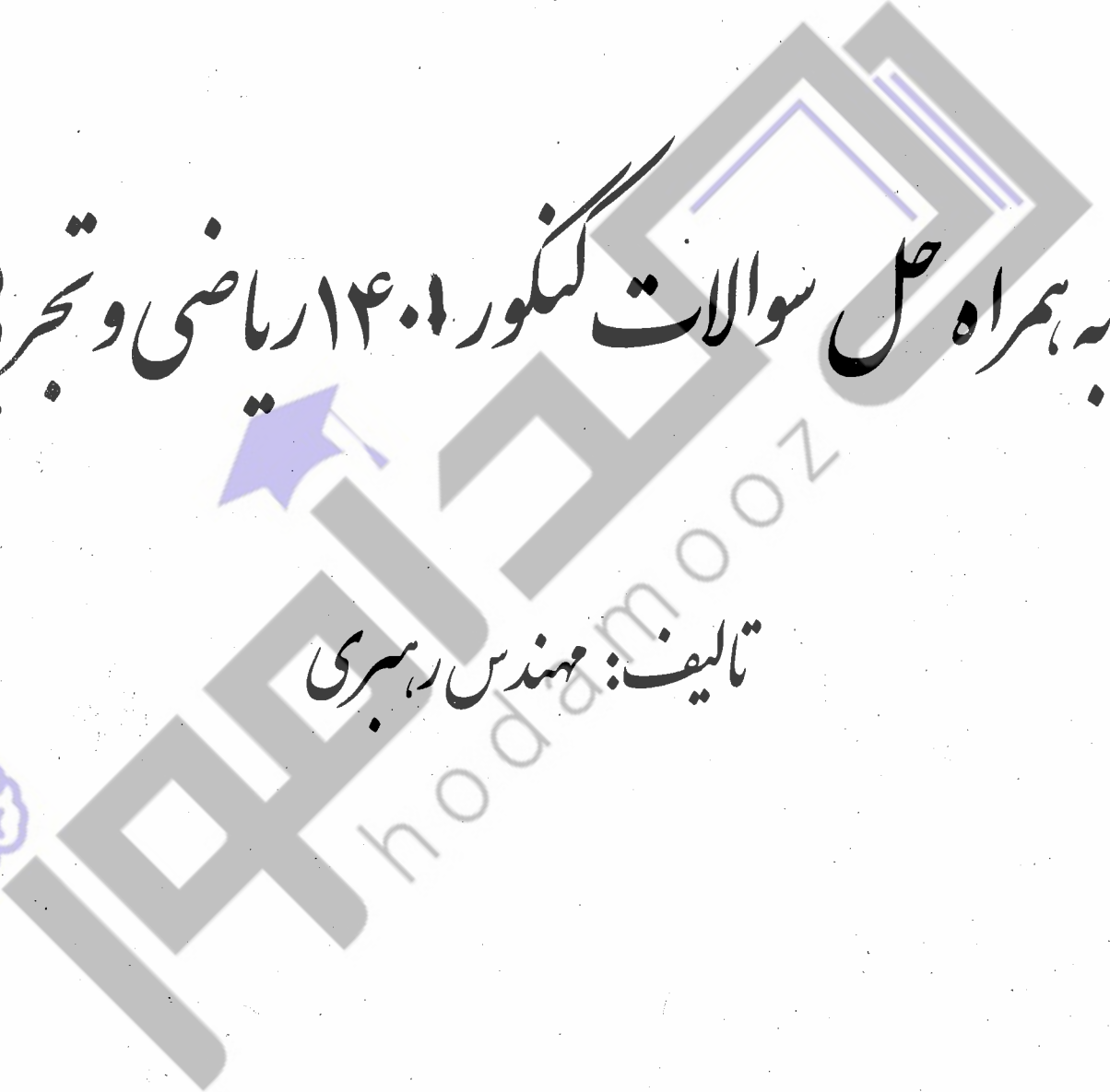
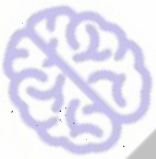
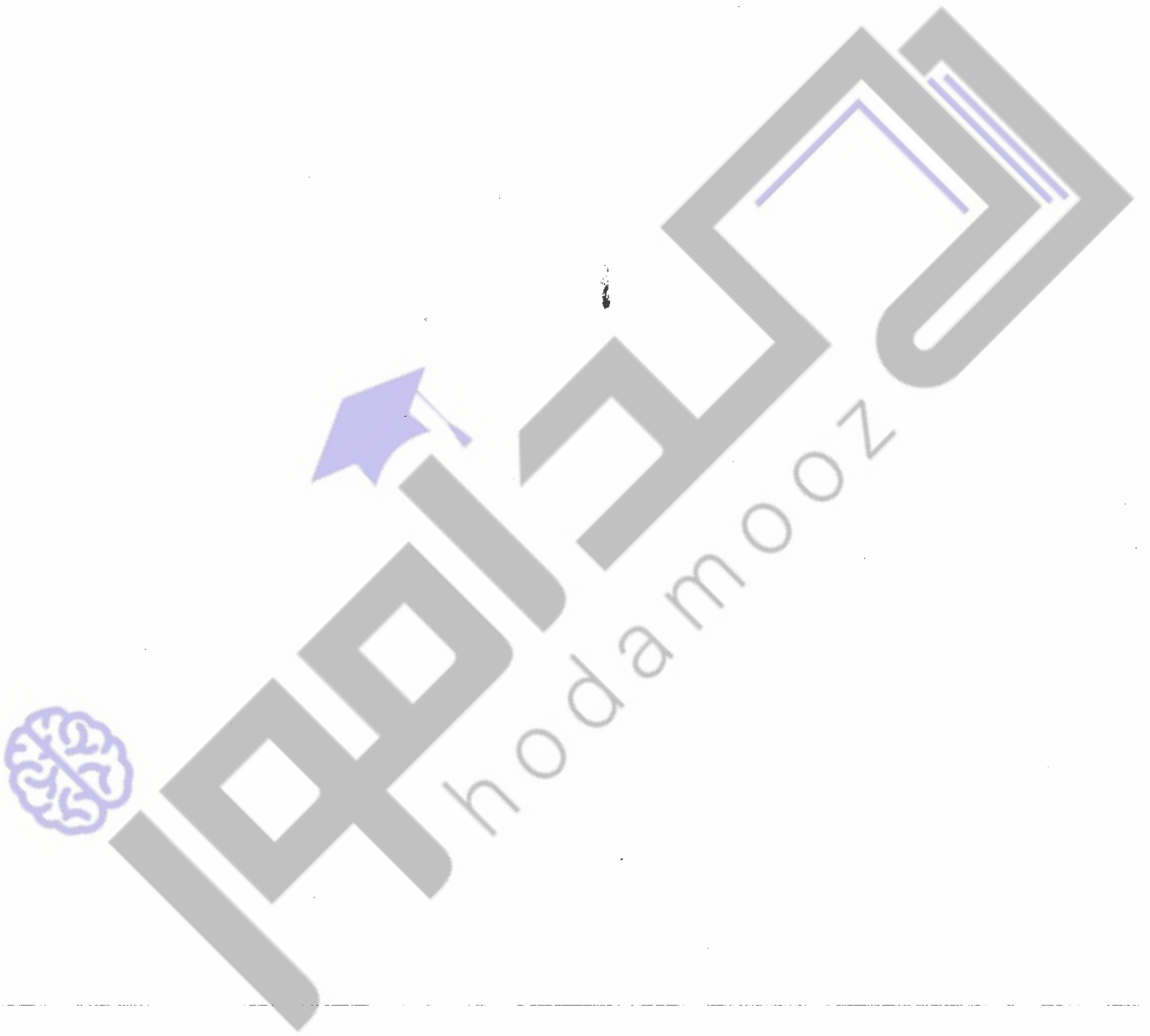


جزوه درس ریاضی بحث تابع

به همراه حل سوالات گنگور ۱۴۰۱ ریاضی و تجربی

تالیف: مهندس رهبری





* تابع *

① معین تابع از لحاظ زوج مرتب :

* هرگاه مؤلفه اول هیچ دو زوج مرتبی با هم برابر نباشند آن رابطه یک تابع است .

* هرگاه مؤلفه اول زوج مرتب با هم برابر باشند شرط تابع بودن آن است که مؤلفه دوم آن دو زوج دریاخذ

مرتب نیز با هم برابر باشند .

$f = \{ (1, 4) (2, 4) (3, 9) \}$ ✓

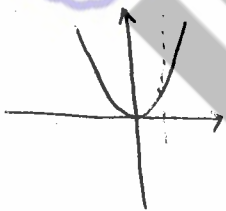
$g = \{ (3, 4) (3, 9) (2, 4) \}$ ✗

$k = \{ (1, 1) \}$ ✓

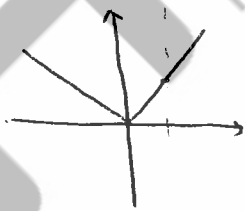
معین تابع از لحاظ نمودار :

یک نمودار زمانی تابع است که هرگاه هر دو نقطه عمودی آنها (عمود) رسم کنیم، نمودار را فقط در یک

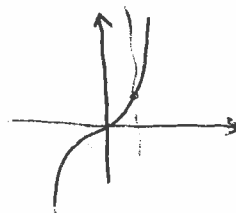
نقطه قطع کند .



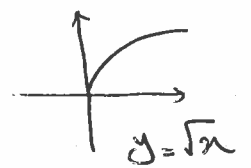
$y = x^2$
تابع نسبی



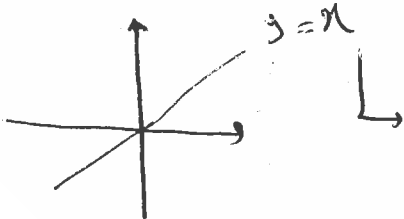
$y = |x|$
تابع عدد مطلق



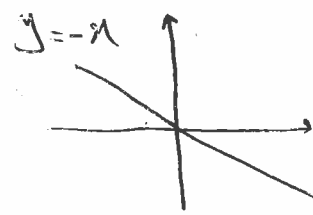
$y = x^3$ →



تابع درجه ۳



تابع هما
شیار ربع اول و سوم



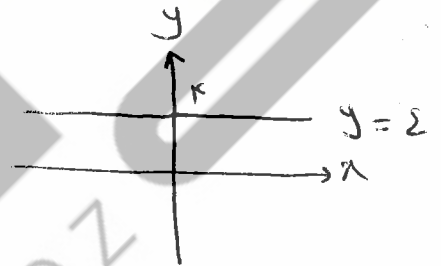
شیار ربع دوم و چهارم

دامنه: به صورت مؤلفه‌ها اول یک تابع را منتهی نویسیم. دامنه یعنی تغییرات روی محور x
 برد: به صورت مؤلفه‌ها دوم یک تابع (زوج مرتب) برد می‌نویسیم. برد یعنی تغییرات محور y

تابع ثابت:

به رابطه هر عدد y که همواره خطی است افقی تابع ثابت می‌نویسیم. دامنه تابع ثابت همیشه \mathbb{R} می‌باشد و برد آن یک عدد است

مثال $y = 4 \rightarrow$ دامنه $D_f = \mathbb{R}$
 برد $R_f = 4$



تابع‌ها:

به رابطه $y = x$ تابع‌ها می‌نویسیم. چون برای x هر عددی قرار دهیم جواب y نیز همان عدد می‌شود. دامنه برد تابع‌ها \mathbb{R} می‌باشد

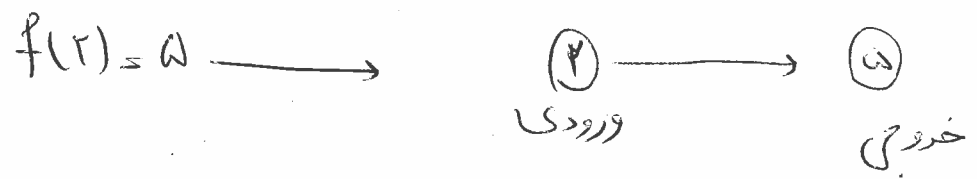
در مثال زیر مقدار $f(2)$ چندتری باشد!

$$f(x) = x^2 - 4x + 9$$

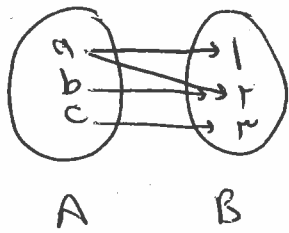
(هرچی) f ← یعنی عبارت را عدد داخل پرانتز را بجای x ما قرار بده و جواب بدست آمده

مقدار $f(2)$ یا f نخواهد بود.

$$f(2) = 2^2 - 4(2) + 9 = 2 - 8 + 9 = 3$$



در نمودار بیگانه $f: A \rightarrow B$ زمانی این نمودار تابع است که در آن به هر عنصر A دقیقاً یک عضو از B نسبت داده شود.



