 3$$

شکل زیر نمودار تابع $y = 1 + a \sin bx + c \cdot \cos bx$ است $a + b$ کدام است؟

ریاضی ۹۸



$\frac{3}{2}$	1
$\frac{1}{2}$	1

$$y = 1 + \frac{a}{2} \sin 2bx$$

a, b هم علامت هستند یا ترح به ترینها هر دو

درستی بگیرم:

$$\frac{3}{2} = \frac{a}{2} + 1 \rightarrow a = 1$$

$$T = \frac{3\pi}{2} - (-\frac{\pi}{2}) = \pi \rightarrow \frac{2\pi}{|2b|} = \pi \Rightarrow b = 1$$

$$a + b = 1 + 1 = 2$$

دوره تناوب تابع با ضریب $f(x) = \tan ax - c \cdot \tan ax$ کدام است؟

ریاضی ۹۸

$\frac{3}{2}$	1
$\frac{1}{2}$	π

$$\tan ax - c \cdot \tan ax = -c \cdot \tan ax$$

$$T = \frac{\pi}{|c \cdot a|} = \frac{1}{2}$$

کتاب طلایی معادله مثلثاتی :

هرگاه در حل معادله مثلثاتی جواب بصورت $k \in \mathbb{Z}$ و $\alpha = \frac{2k\pi}{n} + \alpha$ باشد

معادله در فاصل $[0, 2\pi)$ دارای n جواب است. در این حالت اشیای کمان α بر روی دایره

مثلثاتی یکس n ضلعی منتظم می دهد. اگر از دایره مبدأ دایره مثلثاتی شروع به حرکت کنیم اولین جواب α

است. ۲) هرگاه در حل معادله مثلثاتی جواب بصورت $k \in \mathbb{Z}$ و $\alpha = \frac{2k\pi}{n}$ باشد معادله در

فاصله $[0, 2\pi)$ دارای $n+1$ جواب است در این حالت اشیای کمان α بر روی دایره مثلثاتی یکس n ضلعی منتظم می دهد.

$$f(x) = 14 \cos^2(3x) \cos^2(4x) \cos^2(12x) \cos^2(24x)$$

تجرباتی ۱۴... ال

باشد مقدار

$f\left(\frac{\pi}{36}\right)$ کد است؟

$$\frac{4-\sqrt{3}}{14} \quad \frac{4-3\sqrt{3}}{14}$$

$$\frac{4+3\sqrt{3}}{14} \quad \frac{4+\sqrt{3}}{14}$$

$$x = \frac{\pi}{36} \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{36}\right) = 14 \cos^2\left(\frac{\pi}{36}\right) \cos^2\left(\frac{4\pi}{36}\right) \cos^2\left(\frac{12\pi}{36}\right) \times \cos^2\left(\frac{24\pi}{36}\right)$$

$$= 14 \cos^2\left(\frac{\pi}{36}\right) \cos^2\left(\frac{\pi}{9}\right) \cos^2\left(\frac{\pi}{3}\right) \cos^2\left(\frac{2\pi}{3}\right) =$$

$$= (14 \cos^2 15^\circ) (\cos^2 30^\circ) (\cos^2 60^\circ) (\cos^2 120^\circ)$$

$$= (14 \cos^2 15^\circ) \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2$$

$$= (14 \cos^2 15^\circ) \left(\frac{3}{4}\right) \left(\frac{1}{4}\right) \left(\frac{1}{4}\right) = \frac{3}{2} \cos^2 15^\circ$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$$

۷۵

$$\cos^2 15 = \frac{1 + \cos 30}{2} = \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} \xrightarrow{\times 2} \frac{2 + \sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{\pi}{14}\right) = \frac{3}{2} \cos^2 15 = \frac{3}{2} \times \frac{2 + \sqrt{3}}{2} = \frac{4 + 3\sqrt{3}}{4}$$

روش دوم

$$f(x) = 14 \cos^2 2x \cos^2 4x \cos^2 8x \cos^2 16x$$

$$\Rightarrow = 14 \times \frac{1 + \cos 4x}{2} \times \frac{1 + \cos 8x}{2} \times \frac{1 + \cos 16x}{2} \times \frac{1 + \cos 32x}{2}$$

$$f(x) = (1 + \cos 4x)(1 + \cos 8x)(1 + \cos 16x)(1 + \cos 32x)$$

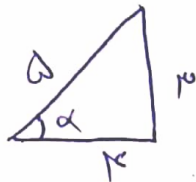
$$f\left(\frac{\pi}{14}\right) = \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{2}\right) =$$

$$= \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \left(\frac{3}{2}\right) \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{4} = \frac{4 + 3\sqrt{3}}{4}$$

تجربی ۱۳۰۰، الزامی α در ناحیه سوم مستطانی و $\tan \alpha = \frac{3}{4}$ باشد مقدار

