جزوه فصل چهارم فیزیک دهم

دما و گرما

تالیف: مهندس رهبری

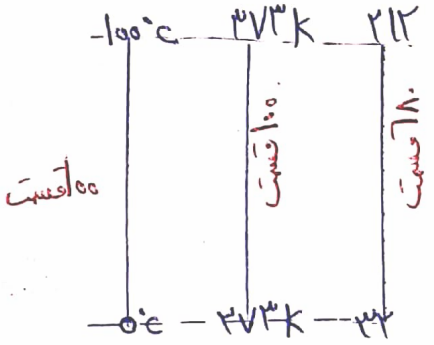
تابستان ۱۴۰۱

CamScanner

دما: کمیتی است که میزان گرمی و سردی اجسام را مشخص می‌کند.

مقیاس‌های دما: ① سلسیوس (سانتی‌گراد) ② کلوین ③ فارنهایت

θ سلسیوس	T کلوین	F فارنهایت



$$\begin{cases} T = \theta + 273 \\ F = 1{,}8\theta + 32 \end{cases}$$

یا $F = \frac{9}{5}\theta + 32$

$$\Delta T = \Delta\theta$$

تغییرات دما برحسب سلسیوس با تغییرات دما برحسب کلوین برابر است.

$$\Delta F = 1{,}8\,\Delta\theta = 1{,}8\,\Delta T$$

تغییرات دما برحسب فارنهایت = ۱٫۸ برابر تغییرات دما برحسب سلسیوس یا کلوین

Δ : دلتا در فیزیک یعنی افزایش یا کاهش یک کمیت. یعنی تغییرات

نکته: صفر کلوین برابر ۲۷۳٫۱۵- است که این کمترین دمای ممکن نیز هست. اما برای این دما حد بالایی وجود ندارد.

انواع دماسنج‌ها: ① دماسنج گازی ② دماسنج مقاومت پلاتینی ③ تف‌سنج (پیرومتر)

دماسنج ترموکوپل بدلیل دقت کمتر نسبت به دماسنج‌های دیگر از مجموعه دماسنج‌های معیار کنار گذاشته شد ولی همچنان کاربرد فراوانی در صنعت و آزمایشگاه دارد. کمیت دماسنجی این دماسنج ولتاژ است.

گستره دماسنجی یک ترموکوپل به جنس سیم‌های آن بستگی دارد. مزیت ترموکوپل این است که بدلیل جرم کوچک محل اتصال خیلی سریع با دستگاهی که دمای آن اندازه‌گیری می‌شود به حالت تعادل گرمایی می‌رسد. بعلاوه در سیارهای الکترونیکی وسایل صنعتی، گرمایش و هرمایشی از آن استفاده می‌شود.

گستره دمایی دماسنج ترموکوپل ج: ۱۳۷۲ ← ۲۷۰°c-

تغییر کمیت دماسنجی، اساس کار دماسنج ها می باشد. ساده‌ترین و رایج‌ترین نوع دماسنج، دماسنج‌های جیوه‌ای و الکلی است، که در این دماسنج‌ها کمیت دماسنجی، ارتفاع مایع درون لوله دماسنج است.

دماسنج بیشینه - کمینه: نوع ویژه‌ای از دماسنج‌هایی که کمینه و بیشینه دما را در یک مدت زمان معین نشان می‌دهد و معمولاً در مراکز پرورش گل و گیاه - باغداری - هواشناسی و... استفاده می‌شود. درون آن الکل یا روغن کریستوزوت و جیوه قرار دارد.

مسئله: درجه دمای دماسنج فارنهایت و سلسیوس یک عدد را نشان می‌دهند؟

$$F = 1/8\theta + 32 \xrightarrow{F=\theta} F = 1/8F + 32$$

$$\Rightarrow F - 1/8F = 32 \Rightarrow -0/8F = 32 \rightarrow F = \frac{32}{-0/8} = \boxed{-40}$$

نکته: دماسنج گازی: براساس تغییر فشار گازها کامل عمل می‌کند

دماسنج مقاومت پلاتینی: براساس تغییر مقاومت الکتریکی در اثر تغییر دما عمل می‌کند

دماسنج (پیرومتر): براساس تابش گرمایی عمل می‌کند.

ریاضی ۹۸: دمای 122° فارنهایت معادل با چند درجه سلسیوس و چند کلوین است؟

۳۳۲٫۵۰	۳۲۳٫۵۰
۳۳۲٫۵۹	۳۲۳٫۵۹

$$F = 1/8\theta + 32$$

$$122 = 1/8\theta + 32$$

$$122 - 32 = 1/8\theta \rightarrow 90 = 1/8\theta \rightarrow \theta = \frac{90}{18\times10^{-1}} = \frac{900\times1/0}{18}$$

$$\theta = 50^\circ C$$

$$K = \theta + 273 = 50 + 273 = 323\ K$$

مثال دمای جسم A، ۳۰°c و دمای جسم B، ۲۸۸K است. اختلاف دمای این دو جسم چند درجه فارنهایت است؟

۲۷	۱۵
۲۸	۸۱

$$\Delta F = 1/8\,\Delta\theta$$

$$T_B = \theta_B + 273 \Rightarrow 288 = \theta_B + 273 \rightarrow \theta_B = 15^\circ c$$

$$\Delta F = 1/8\Delta\theta = 1/8(30-15) = 27^\circ F$$

مثال سه دماسنج سلسیوس، کلوین و فارنهایت در یک محیط قرار دارند. اگر عددی که دماسنج فارنهایت نشان می‌دهد ۵ برابر عددی که یک دماسنج سلسیوس نشان می‌دهد باشد، دمای محیط چند کلوین است؟

۲۰	۱۰
۲۹۳	۲۸۳

$$F = 1/8\theta + 32$$

$$F = 5\theta \Rightarrow 5\theta = 1/8\theta + 32 \Rightarrow 3/2\theta = 32 \rightarrow \theta = 10^\circ c$$

$$T = 10 + 273 = 283\,K$$

رابطه دماسنج‌ها با دماسنج نامشخص:

به صورت کلی اگر دمای ۲ نقطه مشخص برحسب سلسیوس و مقیاس دمایی خاصی مثل x را داشته باشید به کمک روش تناسب می‌توان نوشت:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{\theta - \theta_1}{\theta_2 - \theta_1}$$

- x: دما در مقیاس x
- θ: دمای نقطه ۱ برحسب سلسیوس
- x_1: دمای نقطه ۱ در مقیاس x
- x_2: دمای نقطه ۲ در مقیاس x
- θ_1: دمای نقطه ۱ برحسب سلسیوس
- θ_2: دمای نقطه ۲ برحسب سلسیوس

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{T - T_1}{T_2 - T_1}$$

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{F - F_1}{F_2 - F_1}$$

CamScanner

مثال: دماسنجی دمای جوش آب را ۱۵۰°X و دمای ۹۰°C را ۷۰°X نشان می‌دهد این دماسنج دمای طبیعی بدن انسان را چه عددی نشان می‌دهد؟

۲۴	-۱۳
۸۴	۷۴

$$\frac{x-70}{150-70}=\frac{\theta-90}{100-90}\Rightarrow x-70=2\theta-120$$

$$\Rightarrow x=2\theta-50 \xrightarrow[37^\circ C]{\text{دمای بدن انسان}} \Rightarrow x=2(37)-50=24$$

نکات دماسنج جیوه‌ای یا الکلی:

① **ضخامت حباره:** هرچه ضخامت شیشهٔ حبارهٔ مخزن نازک‌تر باشد مایع درون مخزن سریع‌تر با محیط تبادل گرمایی می‌کند و سریع‌تر دما را نشان می‌دهد. هرچه حباره لوله ضخیم‌تر باشد تبادل گرما از طریق لوله کم‌تری شود و دمای اندازه‌گیری شده دقیق‌تر است.

② **قطر لوله:** هرچه قطر لوله دماسنج کم‌تر باشد در اثر تغییر حجم مایع دماسنجی، ارتفاع مایع درون لوله بیش‌تر تغییر می‌کند و می‌توان کم‌ترین تغییر دما را اندازه‌گیری کرد.

③ **حجم مایع داخل مخزن:** هرچه حجم مایع داخل مخزن بیش‌تر باشد در اثر تغییر دما، تغییر حجم بیش‌تری شود بنابراین تغییر دما را دقیق‌تر نشان می‌دهد.

انواع انبساط: ① طولی ② سطحی ③ حجمی

انبساط طولی:

L_1: طول اولیه

ΔT: تغییرات دما (°C یا K)

$L_2 = L_1(1+\alpha\Delta T)$ ← L_2: طول نهایی (ثانویه)

$\Delta L = L_1 \cdot \alpha \cdot \Delta T$ ← ΔL: تغییرات طول = انبساط یا کاهش

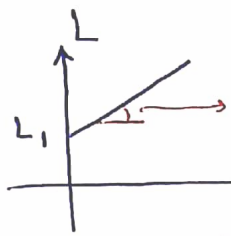
$\frac{\Delta L}{L_1}\times 100 = \alpha\Delta T \times 100$ ← درصد تغییر طول

$\Delta L = L_2 - L_1$

α: ضریب انبساط طولی میله که به جنس میله بستگی دارد و برحسب $\frac{1}{K}$ یا K^{-1} یا $\frac{1}{^\circ C}$ یا $^\circ C^{-1}$ می‌باشد

CamScanner

$$L_2 = L_1(1+\alpha\Delta T) \Rightarrow L_2 = L_1 + L_1\alpha\Delta T$$



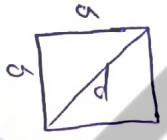
$\text{شیب} = \alpha L_1 = \frac{\Delta L}{\Delta T}$ ← عوض از مبدا

نکته: رابطه $\Delta L = L_1\alpha\Delta T$ برای محاسبه هرگونه تغییر طولی مثل تغییر قطر استوانه تغییر محیط یک حلقه و بطور کلی تغییر فاصله بین دو نقطه برقرار است.

مثال مهم: طول ضلع یک مربع فلزی در دمای $10\sqrt{2}\,m$ و $0^\circ C$ است. اگر دمای آن را به $60^\circ C$ برسانیم قطر مربع چند متر خواهد شد؟

$\alpha = 2\times10^{-5}\ \frac{1}{K}$

۲۰/۰۱۲	۲۰/۰۱۲۴
۲۰/۰۱۲۴	۲۰/۰۱۲



$d = a\sqrt{2}$ می دانیم

$d = 10\sqrt{2}\times\sqrt{2} = 20\,m$

$\Delta L = L_1 \cdot \alpha \cdot \Delta T = 20 \times 2\times10^{-5} \times 60 = 24\times10^{2}\times10^{-5}$

$= 0.24\,m$

$L_2 - L_1 = 0.24\,m \Rightarrow L_2 = 20 + 0.24 = \boxed{20.024\,m}$

L_1 ↓ ۲۰

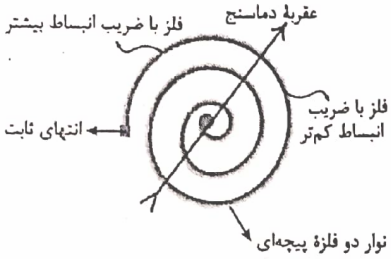
نکته: α (ضریب انبساط طولی) علاوه بر جنس ماده به دما نیز اندکی وابسته است. اما بدلیل آن که این وابستگی ناچیز است معمولاً آن را در محاسبات معمولی نادیده می گیریم.

دماسنج نواری دوفلزه (بی متال): نوار دوفلزه، از ۲ تیغه فلزی متفاوت مانند برنج و آهن ساخته شده است که سر تا سر بهم جوش داده شده یا پرچ شده اند. فلز با ضریب انبساط بیشتر کمان خارجی و فلز با ضریب انبساط کمتر کمان داخلی را تشکیل می دهد. به همین دلیل با افزایش دما، نوار حلزونی، حلزونی تر می شود و عقربه دماسنج به سمت راست می چرخد. از همین ویژگی برای خم شدن نوارها

CamScanner

ص ۹

برای اندازه گیری دما و ساخت دماسنج ها استفاده می شود.

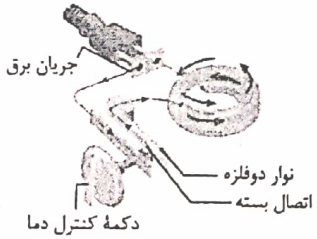


دماپا (ترموستات)

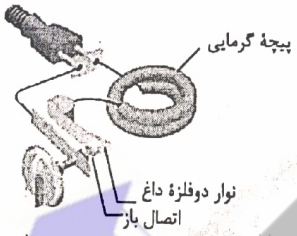
مشابه دماسنج نواری دوفلزه، دماپا دو تیغهٔ فلزی با طول یکسان و جنس مختلف (مثل برنج و فولاد) است که به طور کامل به هم متصل شده‌اند. مطابق شکل، در این‌جا هم، تیغه با ضریب انبساط بیشتر، کمان خارجی را تشکیل می‌دهد.

در اثر گرم‌شدن دماپا به سمت فولاد (فلز با ضریب انبساط کم‌تر) خم می‌شود.

$\alpha_{\text{برنج}} > \alpha_{\text{فولاد}}$



(الف)



(ب)

طرز کار دماپا: دماپا در مدار خیلی از وسیله‌های الکتریکی مثل یخچال، آبگرمکن، کتری برقی و ... به کار می‌رود. کار دماپا، قطع و وصل جریان هنگام گرم و سرد شدن مدار است. برای درک بهتر، شکل‌های مقابل را ببینید. در ابتدا (شکل الف)، با عبور جریان الکتریکی از کتری برقی، نوار دوفلزه گرم و به تدریج خم می‌شود تا این‌که جریان قطع شود (شکل ب). با قطع جریان و خاموش‌شدن کتری، دمای تیغهٔ فلزی کاهش می‌یابد و دوباره نوار به شکل اول خود برمی‌گردد. با این اتفاق مجدداً مدار وصل شده و کتری برقی روشن می‌شود.

انبساط سطحی:

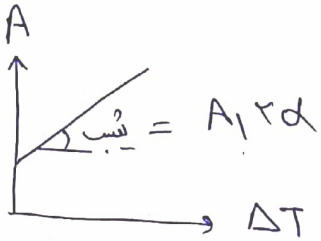
$A_2 = A_1(1+2\alpha\Delta T)$ ← حتما نازیبا ← حتما اولیه

$\Delta A = A_1 \cdot 2\alpha \cdot \Delta T$ ← حتما تغییر مساحت ← افزایش یا کاهش مساحت

$\frac{\Delta A}{A_1} \times 100 = 2\alpha\Delta T \times 100$ ← حتما درصد تغییر مساحت

$A_2 = A_1 + A_1 2\alpha\Delta T$

شیب انبساط سطحی → $\frac{\Delta A}{\Delta\theta} = 2\alpha A_1$



CamScanner

انبساط حجمی :

$\beta = 3\alpha$ جامد

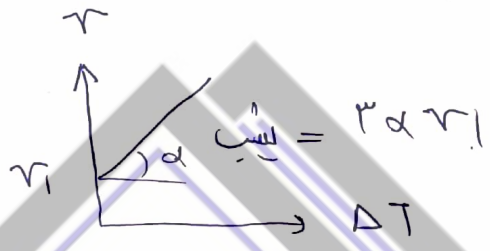
حجم نهایی $V_2 = V_1(1 + 3\alpha\Delta T)$

تغیرات حجم $\Delta V = V_1 \cdot 3\alpha\Delta T$

درصد تغیرات حجم $\frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = 3\alpha\Delta T \times 100$

$V_2 = V_1 + 3\alpha V_1 \Delta T$

شیب انبساط حجمی $= \frac{\Delta V}{\Delta\theta} = 3\alpha V_1$



ضریب انبساط طولی ← α ضریب انبساط سطحی ← 2α ضریب انبساط حجمی ← 3α

تجربی ۹۷ : یک میله آهن در اثر افزایش دمای ۵۰°C، ۰/۶ درصد به طولش اضافه می‌شود ضریب انبساط طولی این میله آهن در SI کدام است؟

$1,6\times10^{-5}$	$1,2\times10^{-5}$
8×10^{-5}	6×10^{-5}

$\Delta L = \frac{0/6}{100} L_1 = 6\times10^{-3} L_1$

$\frac{\Delta L}{L_1} = \alpha \cdot \Delta T \Rightarrow 6\times10^{-3} = \alpha \times 50$