تابع نیست چون از عنصر a دو عضو خارج شده

یا می توان هر فلش را بصورت یک زوج مرتب نوشت سپس از قانون زوج مرتب بررسی شود.

تابع نیست \times $\{(a, 1), (a, 2), (b, 2), (c, 3)\}$

چون مؤلفه اول برابر دارند ولی مؤلفه دوم آن برابر نیست

هر تابع به شکل $y = ax + b$ را یک تابع خطی می نامیم

هر تابع به شکل

تابع قدر مطلق

۱) هرگاه داخل قدر مطلق مثبت باشد علامت قدر مطلق حذف می گردد و خود آن عبارت نوشته می شود.

$$|1 - \sqrt{10}| = -(1 - \sqrt{10}) = -1 + \sqrt{10}$$

$$\ominus \sqrt{10} = 2, \dots$$

۲) هرگاه داخل قدر مطلق منفی شد علامت قدر مطلق حذف می گردد

و یک \ominus در عبارت داخل قدر مطلق ضرب می شود.

$$|\sqrt{4} - \sqrt{3}| \Rightarrow = \sqrt{4} - \sqrt{3}$$

+

$$\sqrt{4} > \sqrt{3}$$

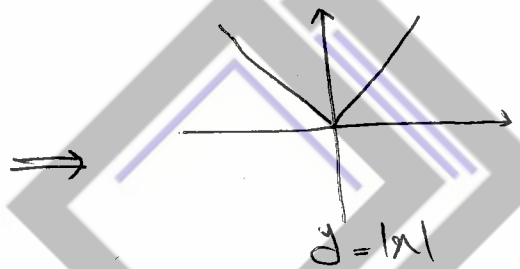
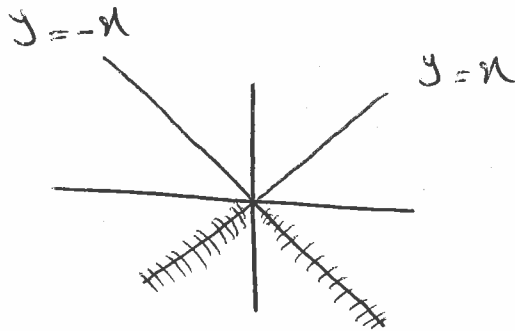
$$f(x) = |x|$$

$$y = |x|$$

دانه

$$y = |x| = \begin{cases} y = +x \\ y = -x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ x < 0 \end{cases}$$



چون برای $y = x$ داریم $x > 0$ ← یعنی سمت $+$ محور x ها باشد و قسمت $-$ آن حذف شود
چون برای $y = -x$ داریم $x < 0$ ← یعنی سمت $+$ محور x حذف شود و قسمت $-$ باشد

توانیم انتقال نمودارها:

$$\textcircled{1} f(x \pm a) \rightarrow$$

$+a$ ← یعنی نمودار a واحد روی محور x به سمت چپ برود

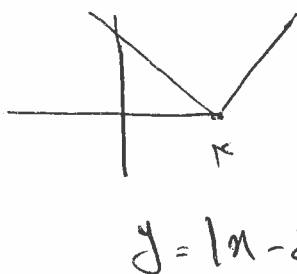
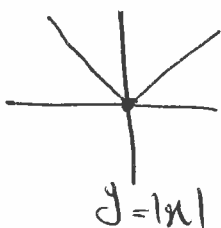
یعنی محور داخل باخ برود

$-a$ ← یعنی نمودار a واحد روی محور x به سمت راست برود

سوال

$$|x - 4| \rightarrow$$

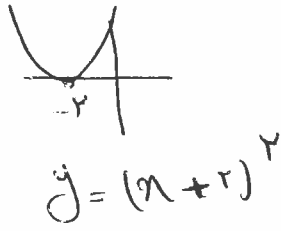
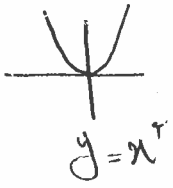
نمودار ۴ واحد روی x راست برود



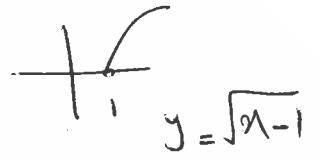
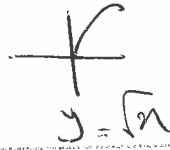
$$y = (x + 2)^2 \rightarrow$$

یعنی نمودار $y = x^2$ ، ۲ واحد روی محور x به چپ برود

مث



$$\sqrt{x-1}$$

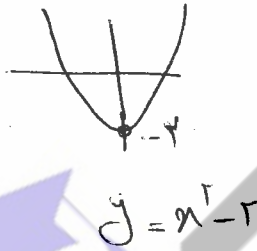
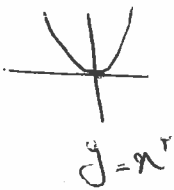


② $f(x) \pm a$

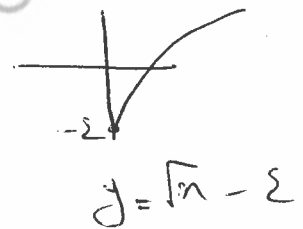
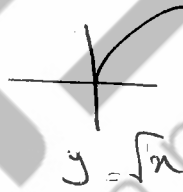
عدد بیرون تابع باشد.

$+a$ ← یعنی a واحد روی محور y ها بالا برو
 $-a$ ← یعنی a واحد روی محور y ها پایین برو

$y = x^2 - 2$



$y = \sqrt{x} - 2$



نقطه مهم: برای بدست آوردن محل برخورد نمودار با محور x ها کافی است $y = 0$ قرار دهیم

برای بدست آوردن محل برخورد نمودار با محور y ها کافی است $x = 0$ قرار دهیم

ریسه یعنی محل برخورد نمودار با محور x به همین دلیل برای بدست آوردن ریسه های تابع را صدی
 صفر قرار می دهیم ($y = 0$)

کتاباً قدر مطلق

$$① \quad |x| = a \Rightarrow x = \pm a$$

مثال $|x| = 4 \Rightarrow x = \pm 4$

$$② \quad |x| \leq a \Rightarrow -a \leq x \leq a$$

$$یا \quad |x| < a \Rightarrow -a < x < a$$

مثال $\rightarrow |x| < 3 \Rightarrow -3 < x < 3$

مثال $\rightarrow |x-3| < 2 \Rightarrow -2 < x-3 < 2 \Rightarrow 1 < x < 5$

$$③ \quad |x| > a \Rightarrow \begin{cases} x > a \\ x < -a \end{cases}$$

$$یا \quad |x| > a \Rightarrow \begin{cases} x > a \\ x < -a \end{cases}$$

فرمول شماره ① بالا \leftarrow هرگاه یک قدر مطلق برابر عددی $(+)$ باشد آن راه عدد یا عبارت داخل قدر مطلق را برابر عدد \pm قرار می دهیم.

مثال $|2x-2| = 3 \Rightarrow 2x-2 = \pm 3 \Rightarrow \begin{cases} 2x-2=3 \rightarrow 2x=5 \\ \rightarrow x = \frac{5}{2} \\ 2x-2=-3 \end{cases}$

فرمول شماره ②: هرگاه یک قدر مطلق کمتر یا کمتر از یک عدد $(+)$ باشد آن راه عبارت داخل قدر مطلق را بین $(+)$ و $(-)$ آن عدد قرار می دهیم.

فرمول شماره ③: هرگاه یک قدر مطلق بزرگتر از یک عدد $(+)$ باشد، عبارت داخل قدر مطلق را یکبار بزرگتر مساوی آن عدد و یکبار کمتر مساوی منفی آن عدد قرار می دهیم.

ص

$f(x) \rightarrow$

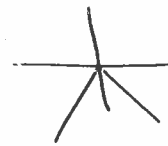
یعنی نمودار را نسبت به محور x قرین کن

مثال

$y = -|x| \Rightarrow$



$y = |x|$



$y = -|x|$

نکته \Rightarrow

①

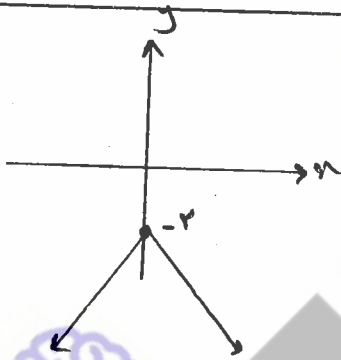
$x^2 = a > 0 \Rightarrow x = \pm \sqrt{a}$

②

$x^2 \leq a \Rightarrow -\sqrt{a} \leq x \leq \sqrt{a}$

③

$x^2 > a \Rightarrow x > \sqrt{a}$
 $x \leq -\sqrt{a}$



$D_f = \mathbb{R}$

$R_f = (-\infty, -2]$

هر کدام از نمودار زیر را تحلیل کنید.

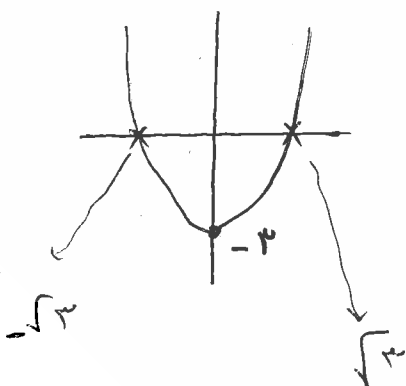
تابع قدر مطلق $|x|$ باشد که قرین شده یعنی یک \ominus نسبت آن ضرب شده و چون ۲ واحد روی محور y پایین آمده یعنی منهای دو شده



$y = -|x| - 2$

تفسیرات x

تفسیرات y



$D_f = \mathbb{R}$

تابع $y = x^2$ بود که ۳ واحد روی محور y پایین آمده

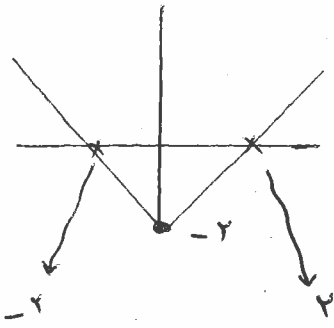
$y = x^2 - 3$

اما عدد برخورد با محور x ؟ کجا است برای یافتن آن $y = 0$

$x^2 - 3 = 0 \rightarrow x^2 = 3 \rightarrow x = \pm \sqrt{3}$

$R_f = [-3, +\infty)$

تابع قدر مطلق $|x|$ که ۲ واحد پایین آمده.