$\frac{1054}{175}$	$-\frac{94}{175}$
$-\frac{1054}{175}$	$\frac{94}{175}$

$$f = \frac{\cos\left(2\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \cos(\pi + \alpha)}{\cos(2\alpha)}$$



$$\Rightarrow \sin \alpha = -\frac{3}{5} \quad \cos \alpha = -\frac{4}{5}$$

$$\cos\left(-\frac{\pi}{2} + 2\alpha\right) = \cos\left(-\left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha\right)\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha\right) = \sin 2\alpha$$

$$\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\frac{\sqrt{4} \sin 2\alpha - c \cdot s\alpha}{c \cdot s 2\alpha} = \frac{r \sin \alpha c \cdot s\alpha - c \cdot s\alpha}{rc \cdot s^2 \alpha - 1}$$

$$= \frac{r \left(-\frac{r}{\alpha}\right) \left(-\frac{r}{\alpha}\right) - \left(-\frac{r}{\alpha}\right)}{r \left(-\frac{r}{\alpha}\right)^2 - 1} = \frac{\frac{r^2}{\alpha} + \frac{r}{\alpha}}{\frac{r^2}{\alpha} - 1} = \frac{\frac{r^2 + r}{\alpha}}{\frac{r^2 - \alpha}{\alpha}} = \frac{\frac{r^2 + r}{\alpha}}{\frac{r^2}{\alpha}}$$

$$\frac{\frac{r^2}{\alpha}}{\frac{r^2}{\alpha}} = \frac{\frac{r^2}{\alpha}}{\frac{r^2}{\alpha}} = \frac{\frac{r^2}{\alpha}}{\frac{r^2}{\alpha}} = \frac{r^2 \times r^2}{r^2 \times \alpha} = \frac{1054}{175}$$

$$c \cdot s^2(\alpha) - \sin^2(\alpha) c \cdot s^2 \alpha = 1$$

تجربی ۱۴۰۰: تعداد جواب‌ها معادله‌های

$$\frac{r}{4} \mid \alpha$$

در فاصلہ [۰, ۲π] کدام است؟

$$1 - c \cdot s^2 \alpha + \sin^2 \alpha c \cdot s^2 \alpha = 0$$

$$\sin^2 \alpha + \sin^2 \alpha c \cdot s^2 \alpha = 0 \Rightarrow \sin^2 \alpha [1 + c \cdot s^2 \alpha] = 0$$

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha = 0 \rightarrow \sin \alpha = 0 \rightarrow \alpha = k\pi \rightarrow \underline{0, \pi, 2\pi}$$

$$1 + c \cdot s^2 \alpha = 0 \Rightarrow c \cdot s^2 \alpha = -1 \rightarrow$$

$$r\alpha = 2k\pi + \pi \rightarrow \alpha = \frac{2k\pi}{r} + \frac{\pi}{r}$$

$$\alpha = \underline{\frac{\pi}{r}, \pi, \frac{5\pi}{r}}$$

بنا بر گفته تجربی و ۹۲ و ۹۴ خارج کور تجربی

✓✓

$f(x) = 32 \cos^2 x \cos^2 2x \cos^2 4x \cos^2 8x \cos^2 16x$ تجربی ... خارج:

$\frac{4 + \sqrt{27}}{14}$	$\frac{4 + \sqrt{27}}{32}$
$\frac{4 - \sqrt{27}}{32}$	$\frac{4 - \sqrt{27}}{14}$

باستعداد $f(\frac{\pi}{12})$ کدام است؟

$$f\left(\frac{\pi}{12}\right) = 32 \cos^2\left(\frac{\pi}{12}\right) \cos^2\left(\frac{2\pi}{12}\right) \cos^2\left(\frac{4\pi}{12}\right) \cos^2\left(\frac{8\pi}{12}\right) \cos^2\left(\frac{16\pi}{12}\right)$$

$$= 32 \cos^2 15^\circ \cos^2 30^\circ \cos^2 45^\circ \cos^2 60^\circ \cos^2 90^\circ$$

$$= 32 \cos^2 15^\circ \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2$$

$$= 32 \times \left(\frac{2 + \sqrt{3}}{4}\right) \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$$

$$\frac{3}{32} \times (2 + \sqrt{3}) = \frac{4 + \sqrt{27}}{32} = \boxed{\frac{4 + \sqrt{27}}{32}}$$

$\cos \alpha = \frac{2}{3}$ فرض کنید زاویه α در ناحیه چهارم است و تجربی ... خارج:

$$\frac{\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) - \sin(\alpha - \pi)}{|\tan^2(\alpha) - 1|}$$