$\alpha = \frac{6\times10^{-3}}{50} = \frac{6\times10^{-3}}{5\times10^{1}} = 1,2\times10^{-5}$

ریاضی ۸۰: ضریب انبساط طولی فلزی $2/5\times10^{-5}\ K^{-1}$ است دمای یک میله از آن فلز را چند درجه سلسیوس افزایش دهیم تا بر طول آن به اندازه ۰/۰۰۱ طول اولیه اضافه شود؟

۴۰ | ۳۰
۶۰ | ۵۰

$$\Delta L = 0/001\, L_1$$

$$\frac{\Delta L}{L_1} = \alpha \Delta T \Rightarrow \frac{0/001\, L_1}{L_1} = 2/5\times10^{-5}\times\Delta T$$

$$10^{-3} = 25\times10^{-6}\ \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{10^{-3}}{25\times10^{-6}}$$

$$\Delta T = \frac{10^{3}}{25} = \frac{1000}{25} = 40$$

تجربی ۸۰: طول یک پل براثر ۲۵°C افزایش دما ۲/۵ cm اضافه شده است اگر ضریب انبساط طولی پل $1/25\times10^{-5}\ K^{-1}$ باشد طول پل چند متر است؟

۸۰ | ۶۰
۱۲۰ | ۱۰۰

$$\Delta L = L_1 \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

$$2/5\times10^{-2} = L_1 \times 1/25\times10^{-5}\times 25$$

$$L_1 = \frac{2/5\times10^{-2}}{1/25\times10^{-5}\times25} = \frac{25\times10^{-3}}{125\times25\times10^{-7}}$$

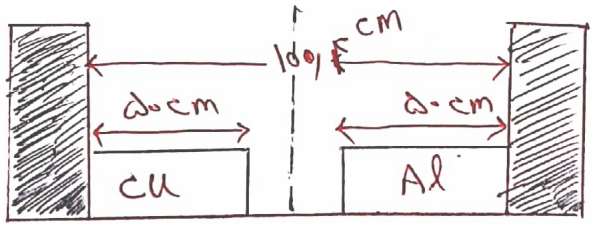
$$= \frac{1.^{4}}{125} = \frac{1000\times10}{125} = 80$$

تجربی ۹۸ خ: دو میله مسی و آلومینیومی بین ۲ دیواره ثابت قرار دارند دمای ۲ میله را چند کلوین بالا ببریم تا دو میله به یکدیگر برسند؟

۳۶۷ | ۴۷۰
۲۰۰ | ۲۵۰

مس $\alpha = 1/7\times10^{-5}\ K^{-1}$

$\alpha_{Al} = 2/3\times10^{-5}\ K^{-1}$



CamScanner

فاصله کل ← ۱۰۰/۴ cm جمع طول ۲ میله ← ۱۰۰ cm ← یعنی جهت آب‌انبار برای آن‌که ۲ میله بهم برسند باید جمع ΔL آن‌ها شود ۰/۴ cm = ۱۰۰/۴ − ۱۰۰

$$\Delta L_{Cu} + \Delta L_{Al} = 0/4\ cm$$

$$L_1 \alpha \Delta T + L_1 \alpha \Delta T = 0/4 \times 10^{-2}$$

$$L_1 \left(\frac{\alpha \Delta T}{Cu} + \frac{\alpha \Delta T}{Al} \right) = 4 \times 10^{-3}$$

فاکتور

$$50 \times 10^{-2} \left(1/7 \times 10^{-5} \times \Delta T + 2/3 \times 10^{-5} \Delta T \right) = 4 \times 10^{-3}$$

$$5 \times 10^{-1} \left(\Delta T (1/7 \times 10^{-5} + 2/3 \times 10^{-5}) \right) = 4 \times 10^{-3}$$

$$\Delta T = \frac{4 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-5} \times 5 \times 10^{-1}} = \frac{10^3}{5} = 200$$

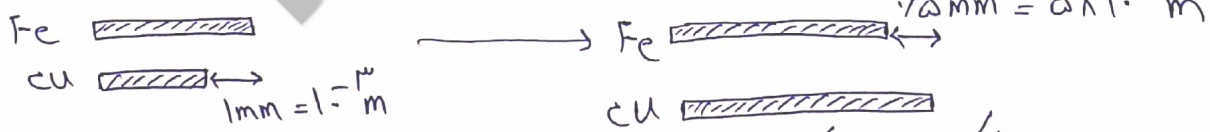
تجربی ۹۵ طول یک میله آهنی در دمای صفر درجه سلسیوس، یک میلی‌متر بیش‌تر از طول یک میله مسی درهمین دما است. آگر دمای میله‌ها را به ۱۰۰°C برسانیم، طول میله مسی ۰/۵mm بیش‌تر از طول میله آهنی خواهد شد. طول اولیه میله آهنی چند متر است؟

$\alpha_{Fe} = 1/2 \times 10^{-5}$

$\alpha_{Cu} = 1/8 \times 10^{-5}$

۲/۴۹۸	۱/۱۰۲
۲/۴۴۸	۲/۵۰۳

حالت اول



میله مسی در ابتدا یک میلی‌متر کوتاه‌تر از میله آهنی است ولی در نهایت ۰/۵mm بلندتر از میله آهنی می‌شود. لذا افزایش طول میله مسی ۱/۵mm بیش‌تر از میله آهنی است.

۱۰

$$\Delta L_{cu} - \Delta L_{Fe} = 1/5$$

$$\alpha L \Delta T)_{cu} - \alpha L \Delta T)_{Fe} = 1/5$$

$$\boxed{L_{cu} = L_{Fe} - 1}$$

$$1/8 \times 10^{-5} \times (L_{Fe} - 1) \times 100 - 1/2 \times 10^{-5} \times L_{Fe} \times 100 = 1/5$$

$$100 \times 1/8 \times 10^{-5} L_{Fe} - 100 \times 1/8 \times 10^{-5} - 100 \times 1/2 \times 10^{-5} L_{Fe} = 1/5$$

$$L_{Fe}\left(100 \times 1/8 \times 10^{-5} - 100 \times 1/2 \times 10^{-5}\right) = 1/5 + 100 \times 1/8 \times 10^{-5}$$

$$L_{Fe}\left(18 \times 10^{-4} - 12 \times 10^{-4}\right) = 1/5 + 18 \times 10^{-4}$$

$$L_{Fe} = \frac{1/5 + 18 \times 10^{-4}}{6 \times 10^{-4}} = \frac{1/5}{6 \times 10^{-4}} + \frac{18 \times 10^{-4}}{6 \times 10^{-4}}$$

$$= \frac{15 \times 10^{-1}}{60 \times 10^{-5}} = \left(/25 \times 10^{4} + /3\right) \times 10^{-3}$$

$mm \rightarrow m$

$$= (2500 + /3) \times 10^{-3}$$

$$= \boxed{2/503\,m}$$

تجربی خارج ۹۳ طول ۲ میله فلزی A و B در دمای ۲۰°c هریک برابر ۲ متر است دمای دو میله را چند درجه سلسیوس افزایش دهیم تا اختلاف طول آن‌ها برابر ۰/۸mm شود؟

$\alpha_A = 12 \times 10^{-6}\ c^{-1}$

$\alpha_B = 20 \times 10^{-6}\ c^{-1}$

۵۰	۳۰
۱۰۰	۷۰

طول اولیه و تغییرات دمای هر دو میله یکسان است فقط کافی است افزایش طول B به اندازه ۰/۸mm بیش‌تر از افزایش طول A باشد.

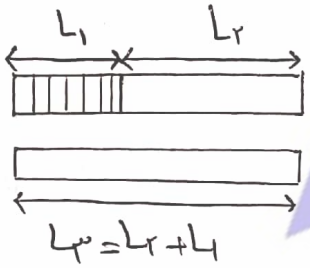
$$\Delta L_A = \alpha_A L_1 \Delta T \quad \Longrightarrow \quad \Delta L_B - \Delta L_A = (\alpha_B - \alpha_A) L_1 \Delta T$$

$$\Delta L_B = \alpha_B L_1 \Delta T$$

$$0/8 \times 10^{-3} = (20-12) \times 10^{-6} \times 2 \times \Delta T$$

$$\Delta T = \frac{8 \times 10^{-4}}{8 \times 2 \times 10^{-6}} = 0/5 \times 10^{2} = 50$$

ریاضی ۸۴ خ دردمای صفر درجه سلسیوس مجموع طول میله‌های L_1، L_2 با طول میله L_3 برابر است و ضریب انبساط طولی میله‌ها نیز به ترتیب $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ است اگر دمای هر دو تا بالاتر از صفر نیز این تساوی طول برقرار باشد کدام رابطه درست است؟



$$\Delta L_3 = \Delta L_2 + \Delta L_1$$

$$\alpha_3 L_3 \Delta T = \alpha_2 L_2 \Delta T + \alpha_1 L_1 \Delta T$$

$$\Delta T (\alpha_3 L_3) = \Delta T (\alpha_2 L_2 + \alpha_1 L_1)$$

$$\alpha_3 = \frac{\alpha_2 L_2 + \alpha_1 L_1}{L_3}$$

تجربی ۹۳ : ضریب انبساط طولی یک حلقه فلزی برابر $2 \times 10^{-5} \, ^\circ C^{-1}$ است اگر دمای این حلقه را به آرامی ۵۰ درجه افزایش دهیم قطر حلقه چند درصد افزایش می‌یابد؟

محیط حلقه ـ شعاع و قطر ← از جنس طول ← انبساط طولی

$$\frac{\Delta L}{L_1} = \alpha \Delta \theta \times 100 \longrightarrow \frac{\Delta L}{L_1} = 2 \times 10^{-5} \times 50 \times 100$$

$$= 10^{-5} \times 10^{4} = 0/1 \, \%$$

نکته) اگر قرار باشد در هر دمایی اختلاف طول ۲ میله برابر باشد باید تغییرات طول آن‌ها به ازای هر تغییر دمایی یکسان باشد.

مثال) دو میله با ضرایب انبساط طول در دمای اولیه مشابه
$\begin{cases} \alpha_A = 1.5 \times 10^{-5} \ ^\circ C^{-1} \\ \alpha_B = 1.2 \times 10^{-5} \ ^\circ C^{-1} \end{cases}$

قرار دارند و اختلاف طول آن‌ها ۴cm است. اگر دمای آن‌ها را به یک اندازه بالا ببریم اختلاف طول آن‌ها تغییر نمی‌کند. طول میله کوتاه‌تر در دمای اولیه چند سانتی‌متر است؟

۲۰	۱۰
۴۰	۳۰

$L_A - L_B = 4\,cm$

$\Delta T_A = \Delta T_B$ ، $\Delta L_A = \Delta L_B$

$L_A \alpha_A \Delta T_A = L_B \alpha_B \Delta T_B$

$1.5 L_A = 1.2 L_B$

$L_A = 1.2 L_B$

$L_A - L_B = 4 \xrightarrow{L_A = 1.2 L_B}$

$1.2 L_B - L_B = 4 \rightarrow 0.2 L_B = 4 \rightarrow L_B = 20\,cm$

$L_A = 24\,cm$

$\alpha_B > \alpha_A \Rightarrow L_A > L_B$

همم

ریاضی ۹۳: دمای یک قرص فلزی را $250^\circ C$ افزایش می‌دهیم در نتیجه مساحت آن ۱٪ افزایش می‌یابد ضریب انبساط حجمی فلز کدام است؟

2×10^{-5}	4×10^{-5}
2×10^{-6}	4×10^{-6}

$\Delta A = \frac{1}{100} A_1$

$\frac{\Delta A}{A_1} = 2\alpha \Delta T \rightarrow \frac{1}{100} = 2\alpha \times 250$

$\Rightarrow \alpha = \frac{1}{200 \times 250} = \frac{1}{5 \times 10^4} \rightarrow = 0.2 \times 10^{-4} = 2 \times 10^{-5}$

تجربی ۹۴: ضریب انبساط طولی فلزی $10^{-5} K^{-1}$ است. اگر دمای قطعه‌ای از این فلز را ۱۰۰°C افزایش دهیم حجم آن چند درصد افزایش می‌یابد؟

۳	۱
۰/۳	۰/۱

$$\frac{\Delta V}{V_1} = 3\alpha \Delta T \times 100$$
$$= 3\times 10^{-5} \times 100 \times 100 = 3\times 10^{-5}\times 10^{4}$$
$$= 3\,\% = 0/3$$

ریاضی ۹۷: دمای یک قرص فلزی ۱۰۰K افزایش می‌یابد. گرمای اولیه آن ۱۰cm باشد و ضخامت اولیه آن ۴mm باشد. تغییر حجم قرص چند سانتی‌متر مکعب است؟ $\pi = 3$

$\alpha = 5\times 10^{-5} K^{-1}$

۱/۲	۰/۱۲
۰/۱۸	۱/۸

$$\Delta V = V_1\, 3\alpha\, \Delta T$$
$$\Delta V = \pi r^2 h \cdot 3\alpha \cdot \Delta T$$
$$= 3\times 10^2 \times 4\times 10^{-1} \times 3\times 5\times 10^{-5} \times 100$$
$$= 180\times 10^{-2} = 1/8\, cm^3$$

تجربی ۹۸: ضریب انبساط طولی آلومینیم $2/3\times 10^{-5} K^{-1}$ است و روی یک ورقه تخت آلومینیومی حفره دایره‌ای شکل ایجاد کرده‌ایم که مساحت آن در دمای صفر درجه سلسیوس $50\,cm^2$ است. اگر دمای ورقه را به آرامی به ۸۰°C برسانیم مساحت حفره چند سانتی‌متر مربع می‌شود؟

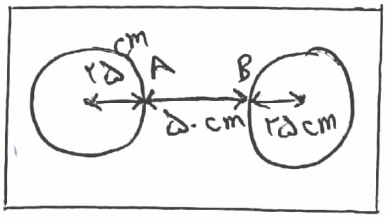
$A_2 = ?$

۴۹/۹۰۸	۴۹/۸۱۶
(۵۰/۱۸۴)	۵۰/۰۹۲

$$\Delta A = A_1 \cdot 2\alpha \cdot \Delta T$$
$$\Delta A = 50 \times 2\times 2/3\times 10^{-5} \times 80 = 18/4\times 10^{-2}$$
$$= 0/184\, cm^2$$

$$\Delta A = A_2 - A_1$$
$$0/184 = A_2 - 50 \rightarrow A_2 = 50/184$$

تجربی خ ۹۵ : دروسط یک صفحه فلزی نازک که ضریب انبساط سطحی آن $۳٫۴\times۱۰^{-۵}\,K^{-۱}$ است دو دایره به شعاع‌های ۲۵cm را در دمای صفر درجه سلسیوس خارج نموده‌ایم اگر دمای صفحه را به آرامی از ۰°c به ۲۰۰°c برسانیم فاصله AB چند میلی متر می‌شود ؟



۴۹۸٫۲	۴۹۴٫۴
۵۰۳٫۶	۵۰۱٫۸

$$۲\alpha = ۳٫۴\times۱۰^{-۵} \longrightarrow \alpha = ۱٫۸\times۱۰^{-۵}$$

$$\Delta L = L_۱ . \alpha . \Delta T = ۵۰ \times ۱٫۸\times۱۰^{-۵} \times ۲۰۰$$

$$= ۱۰^{۲}\times۱۸\times۱۰^{-۴} = ۰٫۱۸\,cm = ۱٫۸\,mm$$

$$\Delta L = L_۲ - L_۱ \rightarrow L_۱ = \Delta L + L_۱ \rightarrow ۵۰۰\,mm + ۱٫۸\,mm = \underline{۵۰۱٫۸\,mm}$$

آلیاژ دمای یک ورق فلزی را ۵۰۰°c افزایش دهیم به مساحت اولیه افزوده ۲٪ مساحت آن به اندازه می‌شود ضریب انبساط حجمی فلز ورق در SI چقدر است؟

$۱٫۲\times۱۰^{-۵}$	۹×۱۰^{-۵}
$۱٫۲\times۱۰^{-۴}$	۴×۱۰^{-۵}

$$\Delta A = \frac{۲}{۱۰۰} A_۱$$

$$\Delta A = A_۱ \, ۲\alpha \, \Delta T$$

$$\frac{۲}{۱۰۰} A_۱ = A_۱ \, ۲\alpha \times ۵۰۰$$

$$\alpha = \frac{۲}{۱۰۰\times۲\times۵۰۰} = \frac{۱}{۵\times۱۰^{۴}} = ۰٫۲\times۱۰^{-۴}$$

$$= ۲\times۱۰^{-۵} \xrightarrow{۳\alpha} \underline{۶\times۱۰^{-۵}}$$

ریاضی ۹۱ : با یک سیم آن‌قدر ریاضی دهیم تا طول آن یک درصد افزایش یابد حجم آن تقریباً چند درصد افزایش می‌یابد؟

$$\frac{\Delta L}{L_1} = \alpha \Delta T = 1\%$$

$$\frac{\Delta V}{V_1} = 3\alpha \Delta T = 3\%$$

نکته: هرگاه برای انبساط، طولی از یک جسم جامد ۱٪ درصد تغییر کند مساحت آن تقریباً ۲٪ درصد و حجم آن تقریباً ۳٪ درصد تغییر می‌کند.