$$y = |x| - 2$$

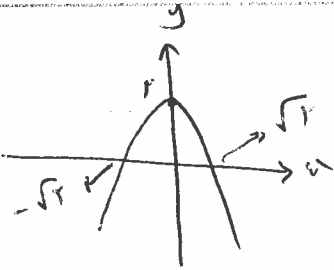
عمل برخورد با محور x کجاست؟
 $y = 0$ →

$$|x| - 2 = 0 \rightarrow |x| = 2 \rightarrow x = \pm 2$$

$$D_f = \mathbb{R}$$

$$R_f = [-2, +\infty)$$

تابع $y = x^2$ چپ نشده یعنی در \ominus ضرب نشده و (واحد روی y بالارفته)



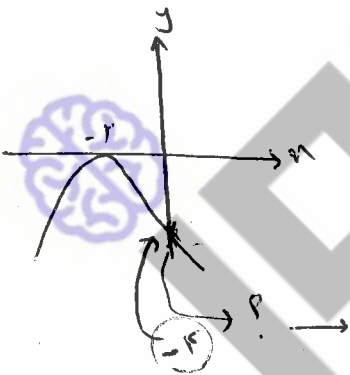
$$y = -x^2 + 2$$

$$D_f = \mathbb{R}$$

$$R_f = (-\infty, 2]$$

عمل برخورد با محور x ؟
 $y = 0 \rightarrow -x^2 + 2 = 0 \rightarrow -x^2 = -2 \rightarrow x^2 = 2 \rightarrow x = \pm \sqrt{2}$

تابع $y = x^2$ چپ نشده یعنی در \ominus ضرب نشده و ۲ واحد روی محور x بدست چپ رفته

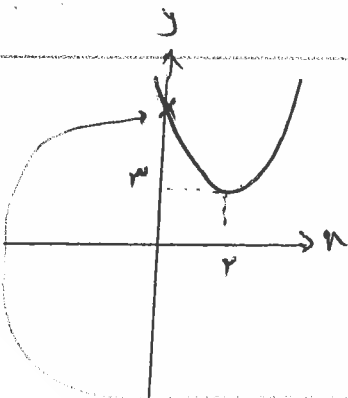


$$y = -(x+2)^2$$

عمل برخورد با محور y $x = 0$

$$y = -(x+2)^2 \xrightarrow{x=0} y = -(2)^2 = -4$$

تابع $y = x^2$ ۳ واحد بدست راست رفته پس ۳ واحد روی y بالارفته



$$y = (x-2)^2 + 3$$

$$x = 0 \rightarrow y = (0-2)^2 + 3$$

عمل برخورد با محور y ؟

$$\rightarrow y = 7$$

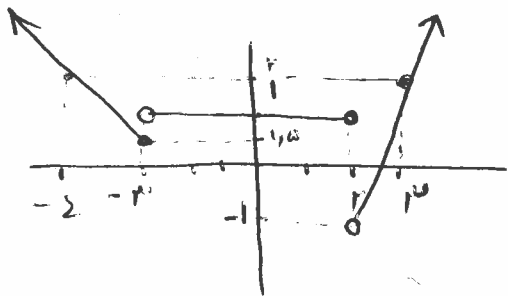
۹

$$f(x) = \begin{cases} y = 2x - 5 & (x > 2) \\ y = 1 & -2 < x \leq 2 \\ y = -\frac{1}{2}x & (x \leq -2) \end{cases}$$

$$\begin{array}{c|cc} x & 2 & 3 \\ \hline y & -1 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cc} x & -2 & -3 \\ \hline y & 1 & 1.5 \end{array}$$

منحنی تابع زیر را رسم کنید.



موانع دامنه ما

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0$$

① تابع چندجمله‌ای

$$f(x) = 2x^5 - 7x^2 + 1 \rightarrow D_f = \mathbb{R}$$

دامنه این تابع همواره \mathbb{R} می‌باشد.

$$D_f = \mathbb{R} - \{ \text{مخرج} = 0 \}$$

② تابع کسری، اگر صورت چندجمله‌ای باشد ←

مثال $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 5x + 4}$

$$\text{مخرج} = 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow (x-2)(x-3) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{ 2, 3 \}$$

یعنی بجای x ها هر عددی می‌توان قرار داد بجز ۲ و ۳. چون ۲ و ۳ مخرج را صفر می‌کنند و

تابع تعریف زرد می‌شود در جایی مخرج کسرها صفر شود تا $\infty = \frac{1}{0}$

③ تابع رادیکالی با وجه زوج، عبارت زیر رادیکال را برزنتری می‌کنیم و شرط قرار می‌دهیم

مثال $f(x) = \sqrt{4-x^2} \Rightarrow 4-x^2 \geq 0 \rightarrow x^2 \leq 4 \rightarrow$

$-2 \leq x \leq 2$ یا $[-2, 2]$

هر عددی خارج این بازه داخل تابع $f(x)$ قرار نمی‌دهیم داخل رادیکال را \ominus می‌کنند که معبر نیست

④ تابع رادیکالی با وجه فرد: عبارت زیر رادیکال \ominus نیز می‌تواند باشد. دامنه تابع رادیکالی با

وجه فرد برابر دامنه عبارت زیر رادیکال است.

مثال $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x+3}{x-2}}$

انگار که رادیکال وجود ندارد.

$\frac{x+3}{x-2} \rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{2\}$

$x-2=0 \rightarrow x=2$

⑤ تابع چندضابطه‌ای: اجتماع دامنه ضابطه‌ها را می‌گیریم.

$f(x) = \begin{cases} x^2 + x - 3 & -3 < x < 1 \\ 2x - 3 & x > 2 \end{cases}$

$D_f = [-3, 1) \cup [2, +\infty)$

سرمو با به سوال نیاز هم

$$y = \text{Log} \frac{g(x)}{h(x)}$$

$$\begin{aligned} g(x) &> 0 \\ h(x) &> 0 \\ h(x) &\neq 1 \end{aligned}$$

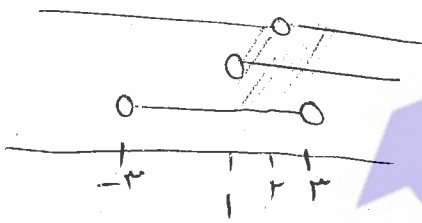
اشتراک بین سه شرط ←

$$y = \text{Log} \frac{9 - x^2}{x - 1}$$

$$9 - x^2 > 0 \rightarrow x^2 < 9 \rightarrow -3 < x < 3$$

$$x - 1 > 0 \rightarrow x > 1$$

$$x - 1 \neq 1 \rightarrow x \neq 2$$



$$D_f = (1, 3) - \{2\}$$

$$D_f = (1, 2) \cup (2, 3)$$



hodan.com

$$f = |x| \Rightarrow \begin{cases} +x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

خواص اصلی قدر مطلق:

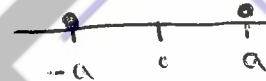
سوال

$$A = \underbrace{|\sqrt{2}-1|}_{\oplus} + \underbrace{|\sqrt{2}-3|}_{\ominus} = (\sqrt{2}-1) + (-(\sqrt{2}-3))$$

$$\sqrt{2} = 1,4$$

$$= \sqrt{2} - 1 - \sqrt{2} + 3 = 2$$

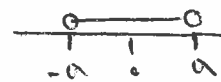
① $|x| = a^+ \Rightarrow x = \pm a$



$$|3x-2| = 7 \Rightarrow 3x-2 = \pm 7 \Rightarrow \begin{cases} 3x-2 = 7 \Rightarrow 3x = 9 \Rightarrow x = 3 \\ 3x-2 = -7 \Rightarrow 3x = -5 \Rightarrow x = -\frac{5}{3} \end{cases}$$

②

$|x| < a \Rightarrow -a < x < a$



$$|3x-2| < 7 \Rightarrow \begin{matrix} -7 \\ +2 \end{matrix} < \begin{matrix} 3x-2 \\ +2 \end{matrix} < \begin{matrix} 7 \\ +2 \end{matrix} \Rightarrow 3 < 3x < 9$$

$$\Rightarrow 1 < x < 3$$

③

$|x| > a \Rightarrow \begin{cases} x > a \\ x < -a \end{cases}$



$$|3x+1| > 4 \Rightarrow \begin{cases} 3x+1 > 4 \Rightarrow 3x > 3 \Rightarrow x > 1 \\ 3x+1 < -4 \Rightarrow 3x < -5 \Rightarrow x < -\frac{5}{3} \end{cases}$$

سؤال

۱۳

1) $|2x-3|=0 \Rightarrow 2x-3=0 \Rightarrow x=\frac{3}{2}$

2) $|2x-3| > -3 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$

چون جواب قدر مطلق همواره + می باشد لذا همیشه از عدد - بزرگتر است.

3) $|2x-3| < -3 \Rightarrow x \in \emptyset$

4) $|2x-3| \leq 0 \Rightarrow 2x-3=0 \rightarrow x=\frac{3}{2}$ فقط مساوی صفر قبول است

5) $|2x-3| > 0 \Rightarrow$ همواره + هست پس صفر نیست
 $2x-3 \neq 0 \Rightarrow x \neq \frac{3}{2} \Rightarrow \mathbb{R} - \{\frac{3}{2}\}$

$\frac{1}{|2x-5|} > 3 \Rightarrow$

نامعادله حل کنید.

$|2x-5| < \frac{1}{3} \Rightarrow -\frac{1}{3} < 2x-5 < \frac{1}{3}$

$\frac{14}{3} < 2x < \frac{14}{3} \Rightarrow \frac{7}{3} < x < \frac{7}{3}$

$2x + |x-3| = 5$

معادله حل کنید.

$x > 3 \rightarrow$ جواب قدر مطلق + $\Rightarrow 2x + x - 3 = 5 \Rightarrow 3x = 8$

چون بزرگتر از 3 است $x = \frac{8}{3}$ ✗

$x < 3 \rightarrow$ جواب قدر مطلق -

$2x + (-(x-3)) = 5 \Rightarrow$

$2x - x + 3 = 5 \Rightarrow x = 2$ ✓

روش دوم

	$x < 3$	3	$x > 3$
$x-3$	-	0	+

$2x - x + 3 = 0$
 $x = 3$ ✓

$2x + x - 3 = 0$
 $3x = 3$
 $x = \frac{1}{3}x$

معادله حل کنید:

$$2|x| + |x-3| < 7$$

\downarrow \downarrow
 $x=0$ $x=3$

x	$x < 0$	0	$0 < x < 3$	3	$x > 3$
x	-	0	+		+
$x-3$	-		-	0	+

یعنی از مرکز کمتر حتماً مرتب‌شده

می‌شود

$$-2x - x + 3 < 7$$

$$-3x < 4$$

$$x > -\frac{4}{3}$$

$$\left(-\frac{4}{3}, 0\right]$$

$$2x - x + 3 < 7$$

$$x < 4$$

$$\rightarrow [0, 3]$$

$$2x + x - 3 < 7$$

$$3x < 10$$

$$x < \frac{10}{3}$$

$$\left[3, \frac{10}{3}\right)$$

اجتماع

$$\left(-\frac{4}{3}, \frac{10}{3}\right)$$

توابع درجه یک قدر مطلق دار:

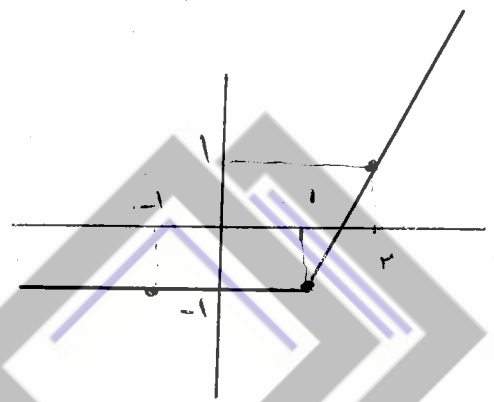
مهم ترین نقاط محل شکستگی ها درجه ها قدر مطلق هستند. محل شکستگی مابین است که داخل قدر مطلق