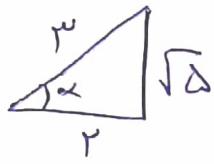
حاصل عبارت

کدام است؟

$\frac{2(-2 + \sqrt{5})}{3}$	$\frac{2(2 + \sqrt{5})}{3}$
$-\frac{2(2 + \sqrt{5})}{3}$	$\frac{2(2 - \sqrt{5})}{3}$

$$\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos \alpha$$

$$-\sin(\alpha - \pi) = -\sin(-(\pi - \alpha)) = +\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$$



نامبر ۲

$$\frac{r \cdot \cos \alpha + \sin \alpha}{|\tan \alpha - 1|} = \frac{\frac{r}{3} - \frac{\sqrt{5}}{3}}{\left| \left(\frac{\sqrt{5}}{r} \right)^2 - 1 \right|}$$

$$= \frac{\frac{r + \sqrt{5}}{3}}{\left| \frac{5}{2} - 1 \right|} = \frac{\frac{r + \sqrt{5}}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2(r + \sqrt{5})}{3}$$

تجربہ سے اخراج: $d \sin^2(x) + 2r \cos^2 x = -2$ تفریق جواب ہاں سے حاصل ہوتا ہے

درفاصلہ $[-\pi, \pi]$ کے اندر ہے؟
 نتیجہ: $\cos^2 x = \frac{1}{\sqrt{5}}$
 $c \cdot \sin^2 x = r c \cdot \sin^2 x - r c \cdot \sin x$

روشنی $\Rightarrow d \sin^2 x = -2 - 2r \cos^2 x$

$$d \sin^2 x = -2(1 + r \cos^2 x)$$

$$d \sin^2 x = -2 \left(\frac{c \cdot \sin^2 x}{r} \right)$$

$\Rightarrow x = \pi, -\pi \rightarrow$ جواب

روشنی (د)

$$d \sin^2 x + 2r \cos^2 x + 2 = 0$$

$$d(1 - \cos^2 x) + 2r \cos^2 x + 2 = 0 \rightarrow c \cdot \sin^2 x = r c \cdot \sin^2 x - r c \cdot \sin x$$

$$d - d c \cdot \cos^2 x + 2r c \cdot \cos^2 x - 2r c \cdot \cos x + 2 = 0$$

$$2r c \cdot \cos^2 x - d c \cdot \cos^2 x - 2r c \cdot \cos x + 2 = 0$$

$$(c \cdot \cos x + 1) \underbrace{(r c \cdot \cos x - 1 r c \cdot \cos x + 2)}_{\Delta c} = 0$$

$$c \cdot \cos x + 1 = 0 \rightarrow c \cdot \cos x = -1 \rightarrow x = \pi, -\pi$$

v9

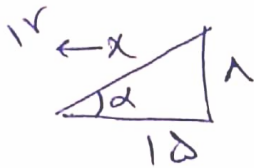
باستفاده از $\tan(\frac{\alpha}{r}) = \frac{1}{r}$

آلده (ریاضی ۱۴۰۰ دافن)

$$\frac{\tan \alpha - \sin \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = ?$$

$-\frac{14}{1.5}$	$-\frac{91}{1.5}$
$\frac{41}{1.5}$	$\frac{14}{1.5}$

$$\tan \alpha = \frac{r \tan \frac{\alpha}{r}}{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{r}} = \frac{r \times \frac{1}{r}}{1 - (\frac{1}{r})^2} = \frac{1}{\frac{15}{14}} = \frac{14}{15}$$



$$r^2 = 14^2 + 15^2 = 49 + 225 = 274$$

$$r = 17$$

$$\frac{\tan \alpha - \sin \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = \frac{\frac{14}{15} - \frac{14}{17}}{\frac{14}{17} - \frac{15}{17}} = \frac{14 \times 17 - 15 \times 14}{15 \times 17} = \frac{-14}{15}$$

$$\frac{r \times 14}{15 \times 17} \times \frac{17}{-14} = -\frac{14}{15}$$

باستفاده از $f(\alpha) = r \sin \alpha \cos \alpha + r \sin \alpha$

آلده (ریاضی ۱۴۰۰ دافن)



ف(کدام است)!

مقدار

روست اول $f(\alpha) = r \sin \alpha (1 - r \sin^2 \alpha) + r \sin \alpha$

$$f(\alpha) = r \sin \alpha - r^2 \sin^3 \alpha + r \sin \alpha = -r^2 \sin^3 \alpha + 2r \sin \alpha$$

$$= r \sin^3 \alpha = r \sin \left(r \times \frac{r \pi}{9} \right) = r \sin \frac{r \pi}{3}$$

$$r \sin \left(\frac{r \pi - \pi}{r} \right) = r \sin \left(14 \pi - \frac{\pi}{17} \right) = -r \sin \frac{\pi}{17}$$