انبساط ظاهری مایعات : به هنگام گرم شدن یک ظرف علاوه بر مایع داخل ظرف خود ظرف نیز منبسط می‌شود هرگاه افزایش حجم مایع بیش‌تر از ظرف باشد مایع بیرون می‌ریزد و هرگاه افزایش حجم مایع برابر با افزایش حجم ظرف باشد مایع تغییری نخواهد کرد و هرگاه تغییر حجم مایع کمتر از تغییر حجم ظرف باشد مایع پایین‌تر خواهد آمد.

برای مایع $\longrightarrow \Delta V = V_1 \beta_1 \Delta T$

برای ظرف $\longrightarrow \Delta V' = V_1 \beta_2 \Delta T$

$$\Delta V = \underset{\text{مایع}}{\Delta V} - \underset{\text{ظرف}}{\Delta V'} = V_1 (\beta_1 - \beta_2) \Delta T$$

مثال : استوانه مدرجی به حجم $50\,cm^3$ از مایعی لبریز است اگر ضریب انبساط حجمی مایع 0.08% و ضریب انبساط خطی استوانه 0.02% باشد به ازای $100^\circ C$ افزایش دما چند سانتی‌متر مکعب از مایع بیرون می‌ریزد!

۱۰	۵
۲۰	۱۵

$$\Delta V = V_1 (\beta_1 - \beta_2) \Delta T$$

$$\Delta V = 50 (0.08 - 3 \times 0.02) \times 100 = 50 \times 0.02 \times 100 = 10\,cm^3$$

مثال استوانه مدرجی به حجم $52\,cm^3$ دارای $50\,cm^3$ از مایعی با ضریب انبساط حجمی $0.8\times10^{-3}\,^\circ C^{-1}$ است. اگر ضریب انبساط خطی استوانه $0.2\times10^{-3}\,^\circ C^{-1}$ باشد به ازای چند درجه سانتی‌گراد افزایش دما مایع شروع به سرریز می‌کند؟

۱۰	۵
۲۰	۱۵

مایع ↑

$$\Delta V = V_1(\beta_1 - \beta_2)\Delta T$$

$$52-50 = 50\left(0.8\times10^{-3} - 0.6\times10^{-3}\right)\times\Delta T$$

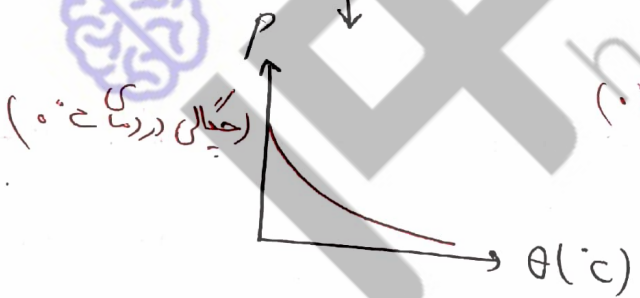
$$2 = 50\times0.2\times10^{-3}\times\Delta T \longrightarrow \Delta T = \frac{2}{50\times10^{-1}\times2\times10^{-3}}$$

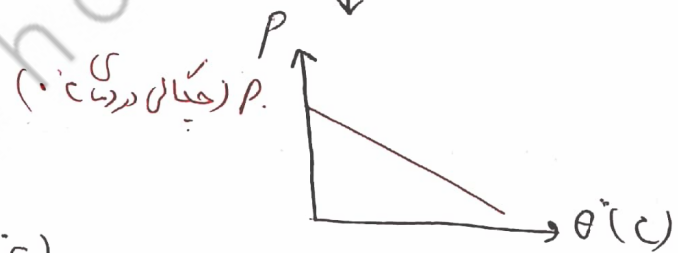
$$\Delta T = 0.2\times10^{2} = 20$$

تغییرات چگالی با دما

افزایش دما، حجم جسم را افزایش می‌دهد ولی بر جرم آن تأثیری نمی‌گذارد پس طبق رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ انتظار داریم که با افزایش دما حجم افزایش و در نتیجه چگالی کاهش یابد

$$\rho = \frac{\rho_0}{1+\beta\Delta T} \Longrightarrow \rho = \rho_0(1-\beta\Delta\theta) \Longrightarrow \Delta\rho = -\rho_0\beta\Delta\theta$$





درصد تغییرات چگالی $\longrightarrow \frac{\Delta\rho}{\rho_0}\times100 = -\beta\Delta\theta\times100$

ریاضی خ ۹۸: یک گلوله سربی به شعاع ۱cm و جرم ۴۴gr در دمای ۰°c قرار دارد اگر دمای گلوله به ۱۰۰°c برسد چگالی آن چند $\frac{kg}{m^3}$ و چگونه تغییری کند؟

۳۳ کاهش	۳۳ افزایش
۹۹ کاهش	۹۹ افزایش

$(\pi=3,\ \alpha=3\times10^{-5}K^{-1})$

$$\Delta\rho=-\rho_0\beta\Delta\theta$$

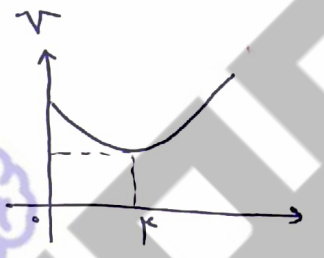
$$\rho_0=\frac{m}{V}=\frac{m}{\frac{4}{3}\pi r^3}=\frac{44\times10^{-3}}{\frac{4}{3}\times3\times1\times10^{-6}}=11\times10^3\ \frac{kg}{m^3}$$

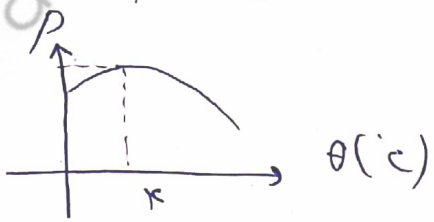
$$\Delta\rho=-11\times10^3\times3\times3\times10^{-5}\times100=-99$$

---

* انبساط غیرعادی آب *

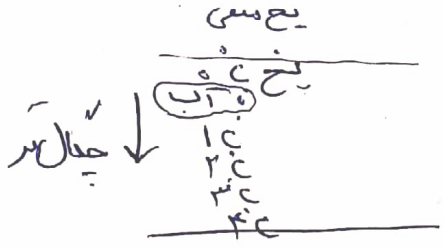
حجم بیشتر مایع‌ها با کم شدن دما کاهش می‌یابد و تا رسیدن به نقطه انجماد این کاهش حجم ادامه دارد در مورد آب این داستان کمی متفاوت است به این صورت که با کاهش دما از ۱۰۰°c تا ۴°c آب هم مثل هر مایع دیگری حجمش کم می‌شود ولی از ۴°c تا ۰°c رفتار آب غیرعادی می‌شود و کاهش دما باعث افزایش حجم آب می‌شود.





① کم‌ترین حجم و بیشترین چگالی آب در دمای ۴°c است.

② چگالی غیرعادی آب در محدوده ۰°c تا ۴°c باعث می‌شود که آب با دمای ۴°c (چون پایین‌تر از آب با دمای ۰°c (سردتر) قرار بگیرد به همین دلیل آب همواره از بالا به پایین یخ می‌زند.



③ در دمای ۴°c تغییرات چگالی آب به حداکثر می‌رسد

مثال یک سیم را خنک می‌کنیم تا طول آن ۱۰٪ کاهش یابد چگالی آن تقریباً چند برابر می‌شود؟

$$\frac{\Delta L}{L_1} = \alpha \Delta\theta = -10\%$$

$$\frac{\Delta V}{V_1} = 3\alpha\Delta\theta = -30\% \Longrightarrow V_2 = 0.7\, V_1$$

$$\Longrightarrow \rho_1 = 0.7\, \rho_2$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{10}{7}$$

گرما: نوعی انرژی است که بدلیل اختلاف دما از جسم گرم به جسم سرد منتقل می‌شود گرما را با نماد Q نمایش می‌دهند و یکای آن ژول است. انتقال گرما تا زمانی ادامه می‌یابد که دو جسم هم دما شوند و یا به اصطلاح به تعادل گرمایی برسند.

گرما انرژی انتقال یافته بین دو جسم است و عبارت گرمای جسم نادرست است. به عبارت دیگر گرما مربوط به انرژی در حال گذار است.

* آزمایش ژول نشان داد که کار نیروی وزن برابر با مقدار گرمای لازم برای افزایش دمای آب است.
* وقتی دو جسم سرد و گرم در تماس با هم قرار بگیرند از دیدگاه میکروسکوپی آنچه اتفاق می‌افتد کاهش انرژی‌های پتانسیل و جنبشی مربوط به حرکت‌های کاتوره‌ای اتم‌ها، مولکول‌ها و سایر اجزای میکروسکوپی داخل جسم گرم، و افزایش همین انرژی‌ها در داخل جسم سرد است تا آن‌که دو جسم به تعادل گرمایی برسند.

ظرفیت گرمایی: مقدار گرمایی که به یک جسم (به جرم m) داده می‌شود تا دمای آن جسم $1^\circ C$ افزایش پیدا کند. به جنس و جرم جسم بستگی دارد. مثلاً اگر ظرفیت گرمایی یک جسم ۲۰۰۰ ژول بر کلوین است یعنی اگر به آن جسم ۲۰۰۰ ژول گرما بدهیم دمای آن ۱ کلوین افزایش پیدا می‌کند.

$$Q = C\,\Delta T$$

(C: ظرفیت گرمایی)

گرمای ویژه : مقدار گرمایی است که به یک کیلوگرم از جسمی داده می‌شود تا دمای آن یک درجه سلسیوس (یا یک کلوین) افزایش یابد.

$$c = \frac{C}{m}$$

ظرفیت گرمایی ← C

گرمای ویژه ← c

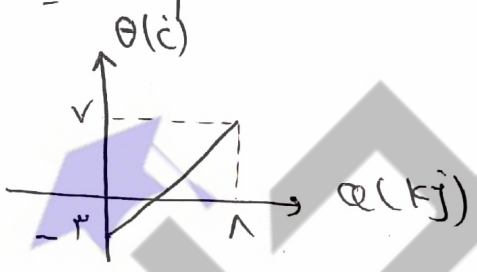
گرمای ویژه مقدار به جنس بستگی دارد.

$$Q = mc\Delta\theta$$

$$c \rightarrow \frac{J}{kg.K}$$

ریاضی خارج ۹۶ : نمودار تغییرات دما برحسب گرمای داده شده به جسمی به جرم ۲kg مطابق شکل است. چند کیلوژول گرما لازم است تا دمای این جسم ۳ کلوین افزایش یابد؟

۴,۸	۶
۲,۴	۳



$$\begin{cases} \Delta\theta = \Delta T = 10 \\ Q = 8\,kj \end{cases}$$

۱۰K	۸ kj
۱K	x = ?

$$1K \rightarrow 0.8\,kj$$

$$3K \rightarrow 0.8 \times 3 = 2,4\,kj$$

روش دوم

$$C_{بزرگ} = 0.8\,kj = 800\,j/K$$

$$C_{کوچک} = \frac{C}{m} = \frac{800}{2} = 400\ j/kg\,K$$

$$Q = mc\Delta\theta = 2 \times 400 \times 3 = 2400\,j = 2,4\,kj$$

CamScanner

تجربی خ ۹۸: گرمای ویژه آب $4200 \frac{J}{kgK}$ است چند کیلوژول گرما به یک کیلوگرم آب بدهیم تا دمای آن ۹ درجه مارپنایت افزایش یابد؟

۴۲	۲۱
۱۸/۹	۳۷/۸

$$\Delta F = 1/8\,\Delta T \Rightarrow 9 = 1/8\,\Delta T \rightarrow \Delta T = \frac{9}{1/8} = \frac{9}{18\times10^{-1}}$$

$$= \frac{90}{18} = 5 \Rightarrow \Delta T = \Delta\theta = 5$$

$$Q = mc\Delta\theta = 1 \times 4200 \times 5 = 21000\,J \xrightarrow{\div 1000} 21\,kJ$$

تجربی خ ۹۶: یک لوله مسی را بریده و جرم آن را نصف می‌کنیم ظرفیت گرمایی و گرمای ویژه آن به ترتیب چند برابر می‌شوند؟

$\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$ و ۱
۱ و ۱	$\frac{1}{2}$ و ۱

ظرفیت گرمایی تابع جرم $C \longrightarrow \frac{C}{2}$

c تابع جرم نیست $\longrightarrow c$ گرمای ویژه

گرمای Q دمای ۳ گرم از ماده A را ۵ درجه سلسیوس و دمای ۲ گرم از ماده B را ۳ درجه سلسیوس بالا می‌برد گرمای ویژه ماده A چند برابر گرمای ویژه ماده B است؟

$$Q_A = m_A c_A \Delta\theta_A \Rightarrow \text{چون } Q_A = Q_B$$
$$Q_B = m_B c_B \Delta\theta_B$$

$$m_A c_A \Delta\theta_A = m_B c_B \Delta\theta_B$$

$$3 \times c_A \times 5 = 2 \times c_B \times 3$$

$$c_A = \frac{2}{5} c_B$$

CamScanner

تجربی ۹۶: حجم جسم A دوبرابر حجم جسم B و چگالی آن ۸۰٪ چگالی جسم B است. اگر گرمای ویژه A، نصف گرمای ویژه B باشد و به هردو با یک اندازه گرما بدهیم افزایش دمای جسم A چند برابر افزایش دمای جسم B می‌شود؟

$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{2}$
$\frac{2}{5}$	$\frac{5}{2}$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V$$

$$V_A = 2V_B$$
$$\rho_A = 0.8\,\rho_B$$
$$c_A = \frac{1}{2} c_B$$
$$Q_A = Q_B \longrightarrow m_A c_A \Delta\theta_A = m_B c_B \Delta\theta_B$$
$$\frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = ?$$

$$\rho_A V_A c_A \Delta\theta_A = \rho_B V_B c_B \Delta\theta_B$$
$$0.8\,\rho_B \times 2V_B \times \frac{1}{2} c_B \times \Delta\theta_A = \rho_B \times c_B \times V_B \Delta\theta_B$$
$$2 \times \frac{0.8}{2} \Delta\theta_A = \Delta\theta_B \rightarrow \Delta\theta_A = \frac{1}{0.8} \Delta\theta_B$$
$$\Delta\theta_A = \frac{10}{8} \Delta\theta_B$$

تجربی ۹۸: بلوک‌های جسم هم‌جنس A و B گرماهای داده‌شده الف گرمای ویژه A، ۲ برابر گرمای ویژه B و همچنین چگالی A دوبرابر چگالی B باشد تغییر دمای جسم A چند برابر تغییر دمای جسم B است؟

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
1	4

$$V_A = V_B$$
$$c_A = 2c_B$$
$$Q_A = Q_B$$
$$\rho_A = 2\rho_B$$
$$\frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = ?$$

$$Q_A = Q_B$$
$$\Rightarrow \rho_A V_A \times c_A \times \Delta\theta_A = \rho_B V_B \times c_B \times \Delta\theta_B$$
$$2\rho_B \times 2c_B \times \Delta\theta_A = \rho_B \times c_B \times \Delta\theta_B$$
$$\Delta\theta_A = \frac{1}{4} \Delta\theta_B$$

تجربی ۹۱ : یک گلوله سربی به جرم ۲۰ گرم با سرعت $400\frac{m}{s}$ با یک قطعه چوب برخورد می‌کند و درون آن متوقف می‌شود اگر ۵۰ درصد انرژی جنبشی اولیه گلوله صرف گرم کردن خودش شود و گرمای ویژه سرب $125\frac{J}{kg.K}$ باشد دمای گلوله چند کلوین افزایش می‌یابد؟

گرما = یعنی نصف انرژی جنبشی

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times K = mc\Delta\theta$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times m \times 400^2 = m \times 125 \times \Delta\theta$$

$$\frac{400^2}{4} = 125 \times \Delta\theta \rightarrow \Delta\theta = \frac{100 \times 400}{4 \times 125}$$

$$\Delta\theta = \frac{40000}{125} = 320\,K$$

نکته

$$1\,cal = 4,18\,J \simeq 4,2\,J$$

$$c = 4200\frac{J}{kg.K} = 1\frac{cal}{g.C}$$

$$\Delta T$$

جسم گرما بگیرد $\rightarrow Q > 0 \;,\; \Delta\theta > 0$

جسم گرما از دست بدهد $\rightarrow Q < 0 \;,\; \Delta\theta < 0$

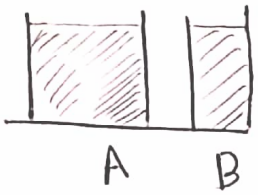
توان گرمایی : به آهنگ مبادله گرمایی توان گرمایی می‌گویند به عبارت دیگر به مقدار گرمای مبادله شده در زمان، توان گرمایی می‌گویند و با P نشان می‌دهند.

$$P = \frac{Q}{t} \qquad J/s = W$$

نکته: اگر توان مصرفی لامپ برابر P باشد انرژی مصرفی در مدت t برابر Pxt است و بازده لامپ از رابطه $R\alpha = \frac{Q}{Pt} \times 100$ بدست می‌آید.