راه می کند
صفر

رسم کن $y = |x-1| + x - 2$

\downarrow
 $\Rightarrow x-1=0 \rightarrow x=1$

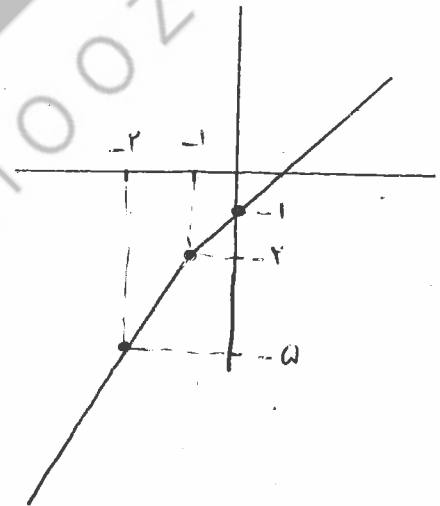
x	-1	1	2
y	-1	-1	1



$y = 2x - |x+1|$

$\hookrightarrow = 0 \Rightarrow x+1=0 \rightarrow x=-1$

x	-2	-1	0
y	-5	-2	-1

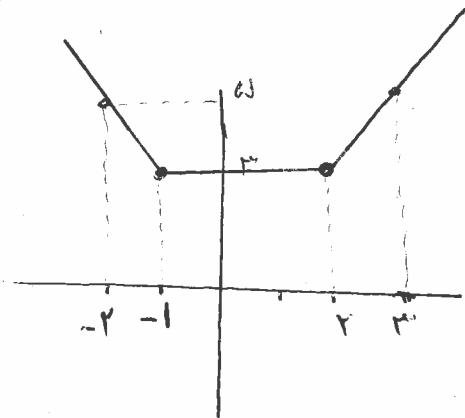


$y = |x+1| + |x-2|$

\downarrow \downarrow
 $x+1=0$ $x-2=0$
 $x=-1$ $x=2$

x	-2	-1	2	3
y	5	3	3	5

فرز بلدانی



$$y = |x+1| - |x-2|$$

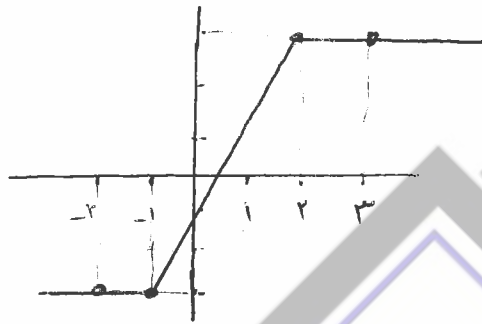
x	-2	-1	2	3
y	-3	-3	3	3

$$x+1=0$$

$$x-2=0$$

$$x=-1$$

$$x=2$$

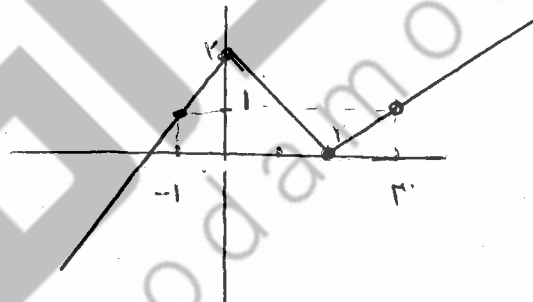


$$y = x + |x-2| - |x|$$

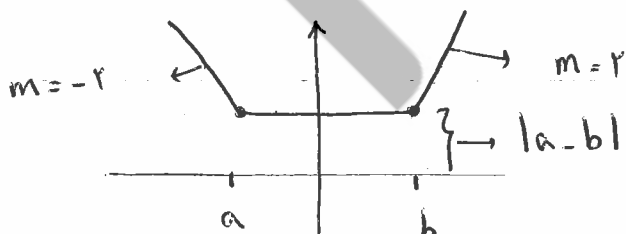
x	-1	0	2	3
y	1	2	0	1

$$x=2$$

$$x=0$$



$$y = |x-a| + |x-b|$$



$$b > a$$

نقاط توجّه نلدان:

همواره کف نلدان از a تا b است. نیت در وسط طرفین (-2) و (2) است.

$|a-b|$ می باشد

ارتفاع نلدان

در کدام بازه الیجا نزولی است؟ $f(x) = |x+2| + |x-1|$

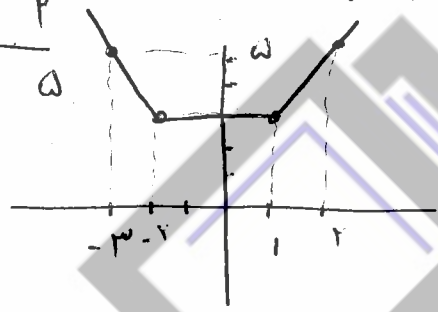
تابع باضابطه

$(-\infty, 1)$	$(-\infty, -2)$
$(1, +\infty)$	$(-2, 1)$

$x+2=0 \rightarrow x=-2$

$x-1=0 \rightarrow x=1$

x	-3	-2	1	2
y	5	3	3	5



$(-\infty, -2)$ الیجا نزولی
 $(-2, 1)$ تابع ثابت
 $(1, +\infty)$ الیجا صعودی

در کدام بازه الیجا صعودی است؟ $f(x) = |x+1| - |x-2|$

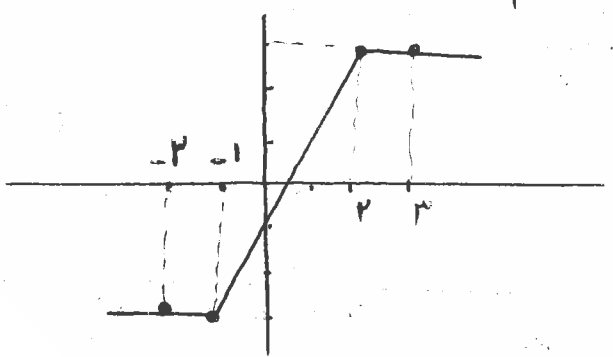
تابع باضابطه

$(-1, +\infty)$	$(-\infty, 2)$
$(2, +\infty)$	$(-1, 2)$

$x+1=0 \rightarrow x=-1$

$x-2=0 \rightarrow x=2$

x	-2	-1	2	3
y	-3	-3	3	3



$(-\infty, -1)$ ثابت

$(-1, 2)$ صعودی الیجا

$(2, +\infty)$ ثابت

نکته: یک رابطه چندضابطه‌ای بر ۲ شرط زیر یک تابع است:

① تکند ضابطه‌ها تابع باشند ② دامنه ضابطه‌ها اشتراکی نداشته باشند، و اگر داشته باشند

برای x های مشترک، y های یکسان تولید شود.

مثال $y = \begin{cases} x^2 + 3x & x > 3 \\ -5x + 1 & x < 5 \end{cases} \Rightarrow$ تابع نیست چون دامنه‌ها اشتراکی ندارند

$x = 4 \rightarrow \begin{cases} 28 \\ -19 \end{cases} x$

مثال $y = \begin{cases} -x^2 + 1 & x \geq 0 \\ 1 - 3x & x \leq 0 \end{cases} \Rightarrow$ تابع است چون دامنه‌ها اشتراک دارند

($x=0$) در برای آن هر دو

جواب یکسان دارند.

$f(0) = -(0)^2 + 1 = 1$

$f(0) = 1 - 3(0) = 1$

دامنه توابع مثلثاتی:

① $f(x) = \sin x \Rightarrow D_f = \mathbb{R}$

② $f(x) = \cos x \Rightarrow D_f = \mathbb{R}$

③ $f(x) = \tan x \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \left\{ x \mid x = k\pi + \frac{\pi}{2} \right\}$

④ $f(x) = \cot x \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{ x \mid x = k\pi \}$

* تدریسی و چند صبیح - تأییدی روی دامنه ندارند.

$f(x) = |g(x)| \Rightarrow D_f = D_g$

$f(x) = [g(x)] \Rightarrow D_f = D_g$

19

دامنه توابع زیر را بیست آورید:

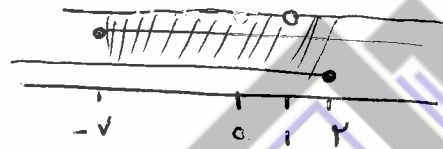
$$f(x) = \frac{\sqrt{3 - \sqrt{2-x}}}{x-1}$$

$$2-x > 0 \Rightarrow x < 2$$

$$3 - \sqrt{2-x} > 0 \Rightarrow 3 > \sqrt{2-x} \Rightarrow 9 > 2-x \Rightarrow x > -7$$

$$x-1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$$

$$D_f = [-7, 2] - \{1\}$$



$$f(x) = \sqrt{\frac{|x|+2}{|x|-x}}$$

$$\frac{|x|+2}{|x|-x} > 0 \Rightarrow |x|-x \neq 0 \Rightarrow |x| \neq x$$

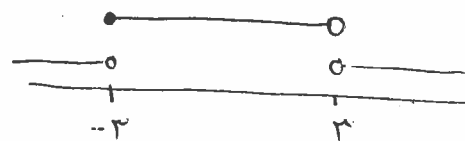
$$\Leftrightarrow |x| > x \rightarrow (-\infty, 0) \Rightarrow D_f = (-\infty, 0) = \mathbb{R}^-$$

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{4-x}}$$

$$4-x > 0 \Rightarrow x < 4 \Rightarrow (-\infty, 4)$$

نکته: اجتماع یک ضابطه‌ها، دامنه جدید ضابطه‌های را مشخص می‌کند.
دامنه

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x < -3 \\ x^3 & -3 < x < 3 \\ x^4 & x > 3 \end{cases}$$



$$\Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-3\}$$

توانع تقس برده:

برای ساحتی برد توانع درجه دوم از روش مربع کامل استفاده می‌کنیم.

$$f(x) = x^2 - 4x + 7$$

$$\frac{b^2}{4} = \frac{(-4)^2}{4} = 4 \Rightarrow f(x) = \underbrace{x^2 - 4x + 7}_{+4-4}$$

$$f(x) = x^2 - 4x + 4 + 7 - 4$$

$$f(x) = (x-2)^2 + 3$$

$$(x-2)^2 \geq 0 \xrightarrow{+3}$$

$$\underbrace{(x-2)^2 + 3}_{f(x)} \geq 3 \Rightarrow f(x) \geq 3 \rightarrow R_f = [3, +\infty)$$

روش دوم: در تابع درجه دوم برده تغییرات عرض رأس تقس است.

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-4)}{2} = 2$$

مقدار x رأس تقس (راضی معادله درجه دوم) یا $y = -\frac{\Delta}{4a}$

$$f(2) = 2^2 - 4(2) + 7 = 4 - 8 + 7 = 3$$

\uparrow R_f \cup

چون نمودار سهمی x^2 است یعنی \min

$$[3, +\infty)$$

مثال ۲

$a > 0 \Rightarrow a + \frac{1}{a} \geq 2$

$a < 0 \Rightarrow a + \frac{1}{a} \leq -2$

$a > 0 \Rightarrow \frac{x^r}{x^r + a} \Rightarrow R_f = [0, 1)$

$a > 0 \Rightarrow \frac{|x|}{|x| + a} \Rightarrow R_f = [0, 1)$

$a > 0 \Rightarrow \frac{ax}{x^r + 1} \Rightarrow R_f = [-\frac{a}{r}, \frac{a}{r}]$

$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$

$(f - g)(x) = f(x) - g(x)$

$(f \times g)(x) = f(x) \times g(x)$

$(\frac{f}{g})(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \quad , \quad g(x) \neq 0$

اعمال جبری روی تابع

مثال ۳، اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x > 1 \\ 3x - 2 & x < 0 \end{cases}$ و $g(x) = x^3 - 1$ مطلوب است حاصل عبارت

$\frac{(f+g)(2)}{(f \times g)(-1)} = \frac{f(2) + g(2)}{f(-1) \times g(-1)} = \frac{5 + 7}{(-7)(-2)} = \frac{12}{14} = \frac{6}{7}$

نکته مهم

به هنگام محاسبه اعمال جبری روی زوج مرتب ها فقط زوج مرتب هایی از دو تابع وارد عمل می شوند که دارای مؤلفه یکسان باشند هر عملی که بین آن تابع صورت پذیر باشد روی مؤلفه دوم این زوج مرتب ها اعمال می شود.