$$= -r \times \frac{1}{r} = -1$$

Λ°

فرض کن $f(\alpha) = r \sin \alpha \cos 2\alpha + r \sin \alpha$

$f(\alpha) = r \sin \alpha (\cos 2\alpha + 1) \rightarrow x \cos \alpha$

$\cos \alpha f(\alpha) = r \sin \alpha \cos \alpha (\cos 2\alpha + 1)$

$\cos \alpha f(\alpha) = \sin 2\alpha (\cos 2\alpha + 1)$

$\cos \alpha f(\alpha) = r \sin 2\alpha \cos 2\alpha + \sin 2\alpha$

$\cos \alpha f(\alpha) = \sin 4\alpha + \sin 2\alpha$

$\cos \alpha f(\alpha) = r \sin 2\alpha \cos \alpha$

$f(\alpha) = r \sin 2\alpha = r \sin \left(2 \times \frac{\pi}{9} \right) = \dots$

ریاضی ۱۰۰ (دلیل) فرض کنید A مجموعه جوابها معادله سینوسی

در بازه $[\frac{\pi}{9}, \frac{5\pi}{9}]$ باشد \sin کمترین عضو مجموعه A کدام است؟

$\frac{4}{9}\pi$	$\frac{5}{9}\pi$
$\frac{\pi}{9}$	$\frac{8}{9}\pi$

$(\cos \alpha) (\cos 2\alpha) (\cos 4\alpha) = \frac{1}{8}$

$\cos \alpha \cos 2\alpha \cos 4\alpha = \frac{1}{8}$

$\cos \alpha \cos 2\alpha \cos 4\alpha = \frac{1}{8} \xrightarrow{\text{با } \sin \alpha \text{ ضرب}} \sin \alpha$

$\frac{\sin \alpha \cos \alpha \cos 2\alpha \cos 4\alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{\sin 2\alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{8}$

$\sin 2\alpha = \sin \alpha \Rightarrow 2\alpha = 2k\pi + \alpha \Rightarrow \alpha = 2k\pi$
 $\alpha = 2k\pi + \pi - \alpha$

$\lambda \rightarrow$

$$\alpha = \frac{rK\pi}{\sqrt{\quad}} \rightarrow \max = \frac{4\pi}{\sqrt{\quad}} \Rightarrow \max = \frac{\lambda\pi}{9}$$

$$\alpha = \frac{(rK+1)\pi}{9} \rightarrow \max = \frac{\lambda\pi}{9}$$

ریاضی خارج ۱۴:

$$\frac{\sin\theta}{1-\cos\theta} + \frac{1+\cos\theta}{\sin\theta} = ?$$

ساده شده عبارت

$\frac{\sin\theta}{r}$	$\frac{\cos\theta}{r}$
$r \tan\theta$	$r \cot\theta$

$$\frac{\sin\theta}{1-\cos\theta} + \frac{1+\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{\sin^2\theta + 1 - \cos^2\theta}{\sin\theta(1-\cos\theta)} = \frac{r \sin^2\theta}{\sin\theta(1-\cos\theta)}$$

$$= \frac{r \sin\theta}{1-\cos\theta} = \frac{(r)(r) \sin\theta}{r(1-\cos\theta)} = \boxed{r \cot\theta}$$

$$r \sin\theta$$



(رسمی) $\theta = 45^\circ \Rightarrow \frac{\sin 45^\circ}{1-\cos 45^\circ} + \frac{1+\cos 45^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{1-\frac{1}{\sqrt{2}}} + \frac{1+\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$

$$\xrightarrow{x^2} \frac{\sqrt{2}}{2-1} + \frac{2+1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{1} + \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{2+3}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} =$$

$$\frac{5\sqrt{2}}{2} = \boxed{2\sqrt{2}}$$

دلیل گزینه ها بجا $\theta = 45^\circ$ مقدار دهیم

باید $2\sqrt{2}$ شود \checkmark

$$r \cot 45^\circ = r \cot 45^\circ = \boxed{2\sqrt{2}}$$

N²

روانی ۱۴۰ خارج : مجموع جوابها معادله است

$$r \sin \alpha \cos \alpha + \sin \alpha = 1$$

در بازه $[0, 2\pi]$ کوارانت است

$r\pi$	$r\pi$
$\frac{r\pi}{r}$	$\frac{\Delta\pi}{r}$

$$r \sin \alpha (1 - r \sin^2 \alpha) + \sin \alpha = 1$$

$$r \sin \alpha - r \sin^3 \alpha + \sin \alpha = 1$$

$$r \sin \alpha - r \sin^3 \alpha = 1$$

نقد

$$\sin^3 \alpha = r \sin \alpha - r \sin^3 \alpha$$

$$\cos^2 \alpha = r \cos^2 \alpha - r \cos^2 \alpha$$

$$\sin^2 \alpha = 1 \Rightarrow r \alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{4}$$