Q گرمای داده شده

مثال در شکل روبرو ۲ ظرف A و B پر از آب ۲۰ درجه سانتی‌گراد هستند کدام گزینه در مورد آب درون هر دو ظرف یکسان است؟



x ① انرژی درونی ← هم به تعداد ذرات و هم انرژی هر ذره مرتبط

x ② ظرفیت گرمایی ← $m_A > m_B \rightarrow C_A > C_B$

x ③ نیروی وارده به کف ظرف ← $F = P \cdot A$ ← چون A ها متفاوت است

✓ ④ انرژی جنبشی متوسط مولکول‌ها

نکته: انرژی جنبشی متوسط مولکول‌ها با دما متناسب است.

---

۹۹ دمای یک کره فلزی را ۸۰°C افزایش می‌دهیم حجم آن ۰/۸ درصد افزایش می‌یابد اگر دمای این کره را ۶۰°C افزایش دهیم سطح کره چند درصد افزایش می‌یابد؟

$$\frac{\Delta V}{V_1} = 3\alpha \Delta\theta \times 100$$

$$\frac{\Delta A}{A_1} = 2\alpha \Delta\theta \times 100$$

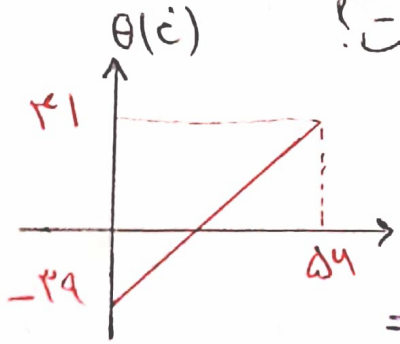
$$\Rightarrow \frac{\frac{\Delta V}{V_1}}{\frac{\Delta A}{A_1}} = \frac{3\alpha \Delta\theta \times 100}{2\alpha \Delta\theta \times 100}$$

$$\frac{0/8}{x} = \frac{3 \times 80}{2 \times 60}$$

$$\Rightarrow x = \frac{2 \times 60 \times 4 \times 10^{-2}}{3 \times 80} = \frac{4 \times 10^{-2}}{1} = 0/04\ \%$$

---

۹۹ به مایعی به جرم ۵۰۰g در هر دقیقه ۱۰۰J گرما می‌دهیم نمودار تغییرات دما برحسب زمان به صورت شکل زیر باشد گرمای ویژه مایع در SI کدام است؟



$1' \rightarrow 100\,J$

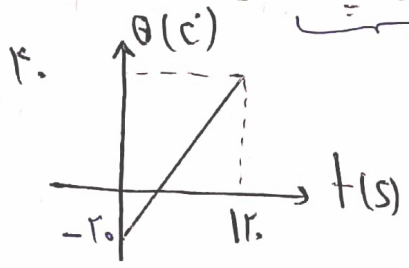
$54' \rightarrow 5400\,J$

$Q = mc\Delta\theta$

$5400 = \frac{500}{1000} \times c \times (41 - (-39))$

$\Rightarrow c = 1400$

ریاضی ۹۱ نمودار تغییرات دمای جسم جامدی به جرم ۱۰۰ گرم برحسب زمان مطابق شکل است. گرمای ویژه جسم $400 \frac{J}{kgK}$ باشد، جسم در هر ثانیه چند ژول گرما گرفته است؟



$\frac{J}{s}$ ← توان

$$Q = mc\Delta\theta = \frac{100}{1000} \times 400 \times 40$$

$$= 2400\ J$$

در ۱۲۰ ثانیه

$$P = \frac{Q}{t} = \frac{2400}{120} = 20$$

جسمی به جرم ۲kg بدون تغییر حالت ۴۰kJ گرما از دست می‌دهد. اگر دمای اولیه جسم ۵۰°c باشد، دمای ثانویه آن برحسب سلسیوس چند درجه می‌شود؟

$c = 400 \frac{J}{kgc}$

۲۵	۰
۱۰۰	۵۰

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow -40 \times 10^3 = 2 \times 400 \times \Delta\theta$$

$$\Delta\theta = \frac{-40000}{2 \times 400} = -50$$

$$\theta_2 - \theta_1 = -50 \rightarrow \theta_2 = -50 + \theta_1 = -50 + 50 = 0$$

---

۹۹ به ۲ کره فلزی توپر A و B که جرم مساوی دارند و حجم کره B، ۴ برابر حجم کره A است، گرمای مساوی می‌دهیم. اگر گرمای ویژه A نصف گرمای ویژه B و ضریب انبساط خطی A نصف ضریب انبساط خطی B باشد، تغییر حجم کره A چند برابر تغییر حجم کره B است؟

$$Q_A = Q_B \rightarrow m_A c_A \Delta\theta_A = m_B c_B \Delta\theta_B$$

$$\frac{1}{2} c_B \times \Delta\theta_A = c_B \times \Delta\theta_B$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta\theta_A = 2\Delta\theta_B}$$

$$\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{V_A \cdot 3\alpha_A \alpha \Delta\theta_A}{V_B \cdot 3\alpha_B \cdot \Delta\theta_B} = \frac{V_A \times \frac{1}{2}\alpha_B \times 2\Delta\theta_B}{4V_A \alpha \alpha_B \times \Delta\theta_B}$$

$$= \frac{1}{4}$$

CamScanner

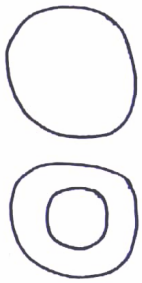
برای گرم کردن ۲۰۰ گرم آب از یک گرمکن ۲۰۰ واتی با اتلاف ناچیز استفاده می‌کنیم زمان لازم برای رساندن آب از ۲۰°C به ۱۰۰°C چند ثانیه است؟ $c = 4200 \frac{J}{kg K}$

$$P = \frac{Q}{t} \Rightarrow 200 = \frac{0.2 \times 4200 \times 80}{t}$$

$$\Rightarrow t = \frac{\frac{2}{10} \times 4200 \times 80}{200} = 336\ s$$

---

۲ کره مسی با قطر خارجی برابر ولی یکی توپر و دیگری توخالی با دمای اولیه یکسان در اختیار داریم اگر آن‌ها را درآب جوش بیندازیم پس از تعادل گرمایی افزایش قطر کره توپر:



① کوچک‌تر از افزایش قطر خارجی کره توخالی است.

② بزرگ‌تر از ---------- .

③ به اندازه افزایش قطر داخلی کره توخالی است.

④ ---------- خارجی ---------- .

دمای اولیه و ثانویه یکسان است، جنس هاکسان است ولی جرم‌ها متفاوت. $\Delta L = L_1 \cdot \alpha \cdot \Delta T$

$\Delta\theta$ یکسان

طول اولیه هرکدام بیشتر باشد افزایش طول بیشتر خواهد داشت

قطر خارجی هردو یکسان است لذا

---

۲ کره مسی با قطر خارجی و دمای اولیه برابر ولی یکی توپر و یکی توخالی در اختیار داریم. اگر به آن‌ها به یک اندازه گرما بدهیم افزایش قطر کره توپر:

$$Q = mc\Delta\theta \rightarrow \Delta\theta = \frac{Q}{mc} \rightarrow m \uparrow \quad \Delta\theta \downarrow$$

$$\Delta\theta_m > \Delta\theta_M \qquad \Delta L = L_1 \cdot \alpha \Delta T$$

لذا افزایش قطر کره توپر کوچک‌تر از افزایش قطر خارجی کره توخالی است.

مهم

تجربی خارج ۹۵: دوکره فلزی هم جنس A و B، اولی توپر و شعاع آن ۲۰ cm است. دومی توخالی و شعاع خارجی آن ۲۰ cm و شعاع حفره داخلی آن ۱۰ cm است. اگر به دوکره به یک اندازه گرما بدهیم و نسبت $\frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A}$ کدام است؟

$\frac{8}{7}$	۱
۲	$\frac{5}{4}$

$m = \rho V \longrightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{V_A}{V_B}$

$\frac{m_A}{m_B} = \frac{\frac{4}{3}\pi r_A^3}{\frac{4}{3}\pi(r_B^3 - r_A^3)} = \frac{20^3}{20^3 - 10^3} = \frac{8\times10^3}{7\times10^3} = \frac{8}{7}$

گرما برابر $\Longrightarrow Q_A = Q_B \Longrightarrow m_A c_A \Delta\theta_A = m_B c_B \Delta\theta_B$

$\frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A} = \frac{m_A}{m_B} = \frac{8}{7}$

مهم

ریاضی ۹۶: دوکره فلزی هم جنس A و B، اولی توپر به شعاع ۲۰ cm و دیگری توخالی که شعاع خارجی آن ۲۰ cm و شعاع حفره داخلی ۱۰ cm است. اگر به ۲ کره به یک اندازه گرما بدهیم و تغییر حجم کرهٔ A برابر ΔV_A و تغییر حجم فلز بکار رفته در کره B برابر ΔV_B باشد نسبت $\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B}$ کدام است؟

۱	$\frac{7}{8}$
$\frac{8}{7}$	۲

$\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{V_A \cdot 3\alpha_A \cdot \Delta\theta_A}{V_B \cdot 3\alpha_B \cdot \Delta\theta_B} = \frac{8}{7} \times \frac{7}{8} = 1$

از اطلاعات سوال قبلی $\frac{m_A}{m_B} = \frac{V_A}{V_B} = \frac{8}{7}$

CamScanner

تجربی ۹۲: از یک ورق مسی دو صفحهٔ دایره‌ای شکل به مساحت‌های S_1 و $2S_2$ بریده و جدا کرده‌ایم. حال اگر به اولی گرمای Q_1 و به دومی گرمای $Q_2=2Q_1$ را بدهیم و بر اثر این گرما افزایش شعاع آن‌ها به ترتیب ΔR_1 و ΔR_2 باشد، $\frac{\Delta R_2}{\Delta R_1}$ چقدر است؟

$$\frac{\Delta R_2}{\Delta R_1}=\frac{R_2\cdot\alpha\cdot\Delta T}{R_1\cdot\alpha\cdot\Delta T}=\frac{\sqrt{2}R_1}{R_1}\times 1=\sqrt{2}$$

$$S_2=2S_1 \longrightarrow \pi r_2^2=2\pi r_1^2 \longrightarrow r_2^2=2r_1^2$$

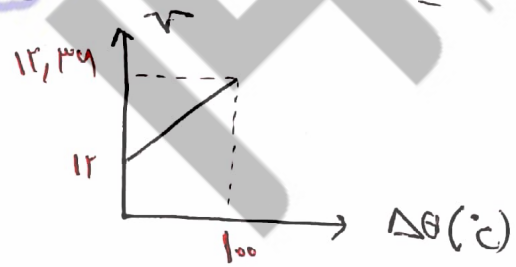
$$r_2=\sqrt{2}\,r_1$$

$$S_2=2S_1 \xrightarrow{\text{جون ضخامت یک}} V_2=2V_1 \longrightarrow \rho=\frac{m}{V} \longrightarrow m_2=2m_1$$

$$Q=mc\Delta\theta \Longrightarrow \frac{Q_2}{Q_1}=\frac{m_2}{m_1}\times\frac{c_2}{c_1}\times\frac{\Delta\theta_2}{\Delta\theta_1}$$

$$2=2\times\frac{\Delta\theta_2}{\Delta\theta_1} \longrightarrow \frac{\Delta\theta_2}{\Delta\theta_1}=1$$

مثال نمودار حجم یک فلز برحسب تغییرات دما به صورت زیر است. ضریب انبساط سطحی این فلز در SI کدام است؟



$$\Delta V=V_1\cdot 3\alpha\cdot\Delta\theta$$

$$12{,}36-12=12\times 3\alpha\times 100$$

$$0{,}36=36\,\alpha\times 100$$

$$\alpha=\frac{36\times 10^{-2}}{36\times 10^{2}}=10^{-4}$$

$$2\alpha=2\times 10^{-4}$$

CamScanner

مثال متمم گرمای ویژه آب ۵ برابر گرمای ویژه آهن است. اگر جرم برابری از آب و آهن در ابتدا در تعادل گرمایی باشند پس از افزودن ۵۰J گرما به هرکدام، کدام یک از مواد زیر یخ می‌دهد؟

الف) در تعادل گرمایی باقی می‌ماند

ب) آن‌ها دیگر در تعادل گرمایی نیستند. آهن گرم‌تر است. ✓

پ) آن‌ها در تعادل گرمایی نیستند. آب گرم‌تر است.

در تعادل گرمایی $\Rightarrow \theta_1 = \theta_2$ ← ۵۰J گرما

آب: m_1 ، آهن: m_2

$m c \Delta\theta_{\text{آب}} = m c \Delta\theta_{\text{آهن}} \rightarrow c\Delta\theta_{\text{آب}} = c\Delta\theta_{\text{آهن}}$

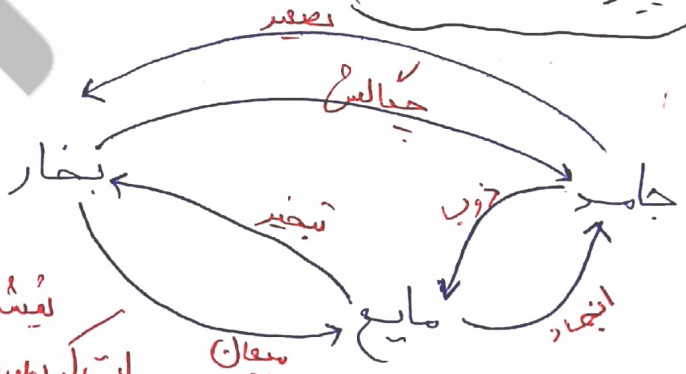
هرچقدر c بیشتر باشد $\Delta\theta$ کمتر $\Leftarrow c_{\text{آهن}} > c_{\text{آب}} \rightarrow \Delta\theta_{\text{آب}} > \Delta\theta_{\text{آهن}}$

گرماسنج یا کالری‌متر برای محاسبه‌ی گرمای ویژه‌ی اجسام به کار می‌رود.

$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{جسم}} + Q_{\text{ظرف}} = 0$$

$$m c (\theta - \theta_{1\,\text{آب}}) + m c (\theta - \theta_{1\,\text{جسم}}) + m c (\theta - \theta_{1\,\text{ظرف}}) =$$

تغییر حالت‌های ماده:



تفاوت تبخیر و تصعید: تصعید به طور مستقیم از جامد به بخار تبدیل می‌شود.