مسئله اول
 $g(x) = \{(1, 7), (2, 4), (3, 0)\}$ و $f(x) = \{(1, 2), (2, 4), (3, 5)\}$

مطلوب است $f+g$ و $\frac{f}{g}$ و $3f$

و آنها برابر می شوند
 $3f(x) = \{(1, 4), (2, 12), (3, 15)\}$

$f(x) + g(x) = \{(1, 7+2), (2, 4+4), (3, 0+5)\} = \{(1, 9), (2, 8), (3, 5)\}$

$(\frac{f}{g})(x) = \{(1, \frac{2}{7}), (2, \frac{4}{4}), (3, \frac{5}{0})\} = \{(1, \frac{2}{7}), (2, 1)\}$

دامنه های توابع که عمل اصلی روی آن انجام می شود

$D_{f \pm g} = D_f \cap D_g$

$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{g(x) = 0\}$

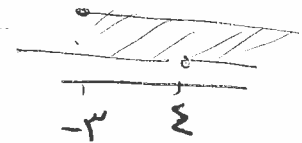
$D_{\frac{g}{f}} = D_f \cap D_g - \{f(x) = 0\}$

اگر $f(x) = \sqrt{x+3}$ و $g(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x-4}$ مطلوب است دامنه $f \pm \frac{f}{g}$

$D_f = [-3, +\infty)$

$x+3 > 0 \Rightarrow x > -3$

$D_g = \mathbb{R} - \{4\}$ (مخرج = 0)



$D_{f \pm \frac{f}{g}} = D_f \cap D_g = [-3, +\infty) - \{4\}$

$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{g(x) = 0\} = [-3, +\infty) - \{1, 4\}$

$g(x) = 0 \Rightarrow \text{صورت} = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1$

ترکیب توابع:

$$f \circ g(x) = f(g(x))$$

$$g \circ f(x) = g(f(x))$$

یعنی به جای x های تابع f ، کل تابع g را قرار بدهیعنی به جای x های تابع g ، کل تابع f را قرار بده

$$(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1} \quad (*)$$

$$D_{f \circ g} = \left\{ x \mid x \in D_g, g(x) \in D_f \right\}$$

$$D_{g \circ f} = \left\{ x \mid x \in D_f, f(x) \in D_g \right\}$$

اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = \sqrt{x-2}$ مطلوب است $D_{f \circ g} = ?$

$$D_f \Rightarrow x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \Rightarrow D_f = [1, +\infty)$$

$$x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2 \Rightarrow D_g = [2, +\infty)$$

$$D_{f \circ g} = \left\{ x \in D_g, g(x) \in D_f \right\} = \left\{ x \in [2, +\infty), \sqrt{x-2} \in D_f \right\}$$

$$\left\{ x \geq 2, \sqrt{x-2} \geq 1 \right\} = \left\{ x \geq 2, x \geq 3 \right\} = [3, +\infty)$$

$$\sqrt{x-2} \geq 1$$

$$x-2 \geq 1$$

$$x \geq 3$$

فلسفه مهم: محاسبه ترکیب توابع زوج مرتبی:

برای محاسبه

$f \circ g$ بدترتیب از سمت چپ ابتدا و سپس برای نویسیم آن ماه میدهما

را حلوی کنیم.

مثال: اگر $f(x) = \{(1,2)(3,4)(-1,3)\}$ و $g(x) = \{(2,1)(3,1)\}$ مطلوب است؟ $f \circ g(x)$

عناصر اول f و عناصر دوم g → ابتدا و

$$\{(1,2)(3,4)(-1,3)\}, \{(2,1)(3,1)\}$$

$$f \circ g(x) = \{(3,2)(2,3)\}$$

① اگر $f(x) = x^2 + x^3$ مطلوب است ضابطه $f(2x+1)$

$$2x+1 = t \Rightarrow x = \frac{t-1}{2}$$

$$f(t) = \left(\frac{t-1}{2}\right)^3 + \left(\frac{t-1}{2}\right)^2 \Rightarrow f(x) = \frac{(x-1)^3}{8} + \frac{(x-1)^2}{2}$$

② اگر $f\left(\frac{x+1}{x-2}\right) = x^2 - x + 2$ مطلوب است حاصل $f(4)$

$$\frac{x+1}{x-2} = 4 \Rightarrow 4x - 8 = x + 1 \Rightarrow 3x = 9 \rightarrow x = 3$$

یعنی برای محاسبه $f(4)$ باید داخل عبارت سمت راست تابع (۳) قرار دهیم

$$f(4) = 3^2 - 3 + 2 = 8$$

۲۵
 کدام است؟ $\frac{f \circ g(x)}{g \circ f(-1)}$

۳) اگر $f(x) = 2x + 3$ و $g(x) = x - 2$ مقولر

$$\frac{f \circ g(x)}{g \circ f(-1)} = \frac{f(g(x))}{g(f(-1))} = \frac{f(-2)}{g(1)} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$$

$$g(x) = x - 2 = -2$$

$$f(-1) = -2 + 3 = 1$$

۴) اگر $f(x) = x - 2$ و $g \circ f(x) = 3x + 1$ مطلوب است محاسبه $g(x)$

$$g(f(x)) = 3x + 1$$

$$g(x - 2) = 3x + 1 \Rightarrow x - 2 = t \Rightarrow x = t + 2$$

$$g(t) = 3(t + 2) + 1 \Rightarrow g(t) = 3t + 7 \Rightarrow g(x) = 3x + 7$$

۵) اگر $f(x) = \frac{3-x}{2}$ و $g(x) = 2x + 1$ مطلوب است محاسبه $f(x)$

$$g(f(x)) = \frac{3-x}{2} \Rightarrow 2f(x) + 1 = \frac{3-x}{2}$$

$$\Rightarrow 2f(x) = \frac{3-x}{2} - 1 \Rightarrow 2f(x) = \frac{3-x-2}{2}$$

$$2f(x) = \frac{-x+1}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{-x+1}{2}$$

نکات تابع جزء صحیح

$$① \quad n \leq x < n+1 \Rightarrow [x] = n$$

$$② \quad [x+n] = [x] + n$$

الر $n \in \mathbb{Z}$

$$③ \quad [nx] \geq n[x] \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$④ \quad [x] = [y] = n \Rightarrow \left[\frac{x+y}{2} \right] = n$$

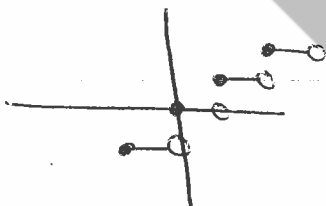
$$⑤ \quad \underbrace{[x + [n + [n + \dots]]]}_{n \text{ times}} = n[x]$$

$$⑥ \quad x > y \Rightarrow [x] \geq [y]$$

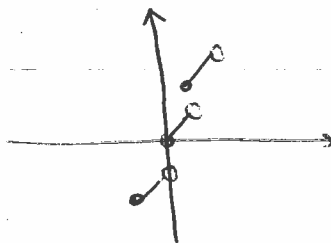
$$⑦ \quad [x] + [-x] = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$⑧ \quad 0 \leq x - [x] < 1 \Rightarrow [x - [x]] = 0$$

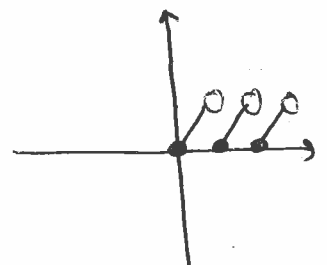
$$⑨ \quad [x] + [x + \frac{1}{n}] + [x + \frac{2}{n}] + \dots + [x + \frac{n-1}{n}] = [nx]$$



$$y = [x]$$



$$y = x + [x]$$



$$y = x - [x]$$

توابع یکنوا :

① تابع f را بر بازه I صعودی گوئیم هرگاه

$$\forall x_1, x_2 \in I \quad x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$$

② تابع f را بر بازه I نزولی گوئیم هرگاه

$$\forall x_1, x_2 \in I \quad x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$$

توابع اکید :

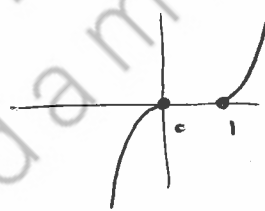
$$\forall x_1, x_2 \in I \quad x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

صعودی اکید

$$\forall x_1, x_2 \in I \quad x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$$

نزولی اکید

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 0 \\ x^2 - 1 & x \geq 1 \end{cases}$$



تابع صعودی است ولی اکیدا صعودی نیست.

تابع یک به یک : تابعی یک به یک است که برای هر خط افقی روی نمودار آن رسم کنیم آن را فقط در یک نقطه قطع کند.

از لحاظ زوج مرتب تابعی یک به یک است که مؤلفه دوم برابر خواسته باشند.

نکته: توابع هموارکننده $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ و توابع نیکوای الیید (الکید سوری - الکید نرولی)

یکدیگر هستند.

(تابع وارون)

برای بدست آوردن معکوس تابع زوج مرتبی کافی است جای متغیر اول و دوم آن را عوض کنیم.

$$f = \{(1,2), (2,4)\} \Rightarrow f^{-1} = \{(2,1), (4,2)\}$$

نکته: اگر نقطه (a, b) روی تابع f باشد \Leftrightarrow نقطه (b, a) روی تابع معکوس صدق می کند.

$$\begin{cases} D_f = R_{f^{-1}} \\ R_f = D_{f^{-1}} \end{cases} \quad (*)$$

دامنه تابع f = بردار تابع معکوس
 بردار تابع f = دامنه تابع معکوس

(*) برای بدست آوردن ضابطه تابع وارون یک تابع خطی غیر ثابت مانند f ، ابتدا x را در سمت چپ داریم و تعبیر عبارات را بر حسب دیدر انتقال می دهیم سپس اگر x ، توان یا ضرب داشته

آن را ازین می بريم. حال اگر x بدون توان و ضرب باشد جای y و x را عوض می کنیم.

در انتها $y = f^{-1}(x)$ قرار می دهیم.

مثال $f(x) = 3x^3 + 5 \Rightarrow y = 3x^3 + 5 \Rightarrow 3x^3 = y - 5$

$$\Rightarrow x^3 = \frac{y-5}{3} \xrightarrow{\sqrt[3]{\quad}} \sqrt[3]{x^3} = \sqrt[3]{\frac{y-5}{3}} \Rightarrow x = \sqrt[3]{\frac{y-5}{3}}$$

$$\rightarrow y = \sqrt[3]{\frac{x-5}{3}} \rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt[3]{\frac{x-5}{3}}$$

$$y = \frac{2x+1}{3x-2} \Rightarrow 3xy - 2y = 2x + 1 \Rightarrow 3xy - 2x = 1 + 2y$$

$$x(3y-2) = 1+2y \Rightarrow x = \frac{1+2y}{3y-2} \quad \begin{matrix} x \rightarrow f^{-1} \\ y \rightarrow x \end{matrix}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1+2x}{3x-2}$$

نکته مهم: به طور کلی در تابع هموار کنید
 تابع f و f^{-1} با هم برابرند.