$$\alpha = \frac{2k\pi}{r} + \frac{\pi}{4}$$

$$k=0 \rightarrow \frac{\pi}{4}$$

$$k=1 \rightarrow \frac{\Delta\pi}{4}$$

$$k=2 \rightarrow \frac{9\pi}{4}$$

$$\oplus \rightarrow \frac{1\Delta\pi}{4} = \frac{\Delta\pi}{4}$$

۱۳

ریاضی خارج ۱۴۰۰

$$(1 + \cos(\alpha))(1 + \cos(r\alpha))(1 + \cos(r^2\alpha)) = \frac{1}{n}$$

تعداد جوابها معلوم است؟

$$\frac{10 \mid 7}{15 \mid 12}$$

در ضلع $[0, 2\pi]$ کدام است؟

$$(r \cos^r \alpha / r)(r \cos^r \alpha)(r \cos^r r\alpha) = \frac{1}{n}$$

$$\cos^r \alpha / r \cdot \cos^r \alpha \cdot \cos^r r\alpha = \frac{1}{n \times n}$$

$$\cos \alpha / r \cdot \cos \alpha \cdot \cos r\alpha = \pm \frac{1}{n} \quad \times \sin \alpha / r$$

$$\frac{\sin \alpha / r \cdot \cos \alpha / r \cdot \cos \alpha \cdot \cos r\alpha}{\sin \alpha / r} = \pm \frac{1}{n}$$

$$\frac{\sin^k \alpha}{\sin \alpha / r} = \pm 1 \Rightarrow \sin \alpha / r = \sin^k \alpha$$



$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{k\pi}{\sqrt{r}} \rightarrow \frac{k\pi}{\sqrt{r}}, \frac{2\pi}{\sqrt{r}}, \frac{4\pi}{\sqrt{r}} \\ \alpha = \frac{k\pi}{\sqrt{r}} + \frac{\pi}{\sqrt{r}} \rightarrow \frac{3\pi}{\sqrt{r}}, \frac{5\pi}{\sqrt{r}}, \frac{7\pi}{\sqrt{r}}, \frac{9\pi}{\sqrt{r}} \end{cases}$$

$$\sin^k \alpha = \sin(-\alpha / r) \rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{k\pi}{\sqrt{r}} \\ \alpha = \frac{k\pi}{\sqrt{r}} + \frac{\pi}{\sqrt{r}} \end{cases}$$

$$\frac{k\pi}{\sqrt{r}}, \frac{2\pi}{\sqrt{r}}, \frac{4\pi}{\sqrt{r}}, \frac{8\pi}{\sqrt{r}}$$

$$\frac{3\pi}{\sqrt{r}}, \frac{5\pi}{\sqrt{r}}, \frac{7\pi}{\sqrt{r}}, \pi \rightarrow \text{کلیتاً جواب}$$

۱۵

تجربہ ۱۴.۱: اگر $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ و $\tan(\frac{\pi}{4} - x) = \frac{1-m}{r+m}$ باشد موجود متغیر

$(-2, 1]$	$(-2, 1) \checkmark$
$(-1, 2)$	$(-1, 2]$

مکدام است!

$$-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{4} \xrightarrow{+\frac{\pi}{4}} -\frac{\pi}{4} < -x < \frac{\pi}{4} \xrightarrow{+\frac{\pi}{4}} 0 < -x + \frac{\pi}{4} < \frac{\pi}{2}$$

فاسد اول

$\tan \theta$

$$\tan(\frac{\pi}{4} - x) > 0$$

$$\frac{1-m}{r+m} > 0 \Rightarrow (1-m)(r+m) > 0 \rightarrow \begin{matrix} m=1 \\ m=-2 \end{matrix}$$

$$(-2, 1)$$

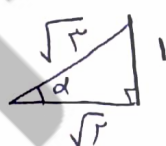
تجربہ ۱۴.۱: اگر $r \sin^2 \alpha + c \cos^2 \alpha = \frac{r}{r}$ باشد حاصل $\tan \alpha$ کد است! $(\alpha \neq 0)$

$\frac{1}{r}$	$\frac{1}{r}$
$\frac{r}{r}$	$\frac{r}{r}$

$$r \sin^2 \alpha + c \cos^2 \alpha = \frac{r}{r}$$

$$r \sin^2 \alpha + 1 - \sin^2 \alpha = \frac{r}{r}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{r}{r} - 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{r} \rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{r}}$$

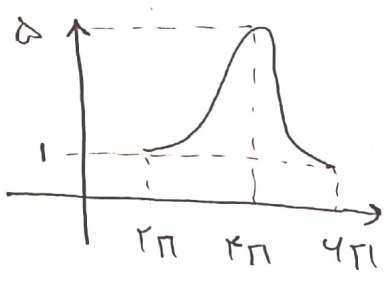


$$\rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{r}} \rightarrow \tan^2 \alpha = \frac{1}{r}$$