برفکی که روی لباس‌ها یا روی لنگه پنجره می‌افتد بخار آبی است که به طور مستقیم به بلور یخ تبدیل شده

تجربی ۹۷ : تبدیل بخار به مایع، جامد به بخار، مایع به بخار را چه می نامند؟

① تصعید، چگالش، تبخیر ② میعان، چگالش، تصعید ③ تصعید، تبخیر، میعان

④ میعان، تصعید، تبخیر ✓

نکته: معمولاً افزایش فشار وارد بر جسم سبب بالا رفتن نقطه ذوب جسم می شود اما در برخی مواد مانند یخ افزایش فشار به کاهش نقطه ذوب می انجامد که این در مورد یخ بسیار ناچیز است.

$$\begin{cases} Q = \pm m L_f \longrightarrow \begin{cases} Q>0 \ (+) \leftarrow \text{ذوب} \\ Q<0 \ (-) \leftarrow \text{انجماد} \end{cases} \\ Q = \pm m L_v \longrightarrow \begin{cases} Q>0 \ (+) \leftarrow \text{تبخیر} \\ Q<0 \ (-) \leftarrow \text{میعان} \end{cases} \end{cases}$$

$L_f \rightarrow \left(\frac{J}{kg}\right)$ گرمای نهان ویژه ذوب

$L_v \rightarrow \left(\frac{J}{kg}\right)$ گرمای نهان ویژه تبخیر

گرمای نهان ذوب فقط به جنس جامد بستگی دارد و برابر مقدار گرمایی است که باید به واحد جرم جسم بدهیم تا در نقطه ذوب از حالت جامد به مایع تبدیل شود. وقتی می گوئیم گرمای نهان ذوب طلا $64/5 \frac{kJ}{kg}$ است، یعنی برای ذوب کردن هر یک کیلوگرم طلا در نقطه ذوب بدون افزایش دما باید $64/5\ kJ$ گرما به آن بدهیم.

نکته: در هنگام تغییر حالت دمای جسم تغییر نمی کند ولی انرژی درونی تغییر می کند.

نکته: گرمای نهان تبخیر (L_v) به جنس مایع و دمای مایع بستگی دارد و هرچه دمای جسم مایع بیش تر باشد گرمای نهان تبخیر کمتر است.

نکات نقطهٔ ذوب و جوش

۱) دمای ذوب به جنس جسم و فشار وارد بر آن بستگی دارد. هر چه فشار وارد بر جسم بیش‌تر باشد، نقطهٔ ذوب بالاتر می‌رود.

یخ استثنا می‌باشد و کاهش فشار باعث بالا رفتن نقطهٔ ذوب می‌شود.

علت دیر آب شدن برف روی قله نیز به همین دلیل است. فشار هوا در بالای کوه کم است بنابراین با توجه به استثنا بودن برف، دمای ذوب افزایش می‌یابد. بنابراین در دماهای بالا ذوب خواهد شد.

۲) وجود ناخالصی باعث تغییر نقطهٔ ذوب می‌شود.

تغییر حجم در هنگام ذوب شدن

در اکثر موارد، در هنگام ذوب شدن جامدهای بلورین، حجم افزایش می‌یابد. زیرا در هنگام ذوب شدن، جسم آرایش منظم مولکولی را از دست می‌دهد و حجم بیش‌تری را اشغال می‌کند.

جامدهای بی‌شکل، مانند شیشه و جامدهای ناخالص مانند قیر، نقطهٔ ذوب کاملاً مشخصی ندارند و پیش از ذوب شدن، خمیری شکل می‌شوند و در حقیقت در گستره‌ای از دما به تدریج ذوب می‌شوند.

۳) نقطهٔ جوش هر مایع به جنس مایع، ناخالصی و فشار وارد بر مایع بستگی دارد. افزایش فشار باعث بالا رفتن نقطهٔ جوش می‌شود.

تست: دمای جوش آب در بالای کوه در مقایسه با دمای جوش آب در پایین کوه چگونه است؟

۱) کم‌تر است.
۲) برابر هستند.
۳) بیش‌تر است.
۴) با توجه به مقدار ناخالصی آب، هر حالتی ممکن است.

پاسخ: فشار هوا در بالای کوه کم‌تر از پایین کوه است. بنابراین نقطهٔ جوش نیز کم‌تر بوده و گزینهٔ (۱) درست است.

تبخیر سطحی و جوشیدن

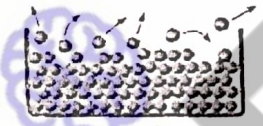
تبدیل مایع به بخار و یا اصطلاحاً تبخیر در هر دمایی رخ می‌دهد. دو حالت تبخیر سطحی و جوشیدن را جداگانه بررسی می‌کنیم:

آ) تبخیر سطحی: تجربه‌هایی مثل خشک شدن لباس و یا زمین خیس در دماهای معمولی، نشان می‌دهد که مایع در هر دمایی به بخار تبدیل می‌شود که به آن تبخیر سطحی می‌گویند.

آهنگ تبخیر سطحی به عواملی نظیر جنس مایع، دما، سطح مایع، فشار وارد بر مایع، وزش باد و رطوبت محیط بستگی دارد. آهنگ تبخیر سطحی با دما و سطح مایع رابطهٔ مستقیم دارد، یعنی هر چه دما و یا سطح مایع بیش‌تر باشد، تبخیر سطحی بیش‌تر می‌شود.

آهنگ تبخیر سطحی با فشار وارد بر مایع و رطوبت هوا رابطهٔ عکس دارد، یعنی هر چه فشار وارد بر مایع و رطوبت هوا بیش‌تر باشد، آهنگ تبخیر سطحی کاهش می‌یابد.

دلیل تبخیر سطحی: مطابق شکل مقابل تندی مولکول‌های سطحی مایع می‌تواند به حدی برسد که از مایع جدا شده و وارد هوا شود.



ب) جوشیدن: هنگامی که دمای مایع به حدی می‌رسد که حباب‌های گاز درون مایع بالا می‌روند، فرایندی موسوم به جوشیدن آغاز شده است و به این دما، نقطهٔ جوش می‌گویند. هنگام جوشیدن آب صداهایی می‌شنوید، دلیل این صداها این است که وقتی حباب داغ بالا می‌آید و به آب کمی سردتر برخورد می‌کند، با ترکیدن حباب صدای تیزی ایجاد می‌شود و مجدداً به مایع تبدیل می‌شود. وقتی دمای آب و حباب‌ها بالاتر می‌رود، حباب‌ها می‌توانند تا سطح آب بالا بروند و در سطح مایع با صدای قُل‌قُل کردن فرو می‌پاشند که اصطلاحاً به جوش کامل می‌رسند. در این حالت آهنگ تبخیر به بیش‌ترین مقدار خود رسیده است. در حالت جوش کامل، اگر مخزن دماسنجی را درون مایع نگه دارید دمای ثابتی به نام دمای جوش را نشان می‌دهد که برای آب خالص در فشار ۱atm برابر ۱۰۰°C است.

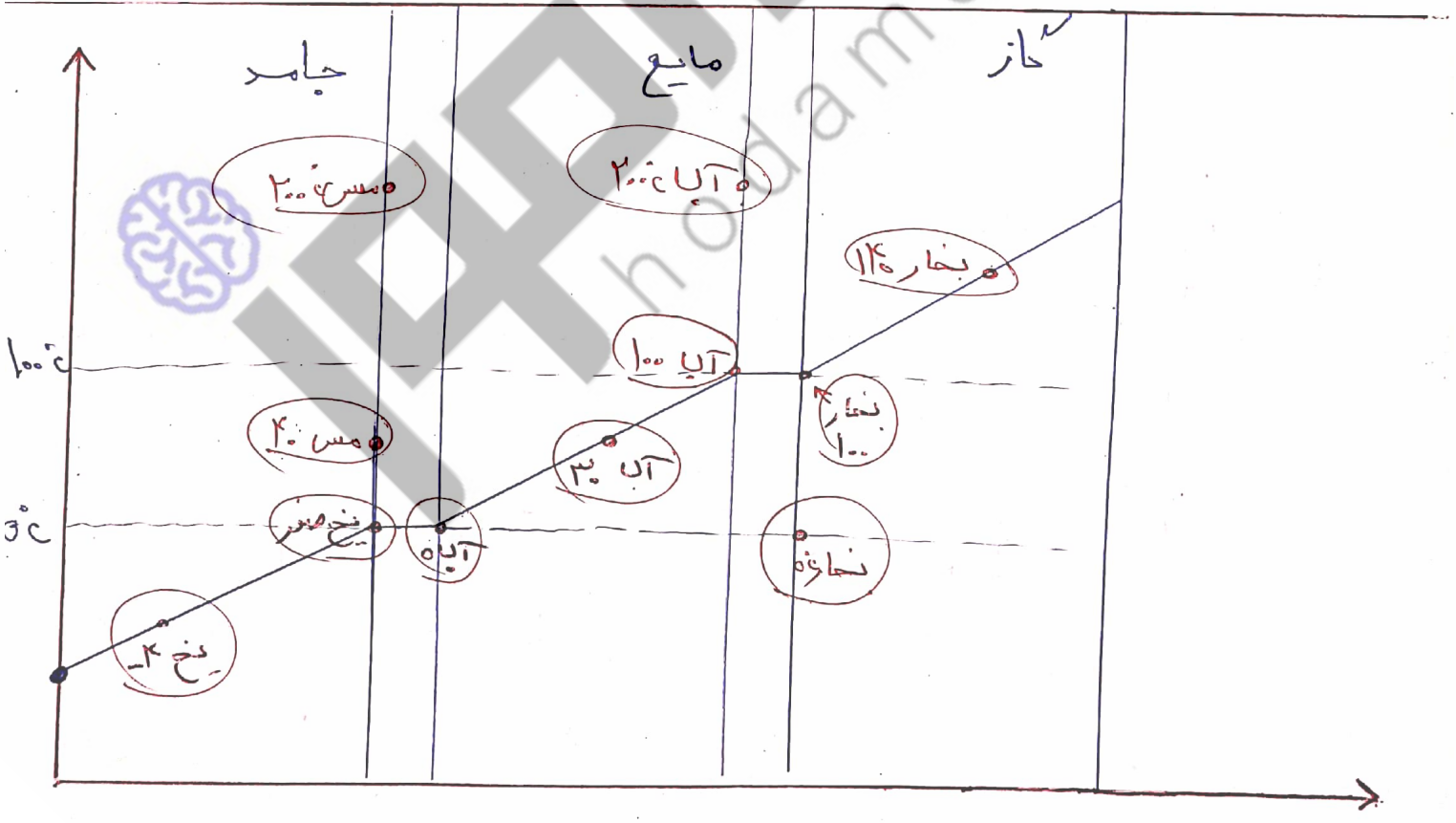
به فرایند تبخیر تا پیش از رسیدن به نقطهٔ جوش، تبخیر سطحی و به فرایند تبخیر در نقطهٔ جوش، اصطلاحاً جوشیدن می‌گویند.

CamScanner

مسئله ۳۱

خطوط شیب‌دار ← $mc\Delta\theta$

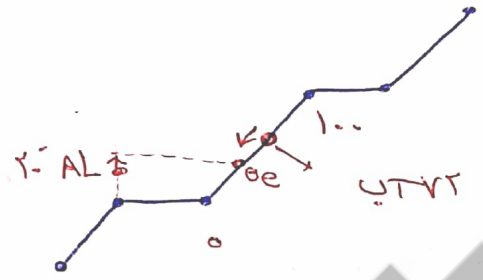
خطوط ثابت ← mL_1 و mL_2



مثال: شخصی ۰/۳kg آب ۷۲°c را در یک لیوان آلومینیومی ۰/۴۲kg که دمای آن ۲۰°c است می‌ریزد دمای تعادل با چشم پوشی از اتلاف تقریباً چند درجه سلسیوس است؟

$c_{آب} = ۴۲۰۰ \frac{J}{kg.c}$

$c_{AL} = ۹۰۰ \frac{J}{kg.c}$



$Q_1 = Q_2 \Rightarrow ۰/۴۲ \times ۹۰۰ (\theta_e - ۲۰) = ۰/۳ \times ۴۲۰۰ \times (۷۲ - \theta_e)$

$\Rightarrow ۷۲ - \theta_e = ۰/۳ (\theta_e - ۲۰) \Rightarrow ۷۸ = ۱/۳ \theta_e$

$\Rightarrow \boxed{\theta_e = ۶۰^\circ c}$

نکته $L_f = ۳۳۶۰۰۰ = ۶ \times ۷ \times ۸ \times ۱۰^۳ = ۴۲ \times ۸ \times ۱۰^۳ = ۴۸ \times ۷ \times ۱۰^۳$

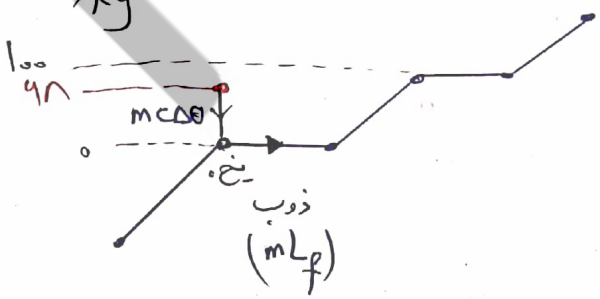
$= ۶ \times ۵۶ \times ۱۰^۳$

نکته مهم $\rightarrow$ $\boxed{L_f = ۸۰ \frac{c}{آب}}$

چون $\frac{۳۳۶۰۰۰}{۴۲۰۰} = ۸۰$

مثال) وقتی قطعه‌ای فلزی به جرم ۲/۵kg با دمای ۹۸°c را روی یک قطعه یخ بزرگ صفر درجه سلسیوس قرار می‌دهیم ۱۹۰gr یخ ذوب می‌شود گرمای ویژه فلز در SI کدام است؟

$L_f = ۳۴۰ \ kJ/kg$



$mc\Delta\theta = mL_f$

$۲/۵ \times c \times (۹۸ - ۰) = ۰/۱۹ \times ۳۴۰۰۰۰$

$\Rightarrow c = \frac{۱۹ \times ۳۴۰۰}{۲۵ \times ۹۸ \times ۱۰^{-۱}} = ۳۸۰ \frac{J}{kg.c}$

CamScanner

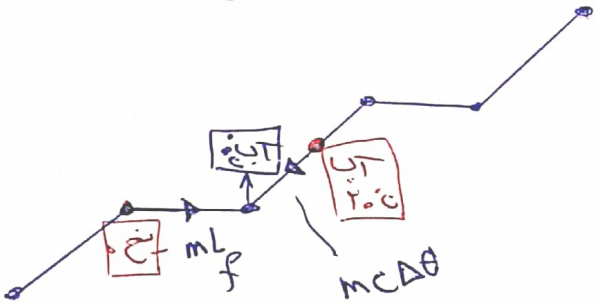
۳۳

تجربی ۹۸ : درظرفی یک قطعه یخ $0^\circ C$ به‌اندازه‌ی کافی وجود دارد. اگر $800g$ آب $20^\circ C$ درظرف وارد کنیم و فقط بین آب و یخ تبادل گرما صورت گیرد پس از برقراری تعادل گرمایی، $\frac{1}{3}$ جرم قطعه یخ درظرف باقی می‌ماند. جرم اولیه قطعه یخ چند گرم بوده است؟

$c_{آب} = 4200 \frac{J}{kg.K}$

$L_f = 336000 \frac{J}{kg}$

۳۰۰	۹۰۰
۲۰۰	$\frac{800}{3}$



$mL_f = mc\Delta\theta$

$\frac{2}{3}m \times 336000 = 800 \times 4200 \times 20$

$\frac{2}{3}m \times 80 c_{آب} = 800 \times c_{آب} \times 20$

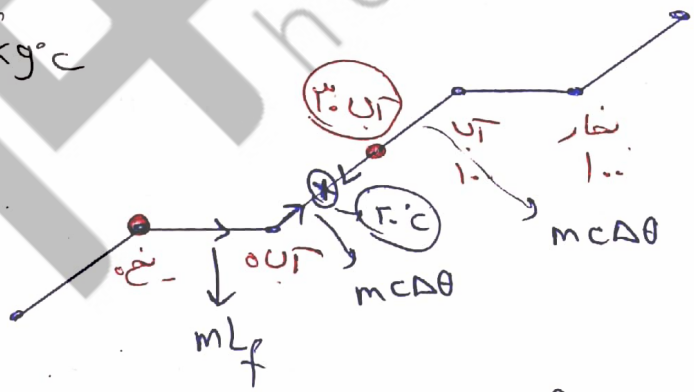
$\frac{2}{3}m = 200 \rightarrow m = \frac{200 \times 3}{2}$

$m = 300\,g$ جرم اولیه ← جرم باقی‌مانده یخ $100\,g$ ← $200\,g$ ذوب‌شده

ریاضی خارج ۹۲ : درون یک کیلوگرم آب با دمای $30^\circ C$ چند گرم یخ صفر درجه سلسیوس بیاندازیم تا پس از تعادل گرمایی، آب با دمای $20^\circ C$ حاصل شود؟

$L_f = 334 \frac{kJ}{kg}$

$c = 4.2 \frac{kJ}{kg.^\circ C}$



$mL_f + mc\Delta\theta = mc\Delta\theta$

$m \times 80 c_{آب} + m \times c_{آب} \times (20-0) = 1000 \times c_{آب} \times (30-20)$

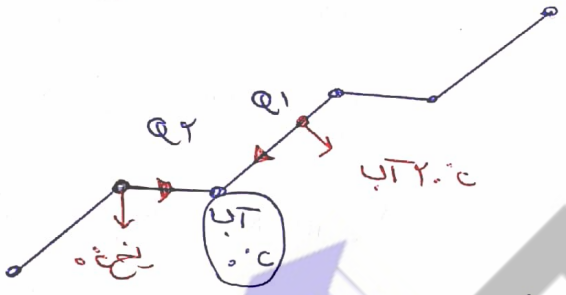
$80m + 20m = 10^4 \rightarrow 100m = 10^4 \rightarrow m = 10^2\,g$

ریاضی ۹۷ : ۸۰۰ گرم یخ صفر درجه سلسیوس را با ۸۰۰ گرم آب ۲۰°C مخلوط می‌کنیم اگر فقط گرما بین آب و یخ مبادله شود بعد از برقراری تعادل چند گرم آب و چه مقدار یخ بر حسب سلسیوس خواهیم داشت؟

$c = 4{,}2 \ J/g°C$ $\quad L_f = 336 \ J/g$

۱۲۰۰ و صفر	۱۰۰۰ و صفر
۴ و ۱۶۰۰	۲ و ۱۶۰۰

حل: یخ برای ذوب شدن از آب گرما می‌گیرد یا همهٔ یخ یا بخشی از یخ ذوب خواهد شد و آب نیز خنک می‌شود.