اگر $a+d=0$ باشد متبادله می

$$y = \frac{ax+b}{cx+d}$$

تابع f و f^{-1} با هم برابرند.

$$\begin{cases} f^{-1} \circ f(x) = x \\ f \circ f^{-1}(x) = x \end{cases}$$

⊛ ترکیب هر تابع با معکوسش یک تابع هموار است.

* نمودار تابع f و f^{-1} نسبت به خط $y=x$ متقوسه میگردند *

⊛ برای بدست آوردن ضابطه معکوس یک تابع چند ضابطه ای ابتدا باید معکوس تک ضابطه ها را بدست آوریم و سپس جای دامنه تابع بردار آن را قرار دهیم

مثال) اگر $f(x) = 2x + \sqrt{x}$ مطلوب است $f^{-1}(10)$

تابع f و تابع معکوس $x = f^{-1}(10)$

یعنی این که معکوس تابع f محاسبه کنیم و ببینیم $x=10$ قرار دهیم

تابع f را مساوی 10 قرار می دهیم

$$2x + \sqrt{x} = 10 \Rightarrow \sqrt{x} = 10 - 2x \xrightarrow{\text{توان ۲}} x = 100 - 40x + 4x^2$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 40x + 100 = 0 \Rightarrow \Delta = 16 \rightarrow \frac{41 \pm 4}{8} \Rightarrow \begin{matrix} x = 4 \\ x = 5 \end{matrix}$$

سؤال: برآیند تابع معکوس

$$y = 2x + \sqrt{x-1} \quad \text{راجست آورید}$$

$$R_{f^{-1}} = D_f \Rightarrow x-1 > 0 \rightarrow x > 1$$

$$R_{f^{-1}} = D_f = [1, +\infty)$$

سؤال: معکوس تابع $f(x) = \begin{cases} 2x-2 & x < 1 \\ x^2 & x > 1 \end{cases}$ کدام است؟

$$y = 2x - 2 \Rightarrow x = \frac{y+2}{2} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+2}{2}$$

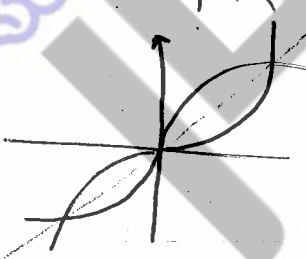
$$f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x+2}{2} & x < 1 \\ \sqrt{x} & x > 1 \end{cases}$$

$$y = x^2 \rightarrow \sqrt{y} = x \\ f^{-1}(x) = \sqrt{x}$$

سؤال: حاصل $f \circ f^{-1}(3) = ?$ $f(x) = x^3 + x$ (سؤال)

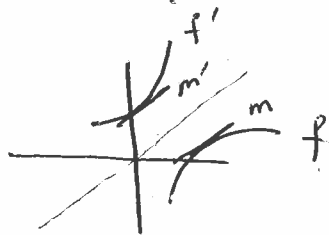
$$f \circ f^{-1}(x) = x \Rightarrow f \circ f^{-1}(3) = 3$$

سؤال: نمودار معکوس تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & x > 0 \\ x^3 & x \leq 0 \end{cases}$ برگزیده شکل است؟ (سؤال)



⊛ بطور کلی نمی توان نتیجه گرفت که تمام نقاط برخورد دو منحنی f و f^{-1} روی خط $y=x$ قرار دارد ولی می توان گفت که ریشه های دستگاه $f \circ f^{-1}(x) = x$ محل برخورد دو منحنی f و f^{-1} می باشند.

ضریب زاویه خط مماس در نقطه A بر تابع f^{-1} برابر است با عکس ضریب زاویه خط مماس در نقطه A بر تابع f .



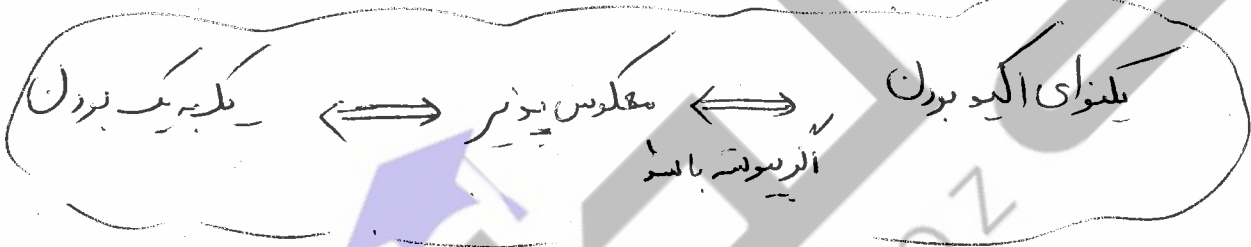
$$m' = \frac{1}{m}$$

هرگاه f بیرونته باشد f^{-1} نیز بیرونته است.

اگر f و f^{-1} معکوس یکنفر باشند

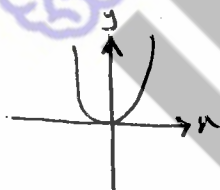
$$(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$$

شرط لازم و کافی برای معکوس یکنفر یک تابع یک به یک بودن آن است.

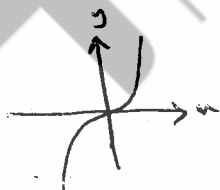


اگر دو نقطه $A(a, b)$ و $A'(b, a)$ نقاط متناظر در تابع f باشند فاصله این دو نقطه از هم برابر است با

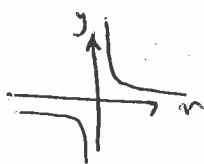
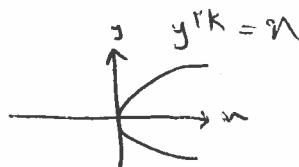
$$|AA'| = \sqrt{2} |a - b|$$



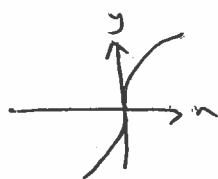
$$y = x^{2k}$$



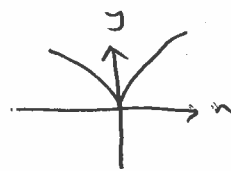
$$y = x^{2k+1}$$



$$y = \frac{A}{x} \quad (A > 0)$$



$$y = \sqrt{x}$$



$$y = \sqrt{x^2}$$

$f(x) = \{(1,2)(2,5)(3,4)(4,4)\}$ آرد
 $g(y) = \{(2,3)(4,2)(5,4)(3,1)\}$ تابع

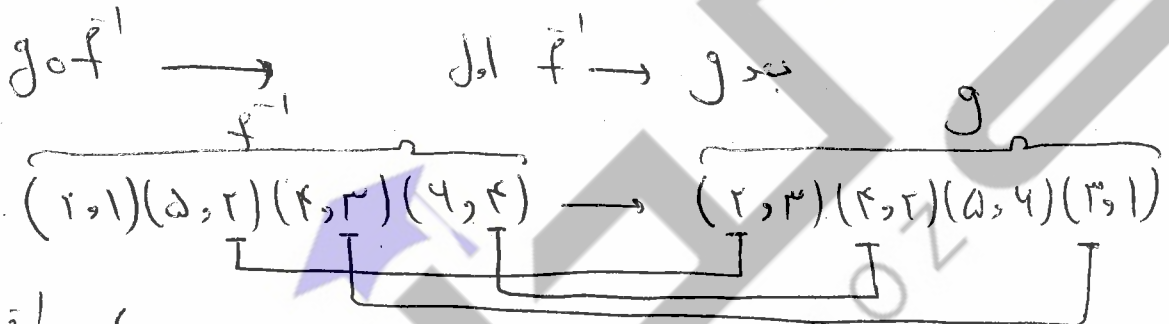
$\frac{g}{g \circ f^{-1}}$

$\{(4,2)(5,2)\} \mid \{(4,2)(5,2)\} \checkmark$

کدام است؟

$\{(3,5)(2,2)\} \mid \{(5,2)(2,2)\}$

$f^{-1} = \{(2,1)(5,2)(4,2)(4,4)\}$



$g \circ f^{-1} = \{(5,3)(4,1)(4,2)\}$

$\frac{g}{g \circ f^{-1}} = (4, \frac{2}{1})(5, \frac{4}{2}) = \{(4,2)(5,2)\} \checkmark$

$f = \{(1,2)(2,5)(3,4)(4,4)\}$ آرد و $g = \{(2,3)(4,2)(5,4)(3,1)\}$ تابع

$\{(2,3)\} \mid \{(1,4)\}$

تابع $f - (f \circ g)$ کدام است؟

$\{(2,1)\} \mid \{(3,4)\}$

اول f جدول

$g^{-1} = \{(3,2)(2,4)(4,5)(1,3)\}$

$\{(1,2)(2,5)(3,4)(4,4)\} \rightarrow \{(3,2)(2,4)(4,5)(1,3)\} \Rightarrow \{(1,4)(4,5)\}$

$$\{ (1, 4) (4, 5) \} - \{ (1, 2) (2, 3) (3, 4) (4, 5) \}$$

$$= \{ (1, 4-2) (4, 5-4) \} = \{ (1, 2) (4, 1) \} \rightarrow R_f = \{ 2, -1 \}$$

منودرتابع $y = -x^2 + 2x + 5$ را ۳ واحد به طرفن آهاسبت^ی ، سپس ۲ واحد به طرفن
 لهای منفی انتقال می دهیم منودرتابع جدید در کدام بازه ، بالای اینست^{ربع اول است} ؟

(۲, ۵)	(۳, ۴)	$f(x) > x$
(۲, ۴)	(۳, ۵)	

$$f(x) = -x^2 + 2x + 5 \Rightarrow -x^2 + 2x + 1 - 1 + 5$$

$$\frac{b^2}{4a} = \frac{2^2}{4} = 1$$

$$f(x) = -(x-1)^2 + 4 \xrightarrow[\text{۳ واحد به طرفن مثبت}]{x \rightarrow x-3} -(x-3-1)^2 + 4$$

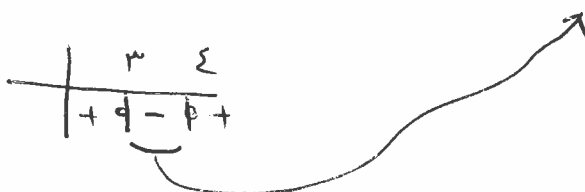
$$= -(x-4)^2 + 4 \xrightarrow[\text{۲ واحد به طرفن مثبت}]{-2} -(x-4)^2 + 2$$

$$f(x) = -(x-4)^2 + 2 \Rightarrow f(x) = -(x-4)^2 + 4$$

$$f(x) > x \Rightarrow -(x-4)^2 + 4 > x$$

$$-(x^2 - 8x + 16) + 4 > x \Rightarrow -x^2 + 8x - 12 + 4 > x$$

$$x^2 - 7x + 12 < 0 \Rightarrow (x-4)(x-3) < 0 \Rightarrow \boxed{3 < x < 4}$$



منوار تابع $y = x^2 - x - 3$ را ۳ واحد بر طرف راستی و ۱ واحد بر طرف راستی

انتقال می دهیم منوار جدید، در کدام بازه زیر محور x می باشد؟

$(-5, 3)$	$(-5, 2)$ ✓
$(-2, 5)$	$(-2, 3)$

$f(x) < 0$

$y = 0$ محور x ؟

$y = x^2 - x - 3 \Rightarrow y = x^2 - x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} - 3$

$\frac{b^2}{4} = \frac{(-1)^2}{4} = \frac{1}{4}$

$y = (x - \frac{1}{2})^2 - \frac{13}{4}$ $\xrightarrow{x \rightarrow x+2}$
 $y \rightarrow y-9$