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{r} \rightarrow c \cos^2 \alpha = \frac{r}{r}$$

$$\tan^2 \alpha = \frac{\frac{1}{r}}{\frac{r}{r}} = \left(\frac{1}{r}\right)$$

تجربہ ۱۴.۱: شکل زیر نمودار تابع $y = c + a \cdot \sin bx$ را در یک درجه نامتناهی رسم کنید. مقدار c کدام است؟



$$\frac{3}{5} \mid \frac{1}{4}$$

min = 1
max = 5

$$c = \frac{\max + \min}{2} = \frac{5 + 1}{2} = 3$$

تجربہ ۱۴.۱: تعداد جواب‌ها معادله $\tan^2 x = 1 + \cos x$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

$$\frac{3}{5} \mid \frac{2}{4}$$

$$a \cos x = 1 + \tan^2 x$$

$$a \cos x = \frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow a \cos^3 x = 1 \Rightarrow \cos^3 x = \frac{1}{a}$$

$$\cos x = \frac{1}{a}$$



۲ جواب

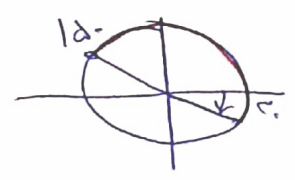
تجربہ ۱۴.۱: اگر $\sin 2x = \frac{m-1}{2}$ باشد مجموعه مقادیر x در $-\frac{\pi}{12} < x < \frac{5\pi}{12}$ کدام است؟

$$\sqrt{(-1, 5]} \mid (-1, 5)$$

$$(-1, 1] \mid (-1, 1)$$

$$-\frac{\pi}{7} < 2x < \frac{5\pi}{7} \rightarrow (-30^\circ < 2x < 150^\circ)$$

$$-\frac{1}{2} < \frac{m-1}{2} < 1 \Rightarrow x^2$$



$$-2 < m-1 < 2 \xrightarrow{+1}$$

$$-1 < m < 3$$

$1 \cdot (\sin \alpha + c \cdot s \alpha) = 6\sqrt{5}$ با استفاده مقدار $\tan \alpha$ کدام

تجربہ ۱۴: اگر

عدد می تواند باشد!

$$\begin{array}{c|c} 3 & \left(\frac{1}{r}\right) \\ \hline -\frac{1}{r} & -r \end{array}$$

$1 \cdot (\sin \alpha + c \cdot s \alpha) = 4\sqrt{5} \rightarrow \sin \alpha + c \cdot s \alpha = \frac{4\sqrt{5}}{1}$

تکرار ۲ $\sin^2 \alpha + c \cdot s^2 \alpha + \frac{r \sin \alpha c \cdot s \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{37 \alpha \omega}{100}$ $\rightarrow 1, 1, 1$

$\sin^2 \alpha = 1, 1 - 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1$

می دانیم $\tan \alpha + c \cot \alpha = \frac{r}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow \tan \alpha + c \cot \alpha = \frac{r}{1} = 2, 1, 5$

$\tan \alpha = \frac{1}{r}$
 $c \cot \alpha = r$

یا (ویدئو) $\sin^2 \alpha = \frac{r \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \Rightarrow \frac{1}{1} = \frac{r \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$

$1 + 1 \tan^2 \alpha = r \cdot \tan \alpha \Rightarrow 1 \tan^2 \alpha - r \cdot \tan \alpha + 1 = 0$
 $\Rightarrow 1 \tan^2 \alpha$

$\tan^2 \alpha - r \cdot \tan \alpha + 1 = 0$

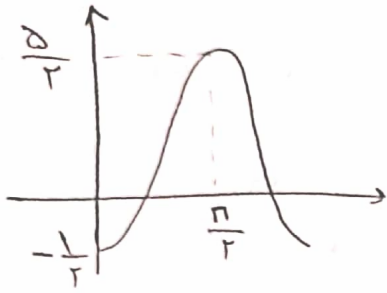
$(\tan \alpha - 17)(\tan \alpha - \frac{1}{17}) = 0$

$\tan \alpha = \frac{17}{1} = 17$

$\tan \alpha = \frac{1}{17} = \frac{1}{r}$

تجربی ۱۴.۱ خ

شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y = c + a \cos bx$ را نشان می دهد



$$\begin{array}{c|c} -3 & -5 \\ \hline -\frac{3}{2} & -\frac{5}{2} \end{array}$$

مقدار a کدام است!

$$c = \frac{(\frac{5}{2}) + (-\frac{1}{2})}{2} = 1$$

$$(0, -\frac{1}{2}) \Rightarrow y = c + a \cos bx \rightarrow -\frac{1}{2} = a \cos(-) + c$$

$$a + c = -\frac{1}{2} \rightarrow a = -\frac{1}{2} - 1 = -\frac{3}{2}$$

$$ac = 1 \times -\frac{3}{2} = -\frac{3}{2}$$

تعداد جواب هم معادله $\sin(x + \frac{\pi}{4}) \cos(x - \frac{\pi}{4}) = 1$ در بازه $[0, 2\pi]$