اگر $Q_1 = Q_2 \longrightarrow$ تمام یخ ذوب می‌شود.

اگر $Q_1 > Q_2 \longrightarrow$ یعنی تمام یخ ذوب می‌شود و آب نهایی گرم‌تر می‌کند و دمای تعادل بالای ۰°C خواهد بود

اگر $Q_1 < Q_2 \longrightarrow$ یخ را تماماً نمی‌تواند ذوب کند یعنی بخشی از یخ ذوب می‌شود و بخشی یخ باقی می‌ماند و دمای تعادل صفر خواهد بود.

$$Q_1 = mc\Delta\theta = m c_{آب} \times ۲۰ = ۲۰mc$$

$$Q_2 = mL_f = m \times ۸۰ c_{آب} = ۸۰mc$$

$Q_2 > Q_1 \Longrightarrow$ تمام یخ ذوب نمی‌شود و دمای تعادل صفر است.

$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{۲۰mc}{۸۰mc} = \frac{۱}{۴} \longrightarrow$ $\frac{۱}{۴}$ یخ ذوب می‌شود

$\frac{۱}{۴} \times ۸۰۰ = ۲۰۰ g$ یخ ذوب شده

۸۰۰ g آب اضافه شده $\Longrightarrow$ ۱۰۰۰ g آب با دمای ۰°C

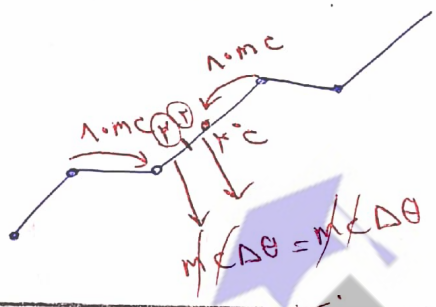
فرض $\begin{cases} Q_1 = 80mc \\ Q_2 = 80mc \end{cases}$ ⟶ کل یخ ذوب می‌شود ⟵ ۱۶۰۰gr آب ۰°c داریم

فرض $\begin{cases} Q_1 = 100mc \\ Q_2 = 80mc \end{cases}$ ⟹ دمای تعادل بالای صفر است

آب 100mc نیاز داشت تا به دمای صفر درجه برسد حال 80mc مصرف شده

$\frac{80}{100}$ ← $\frac{8}{10}$ (عدد ۲۰ را طی می‌کند) $\frac{8}{10} \times 20 = 16°$

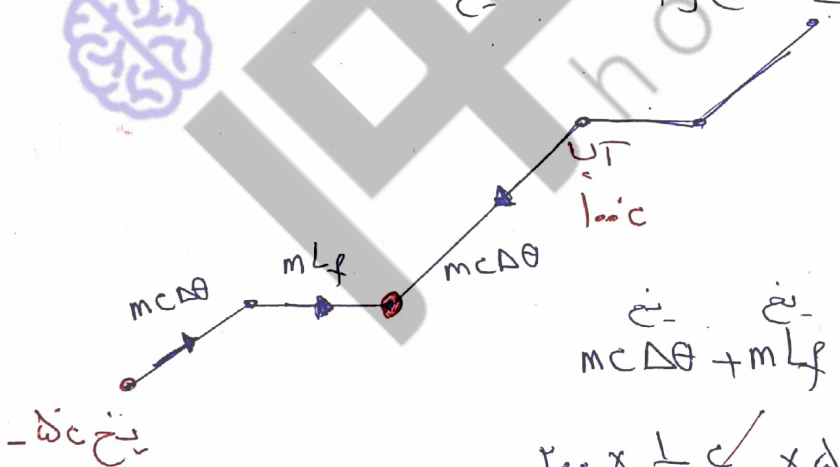
$20 - 16 = 4°c$ ⟶ به ۴ درجه می‌رسد



ریاضی خارج ۹۴: در ظرفی ۲۰۰gr یخ $-5°c$ وجود دارد حداقل چند گرم آب ۱۰۰°c در ظرف وارد کنیم تا یخی در ظرف باقی نماند؟ (فقط بین آب و یخ تبادل گرما صورت می‌گیرد)

$L_f = 336\ j/gr$ $c_{یخ} = 2100\ j/kg°c$ $c_{آب} = 4200\ j/kg°c$

می‌خواهیم یخ ذوب شود



$$mc\Delta\theta_{یخ} + mL_{f\,یخ} = mc\Delta\theta_{آب}$$

$$200 \times \frac{1}{2} c_{آب} \times 5 + 200 \times 80 c_{آب} = m \times c_{آب} \times 100$$

$$500 + 16000 = 100m$$

$$m = \frac{16500}{100} = 165gr$$

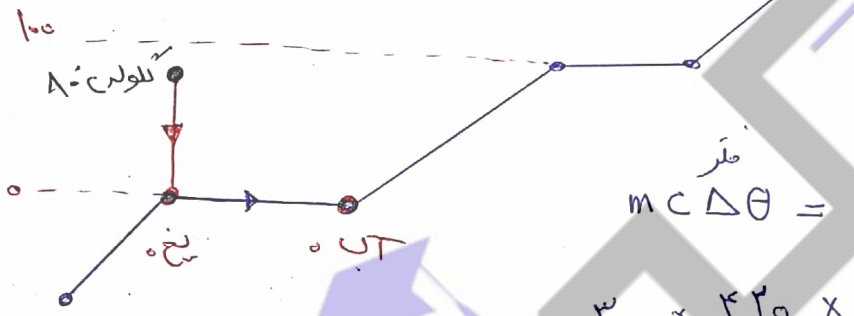
ریاضی خ ۹۶: مخلوطی از یک کیلوگرم یخ و یک کیلوگرم آب در تعادل گرمایی قرار دارند. یک گلوله فلزی ۳۰۰ گرمی با دمای آن ۸۰°C و گرمای ویژه آن $420 \frac{J}{kg.K}$ است درون آن می اندازیم تا رسیدن به تعادل گرمایی چند گرم از یخ ذوب می شود؟

$c_{آب} = 4200 \frac{J}{kg.K}$ $\quad L_f = 336\ kJ/kg$

۳۰	۲۰
۱۰۰	۵۰

دمای تعادل = ۰°C ⟵ یخ و آب در تعادل

m یخ اولیه ۱۰۰۰ گرم و گزینه ها همه از ۱۰۰۰ کم ترند یعنی دمای تعادل ۰°C



$$m c \Delta\theta = m L_f$$ (فلز) (یخ)

$$300 \times 420 \times 80 = m \times 336000$$

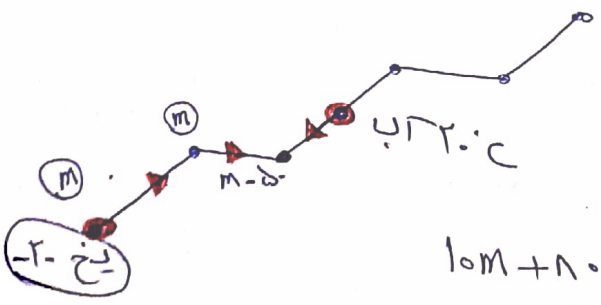
$$\Rightarrow m = \frac{3 \times 42 \times 8 \times 10^4}{336 \times 10^3} = 30\ gr$$ ذوب می شود

$$1000 - 30 = 970\ gr$$ یخ باقی مانده

$$\text{آب } 1000\ gr + 30\ gr = 1030\ gr$$ آب داریم

ریاضی ۹۳ یک قطعه یخ با دمای $-20°C$ را درون $250\ gr$ آب با دمای $20°C$ می اندازیم. اگر بعد از برقراری تعادل گرمایی 50 گرم یخ ذوب نشده باقی مانده باشد جرم قطعه یخ اولیه چند گرم بوده است؟

$c_{آب} = 4.2 \frac{J}{g.K}$ $\quad c_{یخ} = 2.1 \frac{J}{g.K}$ $\quad L_f = 336\ J/gr$



یخ باقی مانده لذا دمای تعادل صفر است

$$m c_{یخ} \Delta\theta + m L_f = m c_{آب} \Delta\theta$$

$$m \times \frac{1}{2} c_{آب} \times 20 + (m-50) \times 80 c_{آب} = 250 \times c_{آب} \times 20$$

$$10m + 80m - 4000 = 5000 \Rightarrow 90m = 9000$$

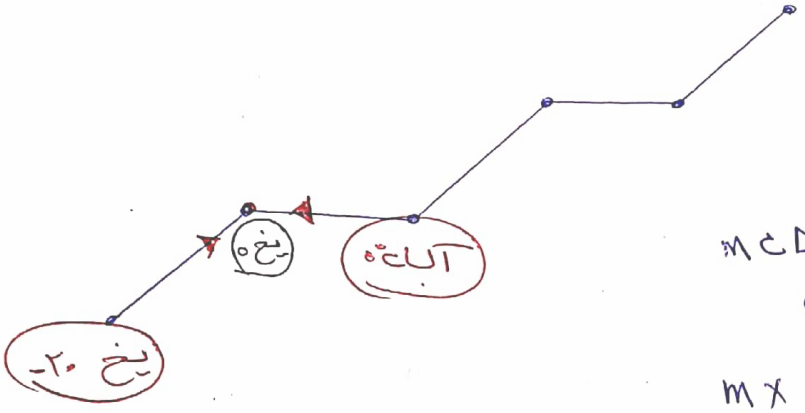
۳۷

$m = 100\ gr$

ریاضی ۸۸: حداقل چند گرم یخ $-20^\circ C$ را داخل $200\ gr$ آب صفر درجه بیندازیم تا تمام آب یخ ببندد؟

$c_{یخ} = 2100\ J/kg.^\circ C$ $\quad L_f = 3,36 \times 10^5\ J/kg$

دمای تعادل $0^\circ C$



$$m_{یخ} c_{یخ} \Delta\theta = m_{آب} L_f$$

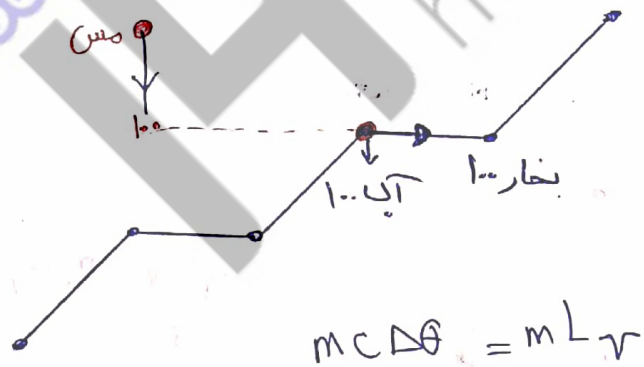
$$m \times \frac{1}{2} c_{آب} \times 20 = 200 \times 80\ c_{آب}$$

$$10m = 16000 \rightarrow m = 1600\ gr$$

تجربی خ ۹۷: قطعه‌ای مس به جرم $282\ gr$ و دمای $\theta^\circ C$ را داخل $100\ gr$ آب $100^\circ C$ می‌اندازیم. اگر $45\ gr$ آب بخار شود، θ چند درجه سلسیوس است؟

$c = 400\ \frac{J}{kg.^\circ C}$ $\quad L_v = 2245\ kJ/kg$

۲۰۰	۱۵۰
۴۰۰	۳۰۰



با توجه به گزینه‌ها دمای مس بالای $100^\circ C$ می‌باشد تا $100^\circ C$ سرد می‌شود و آب بخار می‌شود مقداری

$$m_{مس} c_{مس} \Delta\theta = m_{بخار} L_v$$

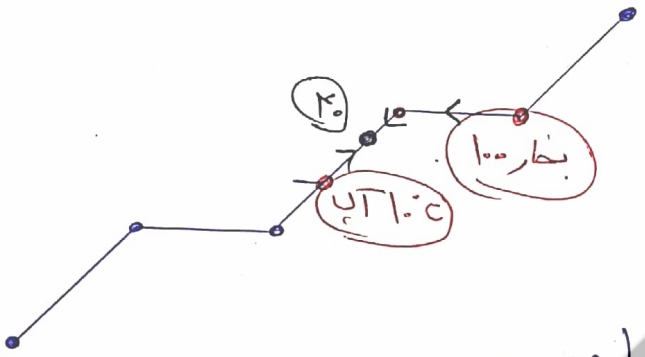
$$282 \times 400 \times \Delta\theta = (45) \times 2245 \times 10^3$$

$$\rightarrow \Delta\theta = \frac{45 \times 2245 \times 10^3}{282 \times 400} \simeq 100^\circ C$$

$$\theta - 100 = 100 \rightarrow \theta = 200$$

مثال مقداری بخار آب $100^\circ C$ را در 500 گرم آب $10^\circ C$ وارد می‌کنیم دمای تعادل $40^\circ C$ می‌شود اگر گرمای نهان تبخیر آب 540 کالری بر گرم باشد بخار آب چند گرم بوده است؟

50	25
200	100



$$mc\Delta\theta = mc\Delta\theta + mL_v$$

$$0.5 \times 4200 \times 30 = m \times 4200 \times 40 + m \times$$

$$500 \times 1 \times 30 = 40m + 540m$$

$$460m = 15000 \longrightarrow m = 25\,gr$$

$$500 + 25 = 525\,gr \leftarrow$$ چند گرم آب $40^\circ C$ داریم؟

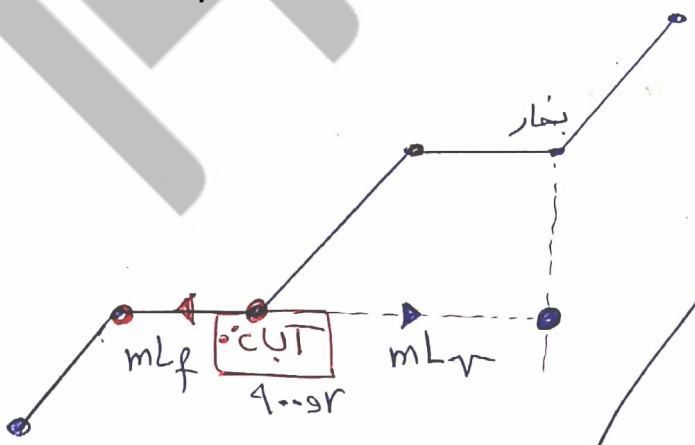
مهم‌ترین کتاب بسیار مهم

مثال مهم: در چاله کوچکی 900 گرم آب صفر درجه سانتی‌گراد قرار دارد. اگر بر اثر تبخیر سطحی قسمتی از آب تبخیر شود و بقیه آن یخ ببندد جرم آب یخ زده چند گرم است؟

100	200
400	800

$$L_v = 8L_f$$

تبخیر سطحی در هوای یخ می‌دهد.