$y = (x+2 - \frac{1}{2})^2 - \frac{13}{4} - 9$

$y = (x + \frac{3}{2})^2 - \frac{49}{4} < 0 \Rightarrow (x + \frac{3}{2})^2 < \frac{49}{4} \Rightarrow$

$(x^2 < a \rightarrow -\sqrt{a} < x < \sqrt{a})$

$-\frac{\sqrt{49}}{2} < x + \frac{3}{2} < \frac{\sqrt{49}}{2}$
 $-\frac{7}{2} < x + \frac{3}{2} < \frac{7}{2}$

$-5 < x < 2$

$y = x^2 - x - 3 \xrightarrow{+9}$
 $\xleftarrow{-2}$

روش دوم

$y = (x+2)^2 - (x+2) - 3 - 9 \Rightarrow y = x^2 + 4x + 4 - x - 2 - 12$

$y = x^2 + 3x - 10 < 0 \Rightarrow (x-2)(x+5) < 0$

	-5	2
	+	-
	-	+

مجموع جواب‌های معادله

کدام است؟ $|2x-1| + |x+2| = 3$

$$\begin{array}{c|c} \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} \\ \hline \frac{2}{3} & 1 \end{array}$$

چون مجموع جواب‌ها خواسته شده باید بازه‌ها مختلف معادله را حل کنیم

$2x-1=0 \rightarrow x=\frac{1}{2}$

$x+2=0 \rightarrow x=-2$

$x < -2 \Rightarrow |2x-1| + |x+2| = 3 \Rightarrow -2x+1-x-2=3 \Rightarrow$

$-3x-1=3 \Rightarrow -3x=4 \Rightarrow x=-\frac{4}{3}$ ~~$x < -2$~~ غلط

$-2 < x < \frac{1}{2} \Rightarrow |2x-1| + |x+2| = 3 \Rightarrow -2x+1+x+2=3$

$\Rightarrow -x+3=3 \Rightarrow x=0$ ✓ $-2 < x < \frac{1}{2}$ چون

$x > \frac{1}{2} \Rightarrow |2x-1| + |x+2| = 3 \Rightarrow 2x-1+x+2=3 \Rightarrow$

$3x+1=3 \Rightarrow 3x=2 \Rightarrow x=\frac{2}{3}$ ✓ $0 + \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$

$3y-2x=4$ نسبت به خط $y=x$ خط d

تجزیه ۹۷: گزینه خط به معادله

می‌نامیم عرض از مبدأ خط d کدام است؟

$$\begin{array}{c|c} 2 & 4 \\ \hline -2 & -1 \end{array}$$

گزینه نسبت به خط $y=x$ مقدس تابع

$3y-2x=4$

$2x=3y-4 \rightarrow x=\frac{3y-4}{2} \Rightarrow x=\frac{3}{2}y-2$

$f(x) = \frac{3}{2}x - 2$

$y = ax + b$
 ↓
 نسبت
 عرض از مبدأ

آلہ $f(2x-3) = 4x^2 - 14x + 13$ ضابطہ $f(x)$ برابر کدو است؟

$$\begin{array}{c|c} x^2 - 2x - 1 & x^2 - x + 3 \\ \hline x^2 - x + 1 & x^2 - 2x + 1 \end{array}$$

$$2x - 3 = t \Rightarrow x = \frac{t+3}{2}$$

$$f(2x-3) = 4x^2 - 14x + 13 \xrightarrow{x = \frac{t+3}{2}}$$

$$f(t) = 4\left(\frac{t+3}{2}\right)^2 - 14\left(\frac{t+3}{2}\right) + 13$$

$$f(t) = 4 \times \frac{t^2 + 6t + 9}{4} - 7(t+3) + 13$$

$$f(t) = t^2 + 6t + 9 - 7t - 21 + 13$$

$$f(t) = t^2 - t + 1 \rightarrow x^2 - x + 1$$

روش نسبی

$$x=0 \Rightarrow 2x-3 = -3$$

$$f(-3) =$$

$$4(\cdot)^2 - 14(\cdot) + 13$$

$$f(-3) = 13$$

$$f(-3) = 13$$

دو شمار کہ

صحیح است

$$\checkmark x^2 - x + 1 \xrightarrow{x = -3}$$

$$f(-3) = 13$$

الدر $f(x) = x^2 - 2x - 3$ $x > 1$ باسے نمودارها دو تابع f^{-1} و $g(x) = \frac{x-9}{2}$

$$\begin{array}{r|l} 15 & 12 \\ \hline 21 & 18 \end{array}$$

با کدام طول متقاطع هستند؟

$$f(x) = x^2 - 2x - 3 \xrightarrow{\frac{b^2}{4} = \frac{(-2)^2}{4} = 1}$$

$$y = \underbrace{x^2 - 2x + 1}_{(x-1)^2} - 1 - 3 \Rightarrow y = (x-1)^2 - 4 \Rightarrow$$

$$y + 4 = (x-1)^2 \Rightarrow \sqrt{y+4} = |x-1| \xrightarrow{x > 1} x-1 = \sqrt{y+4}$$

$$x-1 = \sqrt{y+4} \Rightarrow x = \sqrt{y+4} + 1 \xrightarrow{x \leftrightarrow y}$$

$$y = \sqrt{x+4} + 1$$

شرط تقاطع $y_1 = y_2$

$$\Rightarrow \sqrt{x+4} + 1 = \frac{x-9}{2} \xrightarrow{\times 2} 2\sqrt{x+4} + 2 = x-9$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{x+4} = x-11 \xrightarrow{\text{مربع کردن}} 4x+16 = x^2 - 22x + 121$$

$$x^2 - 26x + 105 = 0$$

$$(x-21)(x-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=5 \\ x=21 \end{cases}$$

الدر $(g \circ f^{-1})(x)$ کا اسی

الدر $f(x) = \frac{2}{5}x - 2$ و $g(x) = x^2 + x$ معوار

$$\begin{array}{r|l} 2 & 15 \\ \hline 3 & 15 \end{array}$$

$$(g \circ f^{-1})^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$$

$$(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1} \Rightarrow f \circ g(x) = \frac{2}{5}(x^2 + x) - 2$$

$$(f \circ g)^{-1}(1) = ?$$

می‌دانیم که x در تابع معکوس معادل x در خود تابع f است لذا

$$(f \circ g)^{-1}(\lambda) \Rightarrow \boxed{f \circ g(x) = \lambda}$$

$$\frac{2}{5}(x^3 + x) - 3 = \lambda \Rightarrow$$

$$\frac{2}{5}(x^3 + x) = \lambda + 3 \Rightarrow x^3 + x = \frac{12}{2} = 6$$

$$x^3 + x = 6$$

تست کردنها

$$x = 3 \rightarrow 3^3 + 3 = 27 + 3 = 30$$

$f/g(x)$ تابع $g(x) = |x+1|+1$ و $f(x) = x+|x|$

رابطی ۹۷

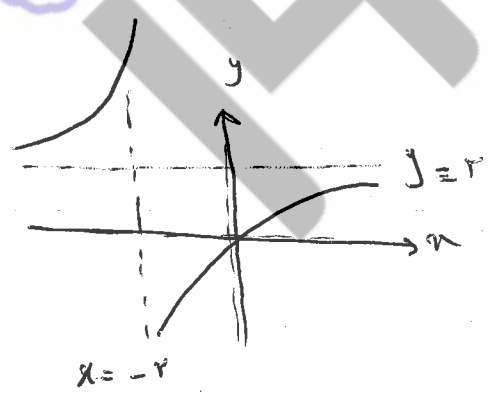
$$\begin{array}{c|c} [0, +\infty) & [0, 1) \\ \hline [1, +\infty) & [0, 2) \end{array}$$

$$\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x + |x|}{|x+1| + 1}$$

$x=0$
 $x=-1$

$$\begin{cases} x < -1 \Rightarrow \frac{x-x}{-x-1+1} = 0 \\ -1 \leq x \leq 0 \Rightarrow \frac{x-x}{x+1+1} = 0 \\ x > 0 \Rightarrow \frac{2x}{x+2} \end{cases}$$

تابع همواره



برای $x > 0$ با شرط $(0, 2)$ همواره

و احتیاج آن با ضمیمه بالایی می‌شود $[0, 2)$

درازاہ ای کہ تابع باضابطہ $f(x) = |x-2| + |x-3|$ کیڈا نزلو ایست نمودار ان با نمودار تابع

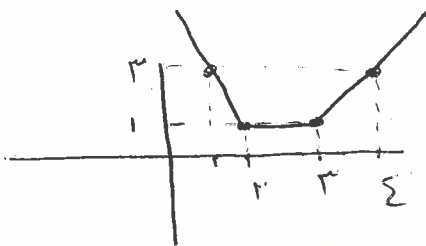
① / ۳ ناقص نقطہ مشترک

$g(x) = 2x^2 - x - 1$ در چند نقطہ مشترک هستند؟

$y = |x-2| + |x-3|$

$x=2$ $x=3$

x	1	2	3	4
y	3	1	1	3



الڈا نزلو $x \leq 2$

$f(x) = |x-2| + |x-3|$ $\xrightarrow{x \leq 2}$ $y = -x + 2 - x + 3$
 $y = -2x + 5$

$-2x + 5 = 2x^2 - x - 1$

$2x^2 + x - 15 = 0$

$\Delta = 121$

$\left\{ \frac{-1 \pm 11}{4} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 2.5 \times \\ -3 \checkmark \end{matrix} \right.$

$g(x) = \frac{x}{x-1}$

$f = \{ (2,5), (4,3), (3,7), (4,1), (1,9) \}$

تجربہ ۹۶ - دو تابع

مفروض اندہ الر $f^{-1}(g(2a)) = 4$ باسد ا کد ام ایست؟

$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{5}{2}$	$\frac{2}{2}$

$f^{-1} = \{ (5,2), (3,4), (7,3), (1,4), (9,1) \}$

$f^{-1}(g(2a)) = 4$

یعنی بجای x تابع f^{-1} $g(2a)$ قرار دیندہ وال نزلد

سرتی کہ جواب $y = 4$ درر

$g(2a) = \frac{2a}{2a-1} \Rightarrow$

$\frac{2a}{2a-1} = 2 \Rightarrow 4a - 2 = 2a \Rightarrow a = \frac{3}{2}$

$g \circ f(x) = f \circ g(x)$

آلر $f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$ و $g(x) = x+5$ باشد جواب معادله

$1, -7$	$(-1, -7)$
$1, 7$	$-1, 7$

کدام است؟

$g \circ f(x) = \frac{2x-1}{x+2} + 5 \rightarrow \frac{2x-1+5x+10}{x+2} = \frac{4x+9}{x+2}$

$f \circ g(x) = \frac{2(x+5)-1}{x+2+5} \rightarrow \frac{2x+10-1}{x+7} = \frac{2x+9}{x+7}$

$\frac{4x+9}{x+2} = \frac{2x+9}{x+7}$ در عرض و مخرج

$4x^2 + 4x + 9x + 18 = 2x^2 + 14x + 9x + 63$
 $2x^2 + 4x + 27 = 2x^2 + 23x + 63$

$4x^2 + 4x + 18 = 2x^2 + 23x + 63 \xrightarrow{-2x^2}$ $2x^2 + 4x + 18 = 23x + 63$

$(x+1)(x+7) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -7 \end{cases}$

روشن ردیم: بعد از بررسی آدرس $f \circ g$ و $g \circ f$ با استفاده از گزینه (عددگذاری انجام می‌دهیم)