تجربی ۱۴.۱ خ

کدام است!

$$\begin{array}{c|c} 2 & 1 \\ \hline 2 & 3 \end{array}$$

$$\sin(x + \frac{\pi}{4}) \cos(x - \frac{\pi}{4}) = 1$$

$$\sin(x + \frac{\pi}{4}) \sin(x + \frac{\pi}{4}) = 1$$

$$\sin^2(x + \frac{\pi}{4}) = 1 \Rightarrow \sin(x + \frac{\pi}{4}) = \pm 1$$

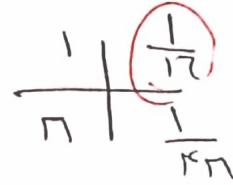
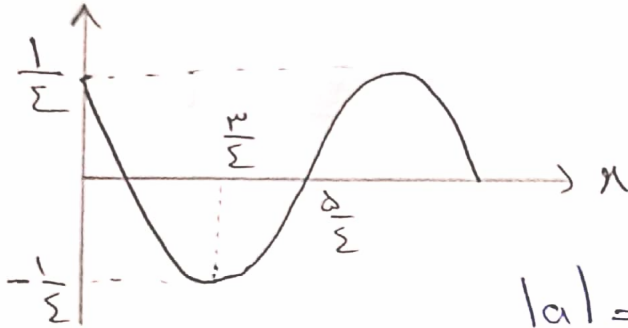
$$x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{\pi}{4}$$

$$x + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{2} \rightarrow x = \frac{5\pi}{4}$$



ریاضی ۱۴.۱: شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \cdot \cos(bx + c)$ را نشان می‌دهد

اگر $b > 0$ و $c < \pi$ باشد مقدار $\frac{ac}{b}$ کدام است؟



$$|a| = \frac{\max - \min}{r} \Rightarrow |a| = \frac{\frac{1}{2} - (-\frac{1}{2})}{r}$$

$$|a| = \frac{1}{2} \rightarrow a = +\frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0 \Rightarrow 0 = \frac{1}{2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3}b + c\right)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{3}b + c\right) = \cos\frac{\pi}{2} \rightarrow \frac{\pi}{3}b + c = \frac{\pi}{2}$$

$$f\left(\frac{5\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot \cos\left(\frac{5\pi}{3}b + c\right)$$

$$\frac{5\pi}{3}b + c = \pi$$

$$\begin{cases} \frac{\pi}{3}b + c = \frac{\pi}{2} \\ \frac{5\pi}{3}b + c = \pi \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \frac{\pi}{3}b + c = \frac{\pi}{2} \\ -\frac{4\pi}{3}b + c = -\pi \end{cases}$$

$$\frac{4\pi}{3}b = \frac{\pi}{2} \rightarrow b = \frac{3}{8}$$

$$\frac{\pi}{3}b = \frac{\pi}{2} \rightarrow b = \frac{3}{2}$$

$$\frac{ac}{b} = \frac{1}{14}$$

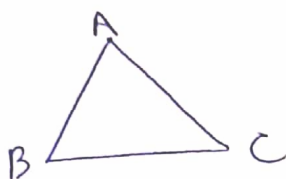
$$c = \frac{\pi}{2}$$

اندازه زاویه A در مثلث ABC، ۴۵ درجه بیشتر از اندازه زاویه B است.

$$2c \cdot \sin A \sin B - \sin C = ?$$

حاصل

$$\begin{array}{c|c} -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \hline -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{array}$$



$$\boxed{A - B = 45} \left\{ \begin{array}{l} A = B + 45 \\ A + B + C = 180 \end{array} \right. \Rightarrow \begin{array}{l} A = 90 \\ B = C = 45 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 2c \cdot \sin A \sin B - \sin C &= 2c \cdot \sin 90 \cdot \sin 45 - \sin 90 \\ &= -\sin 45 = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

روشن درم

$$\hat{C} = 180 - (\hat{A} + \hat{B})$$

$$2c \cdot \sin A \sin B - \sin(180 - (A + B))$$

$$= 2c \cdot \sin A \sin B - \sin(A + B)$$

$$= \underline{2c \cdot \sin A \sin B} - \underline{\sin A \cos B - \cos A \sin B}$$

$$= c \cdot \sin A \sin B - c \cdot \sin B \sin A$$

$$= \sin(B - A) = \sin(-45) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

9.

$$\sin x + \sqrt{3} \cos x = \sqrt{2}$$

$\frac{11\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$
$\frac{11\pi}{2}$	$\frac{9\pi}{2}$