$$m_1 + m_2 = 900$$

$$m_1 L_f = m_2 L_v$$

$$m_1 L_f = m_2 \times 8L_f$$

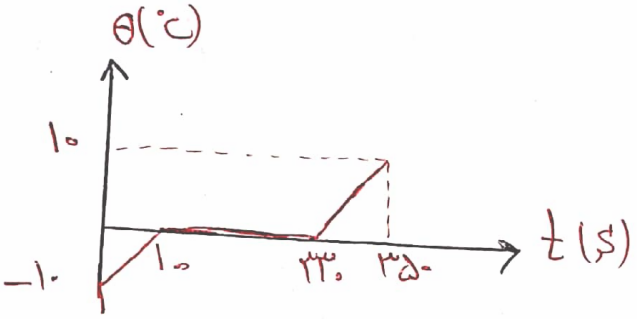
$$m_1 = 8m_2$$

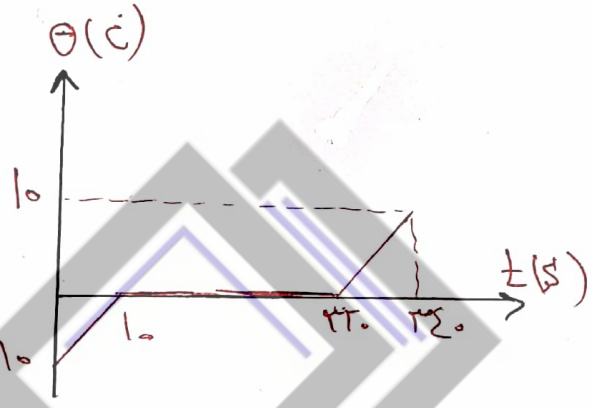
$$m_2 + 8m_2 = 900 \longrightarrow 9m_2 = 900 \longrightarrow m_2 = 100\,gr \quad m_1 = 800\,gr$$

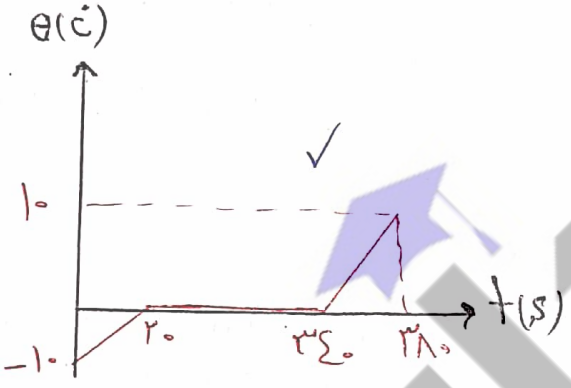
CamScanner

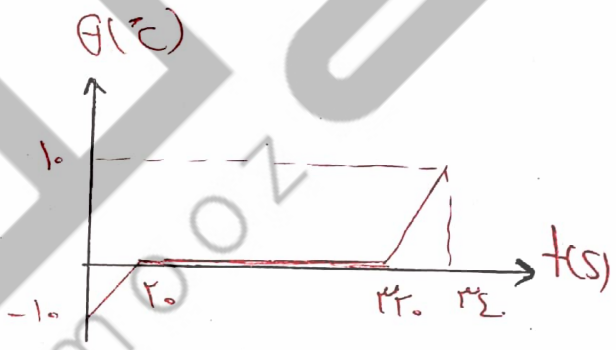
ریاضی خارج ۹۸: ۲۰۰ گرم یخ $-10^\circ C$ با آهنگ ثابت $210\ J/s$ گرما می‌گیرد تا به آب $10^\circ C$ تبدیل شود کدام نمودار تغییرات دما را برحسب زمان درست نشان می‌دهد؟

$c_{\text{یخ}} = 2\ \frac{J}{g^\circ C} = 2000\ \frac{J}{kg^\circ C}$ $\quad L_f = 336000\ \frac{J}{kg}$

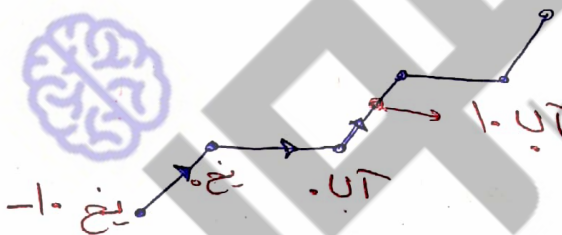








$P = 210\ W$ $\quad P = \frac{Q}{t} \Rightarrow Q = P \cdot t \Rightarrow t = \frac{Q}{P}$



$$t_1 = \frac{Q}{P} = \frac{mc\Delta\theta}{P} = \frac{0.2 \times 2100 \times 10}{210} = 20\ s$$

$$t_2 = \frac{mL_f}{P} = \frac{0.2 \times 336 \times 10^3}{210} = 320\ s$$

$$t_3 = \frac{mc\Delta\theta}{P} = \frac{0.2 \times 4200 \times 10}{210} = 40\ s$$

$20\ s \xrightarrow{320} 340\ s \xrightarrow{40} 380\ s$

تجربی خ ۹۲: پس از این که ۴۰٫۲ kJ گرما از ۱۸۰ gr آب صفر درجه گرفته شود چند گرم آب یخ نرده باقی می‌ماند؟ $L_f = ۳۳۵ \ kJ/kg$

$$Q = mL_f \Rightarrow ۴۰٫۲ = ۳۳۵ \times m \longrightarrow m = \frac{۴۰٫۲}{۳۳۵}$$

$$m = \frac{۴۰۲ \times ۱۰^{-۱}}{۳۳۵} = \frac{۴۰۲}{۳۳۵} \times ۱۰^{-۱} = ۱٫۲ \times ۱۰^{-۱} = ۰٫۱۲ \ kg$$

یخ زده

یخ نرده $۱۸۰ \ gr - ۱۲۰ \ gr = ۶۰ \ gr$

تجربی ۹۳: مساحت دریاچه‌ای $۵۰۰ \ km^۲$ مربع است. در زمستان لایه‌ای از یخ ۰°c به ضخامت متوسط ۱۰cm سطح دریاچه را می‌پوشاند. دریاچه در بهار چند مگاژول انرژی برای ذوب یخ جذب می‌کند؟

یخ $\rho = ۰٫۹ \ gr/cm^۳$ $\quad L_f = ۳۳۶۰۰۰ \ J/kg$

$$Q = mL_f = \rho V L_f = ۹۰۰ \times ۵۰۰ \times ۱۰^۶ \times ۱۰ \times ۱۰^{-۲} \times ۳۳۶ \times ۱۰^۳ \div ۱۰^۶$$

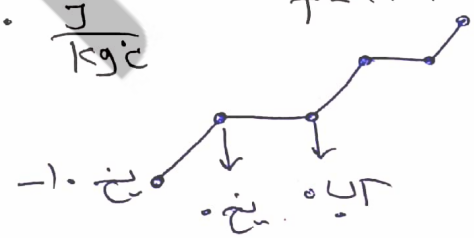
$$= ۱٫۵۱۲ \times ۱۰^{۱۰} \ MJ$$

ریاضی خارج ۹۷: به ۲۰۰gr یخ ۱۰°c− مقداری گرما با آهنگ ۱٫۲kJ بر دقیقه می‌دهیم ۱۲ دقیقه می‌دهیم دمای نهایی چند درجه سلسیوس است؟

یخ $c = ۲۱۰۰ \ \frac{J}{kg.°c}$ $\quad L_f = ۳۳۶ \ kJ/kg$

آب $c = ۴۲۰۰ \ \frac{J}{kg.°c}$

۵	۰
۱۵	۱۰



$$Q = P \cdot t \Rightarrow$$

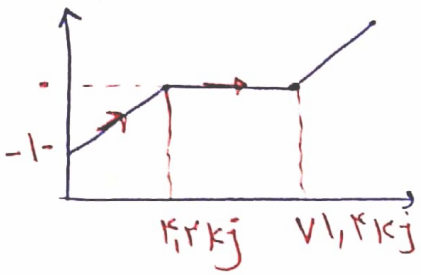
$$Q = ۱٫۲ \ \frac{kJ}{min} \times ۱۲ min = ۱۴٫۴ \ kJ$$

$$Q = mc\Delta\theta = \frac{۲}{۱۰} \times ۲٫۱ \times ۱۰ = ۴٫۲ kJ$$

$$Q = mL_f = ۰٫۲ \times ۳۳۶ = ۶۷٫۲ kJ$$

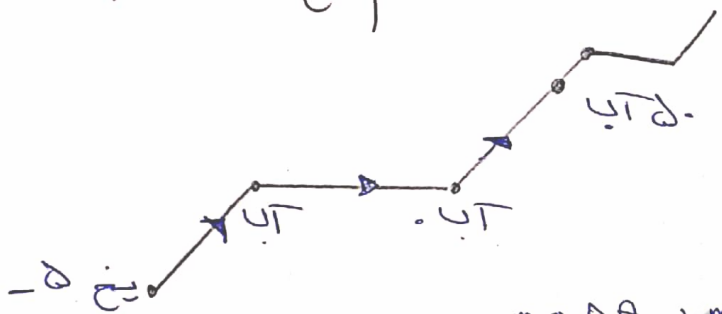
$\oplus \Rightarrow ۷۱٫۴ kJ$

CamScanner



۷۱,۴kj گرما لازم است تا به آب صفر درجه‌ی سیستم در صورتی که گرمای داده شده ۱۲,۲۴ کیلوژول است لذا به آب صفر درجه‌ی سیستم مخلوط آب و یخ داریم با دمای صفر

تمرین ۹۵ اگر گرمای ویژه آب و یخ به ترتیب $4200 \frac{J}{kgK}$ و $2100 \frac{J}{kgK}$ و همچنین $L_f = 335000 \frac{J}{kg}$ باشد چند کیلوژول گرما لازم است تا ۲۰۰ گرم یخ $-5^\circ C$ به آب $50^\circ C$ تبدیل شود؟



$$Q = mc\Delta\theta_{\text{یخ}} + mL_f + mc\Delta\theta_{\text{آب}}$$

$$Q = 0.2 \times 2100 \times 5 + 0.2 \times 335 \times 10^3 + 0.2 \times 4200 \times 50$$

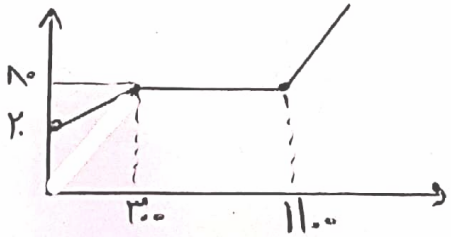
$$= 2100 + 2 \times 33500 + 42000$$

$$= 111100\,J \div 10^3 = 111.1\,kJ$$

تمرین خارج ۹۷: مقداری آب را که درون یک لیوان قرار دارد به تدریج سردی کنیم و همزمان دمای محیط را افزایش می دهیم در این صورت آب در دمای ---- درجه‌ی سلسیوس منجمد می شود.

۴	۰
بین ۴ درجه و صفر	پایین‌تر از ۰

مثال گرمایی ۱۰ واتی جامد ۵۰ گرمی را با منحنی دما-زمان زیر گرم کرده است گرمای ویژه جامد در SI کدام است؟



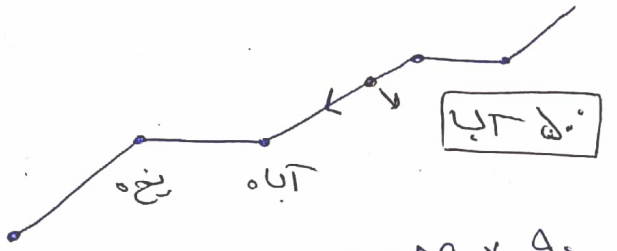
$$P.t = mc\Delta\theta$$

$$10 \times 300 = 0.05 \times c \times 60 \longrightarrow c = 1000\ J/kg.^\circ C$$

تجربی ۹۸: آلـ ۹۰ درصد دریای راکه ۸۰۰ گرم آب ۵۰°c از بست می دهد تا آب ۰°c تبدیل شود بریک قطعه یخ ۰°c بدهیم چندگرم از یخ ذوب می شود؟

$c_{آب} = 4200 \frac{J}{kg.K}$ $L_f = 336000 J/kg$

۴۵	۵۰۰
۴۵	۵۰



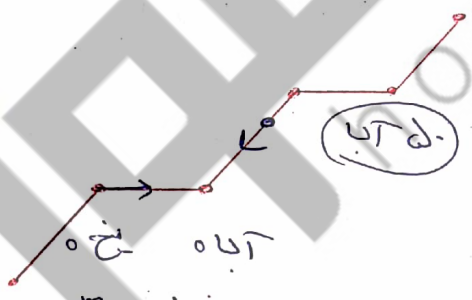
$$mc\Delta\theta \times \frac{90}{100} = mL_f$$

$$800 \times 9_{آب} \times 50 \times \frac{9}{10} = m \times 80_{آب}$$

$$m = \frac{45 \times 800}{80} = 450 g$$

ریاضی ۹۵ در ظرفی که عایق گرما است یک قطعه یخ صفر درجه سلسیوس وجود دارد. آلـ ۸۰۰ گرم آب ۵۰°c در ظرف بریزیم پس از برقراری تعادل ۱۰۰ گرم یخ در ظرف باقی می ماند جرم اولیه یخ چندگرم بوده است؟ (فقط بین آب و یخ تبادل گرما صورت می گیرد.)

$c_{آب} = 4200 \frac{J}{kg.K}$ $L_f = 336000 \frac{J}{kg}$



$$mL_f = mc\Delta\theta$$

$$(m-100) 80_{آب} = 800 \times 80_{آب} \times 50$$

$$m - 100 = 500$$

$m = 600 g$ جرم اولیه یخ

۵۰۰ گرم یخ ذوب شده

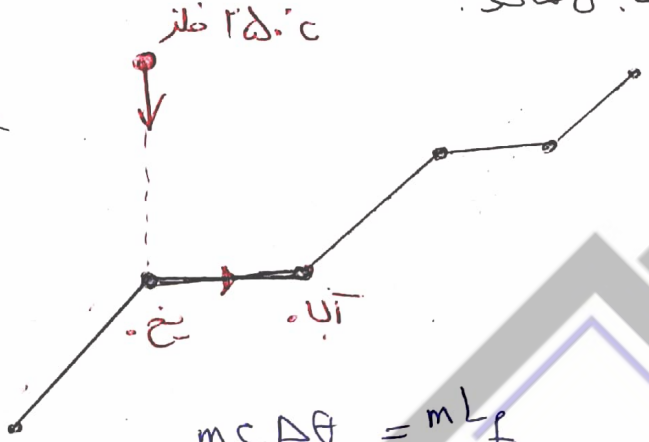
$\frac{100}{600}$ نسبت یخ باقی مانده $\frac{500}{600}$ یخ ذوب شده

ریاضی ۹۶: ظرفی محتوی ۱۰۰۰gr آب و ۲۰۰gr یخ صفر درجه سلسیوس در تعادل گرمایی است یک قطعه فلز به گرمای ویژه ۴۰۰ $\frac{J}{kgK}$ و دمای ۲۵۰°c درون ظرف انداخته‌ایم جرم فلز حداقل چند گرم باشد تا یخی درون ظرف باقی نماند؟

$L_f = ۳۳۶۰۰۰ \frac{J}{kg}$

$C_{آب} = ۴۲۰۰ \frac{J}{kgK}$

اتلاف گرما ناچیز



$$m_{فلز} c \Delta\theta = mL_f$$

$$m \times ۴۰۰ \times ۲۵۰ = ۲۰۰ \times ۳۳۶ \times ۱۰^۳$$

$$m = \frac{۲۰۰ \times ۳۳۶ \times ۱۰^۳}{۴۰۰ \times ۲۵۰} = \frac{۳۳۶ \times ۱۰^۳}{۵۰۰}$$

$$= ۳۳۶ \times ۲ = ۶۷۲ gr$$

تجربی ۹۲: ۲۰۰gr آب ۲۲/۵°c را با ۱۵۰gr آب ۴۰°c مخلوط می‌کنیم پس از برقراری تعادل گرمایی دمای آب به چند درجه سلسیوس می‌رسد؟