مجموع جواب‌ها معادله مثلثاتی

ریاضی ۱۴۰۱

در بازه $[-\pi, 2\pi]$ کدام است؟

دوره

$$\sin x + \sqrt{3} \cos x = \sqrt{2}$$

$$\frac{1}{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{2} \Rightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{1}$$

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x + \frac{\pi}{3} = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{6}$$

$$x = \frac{2k\pi - \pi}{2} \rightarrow \left\{ -\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right\}$$

$$x + \frac{\pi}{3} = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6}$$

$$x = \frac{2k\pi + 5\pi}{6} \rightarrow \left\{ \frac{5\pi}{6} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} + \frac{13\pi}{6} = \frac{17\pi}{6} = \frac{9\pi}{2}$$

بانی ۱۴.۱ خ، الراتصال لكان α در ربع سوم و $\frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha} = r$ مقدار صحیح

$\tan \frac{\alpha}{r}$ کدام است! $\frac{-2}{-3} \mid \frac{2}{3}$

$\frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha} = r \implies r + r \sin \alpha = 1 - \sin \alpha$

$\implies 2 \sin \alpha = r \implies \sin \alpha = \frac{r}{2}$



$\tan \alpha = \frac{r}{\Sigma}$

صداقت $\implies \tan \alpha = \frac{r \tan \frac{\alpha}{r}}{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{r}} = \frac{r}{\Sigma}$

$r \tan \frac{\alpha}{r} = r - r \tan^2 \frac{\alpha}{r}$

$r \tan^2 \frac{\alpha}{r} + r \tan \frac{\alpha}{r} - r = 0$

$\tan^2 \frac{\alpha}{r} + \tan \frac{\alpha}{r} - 1 = 0$

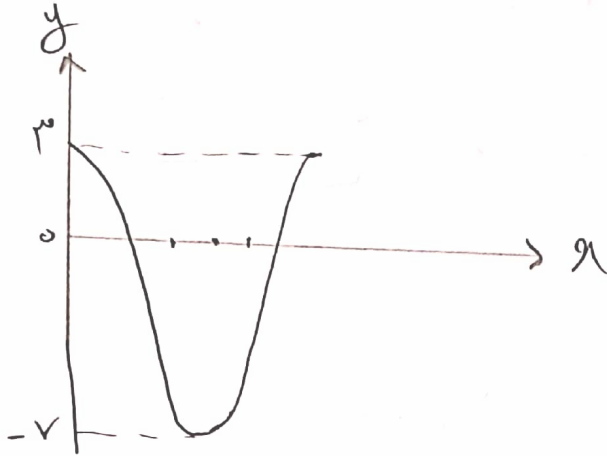
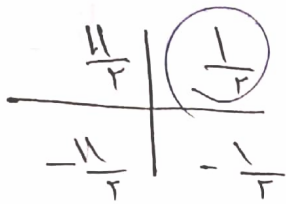
$(\tan \alpha - 1)(\tan \alpha + 1) = 0 \implies \left\{ \begin{array}{l} \tan \alpha = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} \\ \tan \alpha = -1 \Rightarrow -\frac{1}{2} \end{array} \right.$

ریاضی ۱۴.۱ خ

نشان می دهد $f(x) = a \cdot \sin x + b$

نشان زیر قسمتی از نمودار تابع

مقدار $f(\frac{\pi}{3})$ کدام است!



$$b = \frac{3 + (-1)}{2}$$

$$b = -1$$

$$a = \frac{3 - (-1)}{2} = 2$$

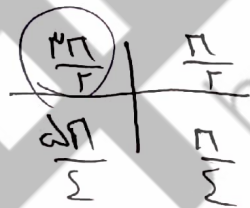
$$f(x) = 2 \cdot \sin x - 1 \rightarrow f(\frac{\pi}{3}) = 2 \cdot \sin \frac{\pi}{3} - 1$$

$$f(\frac{\pi}{3}) = 2(\frac{1}{2}) - 1 = \frac{1}{2}$$

ریاضی ۱۴.۱ خ

$$\sin(x + \frac{\pi}{2}) \cdot \cos(x - \frac{\pi}{2}) = 1$$

مجموع جوابها معادله است



در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است!

$$\cos(x - \frac{\pi}{2}) = \cos(\frac{\pi}{2} - (x + \frac{\pi}{2})) = \sin(x + \frac{\pi}{2})$$

$$\cos(x - \frac{\pi}{2})$$

$$\sin(x + \frac{\pi}{2}) \cdot \sin(x + \frac{\pi}{2}) = 1$$

$$\sin^2(x + \frac{\pi}{2}) = 1 \Rightarrow$$

$$\sin(x + \frac{\pi}{2}) = \pm 1 \rightarrow x + \frac{\pi}{2} = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2} \rightarrow \frac{3\pi}{2}$$