نکته: هرگاه ۲ ماده مخلوط شونده از یک جنس باشند برای محاسبه دمای تعادل داریم ⟹

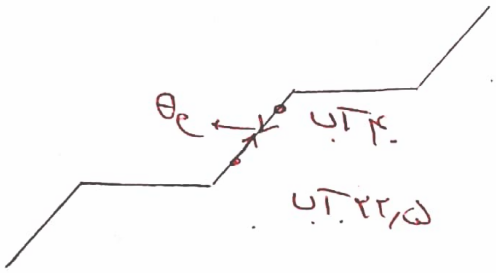
$$\theta_e = \frac{m_۱ \cdot \theta_۱ + m_۲ \cdot \theta_۲}{m_۱ + m_۲}$$

$$\Rightarrow \theta_e = \frac{۲۰۰ \times ۲۲/۵ + ۱۵۰ \times ۴۰}{۲۰۰ + ۱۵۰} = \frac{۴۵۰۰ + ۶۰۰۰}{۳۵۰} = \frac{۱۰۵۰۰}{۳۵۰}$$

$$= ۳۰°C$$

CamScanner

پاسخ دوم:



$$mc\Delta\theta = mc\Delta\theta$$

$$200 \times 4200 \times (\theta_e - 22{,}5) = 150 \times 4200 \times (40 - \theta_e)$$

$$\Rightarrow 4(\theta - 22{,}5) = 3(40 - \theta)$$

$$4\theta - 90 = 120 - 3\theta \rightarrow 7\theta = 210 \rightarrow$$

$$\theta = 30$$

تجربی ۹۹: $500\,g$ یخ $-20^\circ C$ مقداری گرما با آهنگ $10{,}5\ \frac{kJ}{min}$ دریافت می‌کند. پس از ۲۰ دقیقه می‌دهیم دمای نهایی آب حاصل چند درجه سلسیوس است؟

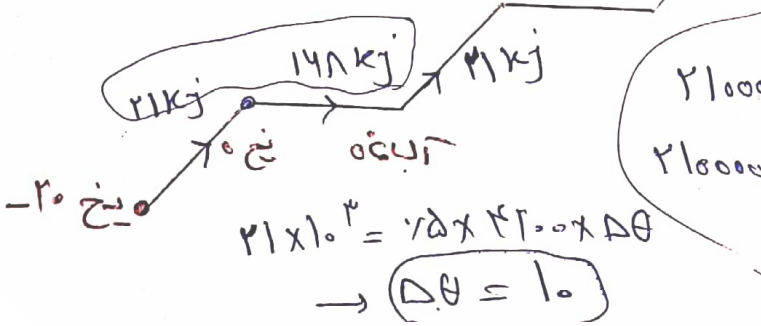
$c_{\text{یخ}} = 2100\ \frac{J}{kg^\circ C}$ $\quad c_{\text{آب}} = 4200\ \frac{J}{kg^\circ C}$ $\quad L_f = 336000\ \frac{J}{kg}$

۵	۰
۱۵	۱۰

گرمای داده‌شده $10{,}5\ \frac{kJ}{min} \times 20\ min = 210\ kJ$

گرمای لازم برای ذوب یخ $Q = mL_f = \frac{500}{1000} \times 336000 = 168\ kJ$ و ۲۱

لذا گرمای لازم برای ذوب یخ و بیشتر از آن فراهم شده لذا دمای تعادل بالای صفر است



$$21 \times 10^3 = 0{,}5 \times 4200 \times \Delta\theta$$

$$\rightarrow \Delta\theta = 10$$

آب / یخ

$$210000 = mc\Delta\theta + mL_f + mc\Delta\theta$$

$$210000 = 0{,}5 \times \tfrac{1}{2} c_{\text{آب}} \times 20 + 0{,}5 \times 80 c_{\text{آب}} + 0{,}5 \times c_{\text{آب}} \times \Delta\theta$$

CamScanner

۴۵

۹۹خ تجربی : درظرفی ۸۰۰gr آب صفر درجه سلسیوس وجود دارد. یک قطعه فلز به جرم ۴۲۰gr ودمای ۸۴°c را درون آب می اندازیم پس از برقراری تعادل دمای مجموعه چند درجه سلسیوس می شود؟ اتلاف گرما ناچیز و

$c_{\text{فلز}} = 400 \frac{J}{kg.c}$ $\quad c_{\text{آب}} = 4200 \frac{J}{kg.c}$

۶	۱۰
۴	۵

$$m c \Delta\theta_{\text{فلز}} = m c \Delta\theta_{\text{آب}}$$

$$420 \times 400 \times (84 - \theta) = 800 \times 4200 \times (\theta - 0)$$

$$84 - \theta = 20\theta \rightarrow 21\theta = 84$$

$$\theta = 4^{\circ}c$$

روش دوم

فرمول محاسبه دمای تعادل ⟹ $\theta_e = \frac{m_1 c_1 \theta_1 + m_2 c_2 \theta_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2}$

۲جسم

$$= \frac{0.42 \times 84 \times 200}{(0.8 \times 4200) + (0.42 \times 400)} = 4$$

مهم

ریاضی ۹۹ : چندگرم آب $5^{\circ}c$ را روی ۴۵۰gr یخ $0^{\circ}c$ بریزیم تا پس از برقراری تعادل گرمایی ۵۲۰gr آب صفر درجه سلسیوس در ظرف ایجاد شود؟ اتلاف گرما ناچیز و

$L_f = 336000 \frac{J}{kg}$

$c_{\text{آب}} = 4200 \frac{J}{kg.k}$

۲۶۰	۷۰
۳۲۰	۳۰۰

$$m' + m = 520\ gr$$

$$m' L_f = m' c \Delta\theta \rightarrow m' \times 80 \frac{c}{\text{آب}} = m \times c_{\text{آب}} \times 50$$

$$m' = \frac{5}{8} m \rightarrow \frac{5}{8} m + m = 520$$

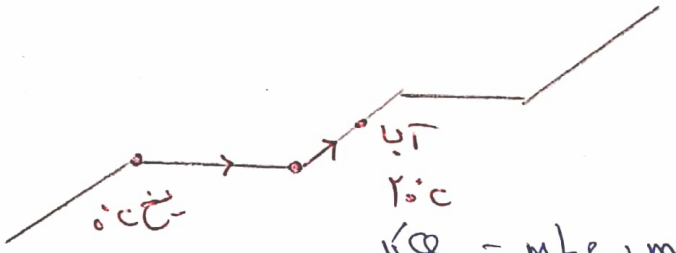
$$\frac{13}{8} m = 520 \rightarrow m = \frac{8 \times 520}{13} = 320\ gr$$

CamScanner

تجربی ۱۴۰۰ برمقداری یخ صفر درجه سلسیوس در فشار 1atm گرمایی دهیم و آن را با آب با دمای ۲۰°c تبدیل می‌کنیم. چند درصد گرمای داده‌شده صرف ذوب کردن یخ شده است؟

$c = 4200 \frac{J}{kgK}$ $L_f = 334 \frac{kJ}{kg}$

۸۰	۹۰
۲۵	۸۵



$Q_{کل} = mL_f + mc\Delta\theta = 80m + 20m = 100m$

$Q_{ذوب} = mL_f = 80m$

$\frac{Q_{ذوب}}{Q_{کل}} \times 100 = \frac{80m}{100m} \times 100 = 80\%$

تجربی ۱۴۰۰ خارج در دمای صفر درجه سلسیوس، طول ۲ میله آلومینیومی و فولادی با هم برابر و هرکدام ۴m است. دمای میله‌ها را چند درجه سلسیوس افزایش دهیم تا اختلاف طول آن‌ها ۲٫۳mm شود؟

$\alpha_{فولاد} = 11.5 \times 10^{-6} K^{-1}$

$\alpha_{AL} = 23 \times 10^{-6} K^{-1}$

۲۵	۱۵
۱۰۰	۵۰

$\frac{\alpha_{AL}}{\alpha_{فولاد}} = \frac{23 \times 10^{-6}}{11.5 \times 10^{-6}} = 2 \rightarrow \alpha_{AL} = 2\alpha_{فولاد}$

$\Delta L_{AL} = 2\Delta L_{فولاد} \rightarrow \Delta L_{AL} - \Delta L_{فولاد} = 2.3$

$\Delta L_{فولاد} = 2.3 \rightarrow L_1 \alpha \Delta\theta = 2.3 \rightarrow \Delta\theta = \frac{2.3 \times 10^{-3}}{4 \times 11.5 \times 10^{-6}} = 50°c$

روش دوم $\Rightarrow \Delta L = (L\alpha\Delta T)_{AL} - \Delta(L\alpha\Delta T)_{فولاد} = L\Delta T(\alpha_2 - \alpha_1)$

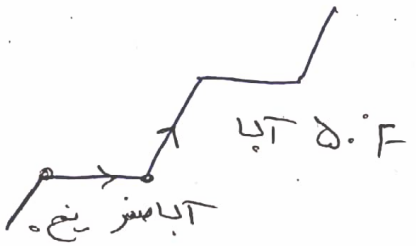
$\Rightarrow 2.3 \times 10^{-3} = 4 \times \Delta T \times 11.5 \times 10^{-6} \rightarrow \Delta T = 50°c$

ریاضی ۱۴۰۰ ۲۰gr یخ در دمای صفر درجه سلسیوس (نقطه ذوب) قرار دارد. چند ژول گرما لازم است تا آن را ذوب کرده و دمای آب حاصل را به $50^\circ F$ برساند؟

$L_f = 336 \frac{J}{gr}$

$c_{آب} = 4/2 \frac{J}{g^\circ C}$

9050	10920
7560	8190



$F = 1/8\theta + 32$

$50 = 1/8\theta + 32 \longrightarrow 18 = 1/8\theta \longrightarrow \theta = 10^\circ C$

$Q = mL_f + mc\Delta\theta = 20 \times 336 + 20 \times c_{آب} \times 10$

$= 1800\, c_{آب} = 1800 \times 4/2 = 7560\, J$

ریاضی ۱۴۰۰ خ: ضریب انبساط طولی فلزی $2 \times 10^{-5} K^{-1}$ و دمای آن $0^\circ C$ است.

آل دمای این فلز را به $250^\circ C$ برسانیم حجم آن چند درصد افزایش می‌یابد؟

1/5	0/15
2/5	0/25

$\Delta L = L_1 \cdot \alpha \Delta T \longrightarrow \frac{\Delta L}{L} = \alpha \Delta T \times 100$

$\frac{\Delta L}{L_1} = 2 \times 10^{-5} \times 250 = 500 \times 10^{-5} \times 100$

$= 5 \times 10^{-1} = 0/5\,\%$

$\frac{\Delta V}{V} \longrightarrow \frac{\Delta L}{L_1} \times 3 \longrightarrow 3 \times 0/5 = 1/5\,\%$

یا $\longrightarrow \frac{\Delta V}{V_1} = 3\alpha \Delta T \times 100 = 3 \times 2 \times 10^{-5} \times 250$

$= 1/5\,\%$

CamScanner

تجربی ۱۴۰۱: طول ۲ میله مسی و آهنی در دمای صفر درجه سلسیوس، هر یک برابر ۰/۵ متر است. دمای میله‌ها را تا چند درجه سلسیوس افزایش دهیم تا اختلاف طول آن‌ها به ۰/۳ میلی‌متر برسد؟

$\alpha_{Cu} = 1/8 \times 10^{-5}$

$\alpha_{Fe} = 1/2 \times 10^{-5}$

۱۰۰	۵۰
۲۰۰	۱۵۰

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta T \;)_{Cu}$$

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta T \;)_{Fe}$$

$$\Delta L_{Cu} - \Delta L_{Fe} = L_1 (\alpha_{Cu} - \alpha_{Fe}) \Delta T$$

$$0/3 \times 10^{-3} = 0/5 (1/8 \times 10^{-5} - 1/2 \times 10^{-5}) \Delta T$$

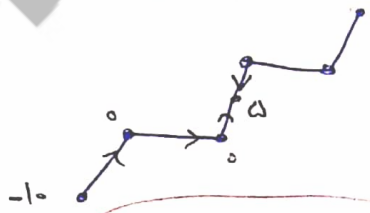
$$3 \times 10^{-4} = 5 \times 10^{-1} (0/6 \times 10^{-5}) \Delta T$$

$$\Delta T = \frac{3 \times 10^{-4}}{5 \times 10^{-1} \times 6 \times 10^{-6}} = \frac{10^{-4}}{10 \times 10^{-1} \times 10^{-6}} = 10^2$$

تجربی ۱۴۰۱: یک کیلوگرم یخ $-10^\circ C$ را درون یک اتمسفر درون مقداری آب $20^\circ C$ می‌اندازیم. آن‌قدر از برقراری تعادل گرمایی دمای آب به $5^\circ C$ برسد جرم آب چند کیلوگرم است؟

$L_f = 336000 \frac{J}{kg}$ $\quad c_{آب} = 2c_{یخ} = 4200 \frac{J}{kg\,C}$

۳	۲
۶	۴



$$mc\Delta\theta + mL_f = mc\Delta\theta$$

یخ: $+mc\Delta\theta$ — آب

$$1 \times \tfrac{1}{2} c_{آب} \times 10 + 1 \times 80 c_{آب} = m \times c_{آب} \times 15$$

$$+ 1 \times c_{آب} \times 5$$

$$\rightarrow 5 + 80 + 5 = 15m \Rightarrow 90 = 15m \Rightarrow \boxed{m = 6kg}$$

تجربی ۱۴۰۱ خ ۱۴: یک قطعه آلومینیومی به جرم m و دمای $94^\circ C$ را درون $4{,}5kg$ آب $50^\circ C$ می‌اندازیم. اگر پس از برقراری تعادل گرمایی دمای آب به $52^\circ C$ برسد، m چند کیلوگرم است؟

$c_{AL} = 900 \frac{J}{kg.^\circ C}$ $\quad$ $c_{آب} = 4200 \frac{J}{kg.^\circ C}$

۱	۱٫۵
۲	۲٫۵

$$mc\Delta\theta_{فلز} = mc\Delta\theta_{آب}$$

$$m \times 900 \times (94-52) = 4{,}5 \times 4200 \times (52-50)$$

$$m \times 900 \times 42 = (45) \times 10^{-1} \times 42 \times 10^{3} \times (2)$$

$$m = \frac{90 \times 10^{1}}{900} = 1kg$$

ریاضی ۱۴۰۱ یک قطعه لعب در دمای $20^\circ C$ قرار دارد. اگر دمای این قطعه را $200^\circ C$ افزایش دهیم حجم آن چند درصد افزایش می‌یابد؟

$\alpha_{لعب} = 3 \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ C}$

۰٫۶	۱٫۸
۶	۱۸

$$\frac{\Delta V}{V_1} = 3\alpha\Delta T \times 100$$

$$= 3 \times 3 \times 10^{-5} \times 200 \times 100 = 18 \times 10^{-2} = 18$$

ریاضی ۱۴۰۱ خ : ظرفیت گرمایی فلزی در SI برابر ۲۱۰۰ است. اگر یک کیلوگرم از جرم این فلز کم شود ظرفیت گرمایی آن ۲۰ درصد کاهش می‌یابد. گرمای ویژه فلز در SI چقدر است؟

۲۱۰	۲۷۰
(۴۲۰)	۸۴۰

$$C = mc \rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{m_2}{m_1}$$

$$\Rightarrow \frac{0{,}8C_1}{C_1} = \frac{m_1 - 1}{m_1} \Rightarrow 0{,}8m_1 = m_1 - 1 \rightarrow 0{,}2m_1 = 1$$

$$\Rightarrow m_1 = 5kg \Rightarrow C_1 = mc_1 \longrightarrow 2100 = 5c \rightarrow \boxed{c = 420}$$

تجربی ۱۴۰۱ خ: حجم قطعه آلیاژی در دمای صفر درجه سلسیوس $1000\,cm^3$ است. دمای آن را $120\,K$ افزایش می‌دهیم حجم آن $8.1\,cm^3$ افزایش می‌یابد. ضریب انبساط طولی این آلیاژ در SI چقدر است؟

2.25×10^{-5}	1.83×10^{-5}
7.5×10^{-6}	6.1×10^{-6}

$$\Delta V = V_1 \cdot 3\alpha \cdot \Delta T$$

$$8.1\times10^{-6} = 1000\times10^{-6}\times 3\alpha \times 120$$

$$\alpha = \frac{81\times10^{-1}}{10^3\times 36\times10} = \frac{81}{36}\times10^{-5}$$

$$\Rightarrow \alpha = 2.25\times10^{-5}$$

$$\frac{81}{36} = \frac{72+9}{36} = \frac{72}{36} + \frac{9}{36} = 2 + \frac{1}{4} = 2 + 0.25 = 2.25$$

hodamooz