آلر $[x-2]=1$ باشد نمودارهای تابع $f(x) = |x-3| - |x-5|$

و $g(x) = 2x^2 + x + 17$ در چند نقطه مشترک هستند؟

2	1
3	3

نقطه تقاطع مشترک

$[x-2]=1 \Rightarrow 1 < x-2 < 2 \Rightarrow 3 < x < 4$

$y = |x-3| - |x-5| = x-3 + x-5 = 2x-8$

شده تقاطع $y_1 = y_2 \Rightarrow 2x^2 + x + 17 = 2x - 8 \Rightarrow 2x^2 - x + 25 = 0 \quad \Delta = 11$

نقاط تقاطع $\frac{1 \pm 3}{4} \Rightarrow \left\{ \begin{matrix} 1, 5 \\ -2 \end{matrix} \right\} \rightarrow 3 < x < 4$ هر دو خارج بازه هستند

الہ $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ و $g(x) = \frac{2x+2}{2-x}$ باسے ضابطہ مانع $g(f(x)) = ?$

$$\frac{x+1}{2x} \mid \frac{x-1}{x}$$

$$g(f(x)) = \frac{2\left(\frac{2x-1}{x+1}\right) + 2}{2 - \frac{2x-1}{x+1}}$$

$$= \frac{\frac{4x-2+2x+2}{x+1}}{\frac{2x+2-2x+1}{x+1}} = \frac{4x}{2x+1}$$

$$= \frac{4x}{x+1} \times \frac{x+1}{2} = 2x$$

مجموعہ جواب نامعادله $3 < \frac{3x+1}{x-3} < -1$ بہ کدوم صورت است؟

$$\frac{x < 3}{\frac{1}{2} < x < 3} \mid \left(x < \frac{1}{2}\right) \mid -\frac{1}{2} < x < 3$$

روشن نتسی

داخل سہ لڑنے شرط $x < 3$ تکرار دارد لہذا $x = 2$

نامعادله را نسبت می کنیم اگر جواب نداد یعنی ۳ لڑنے غلط هستند

$$x = 2 \Rightarrow -1 < \frac{3(2)+1}{2-3} < 3 \Rightarrow -1 < -5 < 3$$

غلطه

لہذا لڑنے اول ✓

روشن تشریحی

$$-1 < \frac{3x+1}{x-3} < 3 \Rightarrow -2 < \frac{3x+1}{x-3} - 1 < 2 \Rightarrow -2 < \frac{2x+4}{x-3} < 2$$

$$\Rightarrow \left| \frac{2x+4}{x-3} \right| < 2 \Rightarrow |2x+4| < 2|x-3| \Rightarrow x|x+2| < x|x-3|$$

$$x^2 + 4x + 4 < x^2 - 4x + 4 \Rightarrow 10x < 0 \Rightarrow x < \frac{1}{2}$$

تجزیه ۹۶

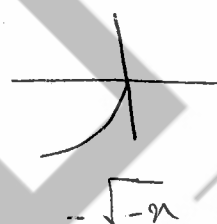
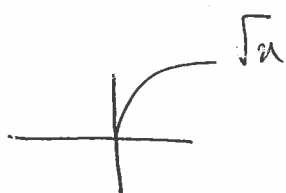
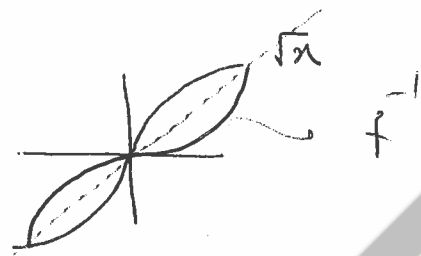
ف(خ) کلاً است؟

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & x < 0 \end{cases}$$

مابطه وارون تابع

$$\begin{array}{c|c} x & -x^2 \\ \hline -x & x \end{array} \quad \begin{array}{c|c} -x^2 & x \\ \hline x & -x \end{array}$$

روش اول تریس



روش تریس

$$x \geq 0 \Rightarrow y = \sqrt{x} \Rightarrow x = y^2 \Rightarrow f^{-1}(y) = y^2$$

$$x < 0 \Rightarrow y = -\sqrt{-x} \Rightarrow x = -y^2 \Rightarrow f^{-1}(y) = -y^2$$

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -x^2 & x < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases} = x|x|$$

تعریف تابع عددی

تجربہ ۹۶ خ ال $f(x) = \frac{2x+3}{2-x}$ و $g(x) = \frac{1-3x}{x+2}$ تابع تابع $g(f(x))$ $\frac{3}{2}$

کدام است؟

$-x$	x
$x+1$	$(-x-1)$

$$g(f(x)) \Rightarrow \frac{1 - 3\left(\frac{2x+3}{2-x}\right)}{\frac{2x+3}{2-x} + 2} = \frac{2-x-4x-9}{2-x} = \frac{-3x-7}{2-x}$$

$$= \frac{-3x-7}{2-x} \times \frac{2-x}{\sqrt{2-x}} = \frac{\sqrt{-3x-7}}{\sqrt{2-x}} = -x-1$$

تجربہ ۹۶ خ دو تابع $g(x) = \sqrt{5x+9}$, $f = \{(5,2), (7,3), (1,4), (3,4), (9,1)\}$

3	2
$\sqrt{4}$	

$(f \circ g^{-1})(a) = 8$ کدام است؟

مفروض اند ال

ع رانیم $(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1} \Rightarrow (f \circ g)^{-1}(a) = 8 \rightarrow [9, 8]$

$[8, 9]$ یعنی تابع $f \circ g$ را 8 قرار دهیم جواب a کی شود

$$f \circ g(x) = a \Rightarrow f(g(x)) = a \Rightarrow f(\sqrt{5x+9}) = a \Rightarrow f(3) = a \Rightarrow$$

$$g(x) = \sqrt{5x+9} = \sqrt{49} = 7 \quad \boxed{a=3} \checkmark$$

تجربہ ۹۶ خ منو در تابع $f(x) = \frac{x+2}{x-2}$ $R = \{2\}$ منو در وارون خود

را با کدام طول قطع کند؟

$-1, 2$	$-1, -2$
$1, 2$	$1, -2$

$$y = \frac{x+\xi}{x-2} \Rightarrow xy - 2y = x + \xi \Rightarrow xy - x = \xi + 2y$$

$$x(y-1) = \xi + 2y \Rightarrow x = \frac{\xi + 2y}{y-1} \Rightarrow$$

$$f^{-1}(x) = \frac{\xi + 2x}{x-1} \Rightarrow f(x) = f^{-1}(x) \Rightarrow$$

$$\frac{\xi + 2x}{x-1} = \frac{x+\xi}{x-2} \Rightarrow$$

مخازان از یک کردن
لذیبه ما استاده کرد

$$\cancel{x-1} + 2x^2 - \cancel{2x} = x^2 + 2x - \xi$$

$$x^2 - 2x - \xi = 0 \rightarrow (x-3)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \xi \\ x = -1 \end{cases}$$

تجربې ۹۶ خ عبارت
مقادیر x در دام بازه است!

عدد حقیقی است مجموعه

$$\sqrt{\frac{2}{x^2} - \frac{a}{x}} + \sqrt{2x - x^2}$$

$$\begin{array}{c|c} [-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}] & [\frac{2}{3}, 2] \times \\ \hline [-\frac{2}{3}, 0) \cup (0, \frac{2}{3}] & [-\frac{2}{3}, 0) \cup (0, 2] \times \end{array}$$

راه اول چک کردن لذیبه

$$x=2 \rightarrow \sqrt{\frac{2}{\xi} - \frac{a}{2}} = \sqrt{-a} \quad \times$$

$$x=0 \rightarrow \sqrt{-\frac{a}{2}} \quad \times$$

$$x=1 \rightarrow \sqrt{-2/a} \quad \times$$

روش لذیبه

$$\rightarrow \frac{2}{x^2} - \frac{a}{x} \geq 0 \quad \frac{2 - ax}{x^2} \geq 0$$

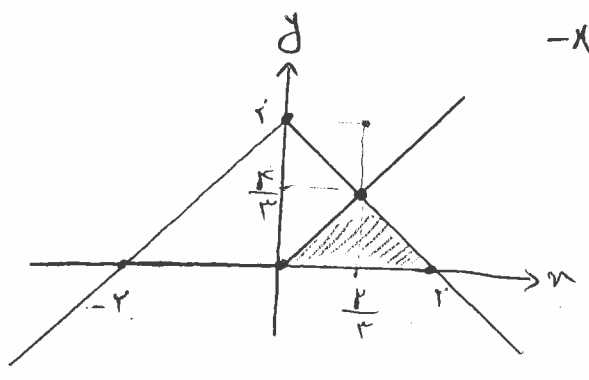
$$2 - ax \geq 0 \rightarrow ax \leq 2 \rightarrow x \leq \frac{2}{a} \Rightarrow \left(-\frac{2}{3} \leq x \leq \frac{2}{3} \right)$$

$$\neq 0 \rightarrow 2x^2 \neq 0 \rightarrow (x \neq 0)$$

تجزیه ۹۵ مساحت نامیه محدود به نمودارهای تابع $y = x + |x|$ و $y = 2 - |x|$

کدام است؟ $\frac{y}{x} \mid \frac{2}{3}$ $\frac{x}{y} \mid \frac{3}{2}$

$$y = x + |x| \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \rightarrow y = 2x \\ x < 0 \rightarrow y = 0 \end{cases}$$



$$\begin{aligned} -x + 2 &= 2x \\ 3x &= 2 \\ x &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$S_{\text{کامل}} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$$

از سگن ، که ما شده راکم می کنیم .

$$2 - \left(\frac{1}{2} \times 2 \times \frac{2}{3} \right) = \frac{4}{3}$$

تجزیه ۹۵ مجموعه جواب نامعادله $\left| \frac{2-x}{2x-3} \right| > 1$ بصورت کدام بازه ها است؟

- $(1, \frac{5}{3})$ | $(1, \frac{3}{2})$
- $(\frac{5}{3}, 2)$ | $(\frac{2}{3}, \frac{5}{3})$

$$\frac{|2-x|}{|2x-3|} > 1 \Rightarrow$$

$$|2x-3| < |2-x| \xrightarrow{\text{در دو طرف توان دوم}}$$

$$4x^2 - 12x + 9 < 4 + x^2 - 4x$$

$$3x^2 - 8x + 5 < 0 \rightarrow \Delta = 4 \quad \frac{8 \pm 2}{4} = \begin{cases} \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \\ \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \end{cases}$$



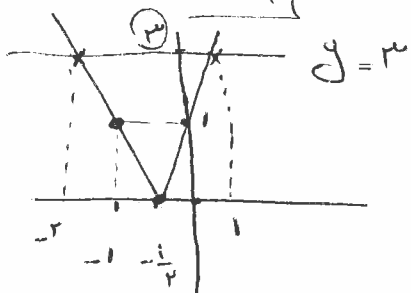
تجزیه ۹۵ اگر $f(x) = x^2 + x$ ، مساحت نامیه محدود به $g(x) = \sqrt{4x+1}$

نمودار تابع $g \circ f$ ، خط به معادله $y = 3$ کدام است؟ $\frac{x}{2} \mid \frac{3}{4.5}$

$$g \circ f(x) = \sqrt{4(x^2 + x) + 1} = \sqrt{4x^2 + 4x + 1} = \sqrt{(2x+1)^2} = |2x+1|$$

$$y = |2x+1|$$

$$x = -\frac{1}{2}$$



x	-1	$-\frac{1}{2}$	0
y	1	0	1

$$|2x+1| = 3$$

$$\Rightarrow 2x+1 = 3 \rightarrow 2x = 2 \rightarrow x = 1$$

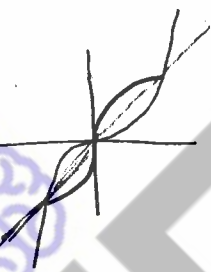
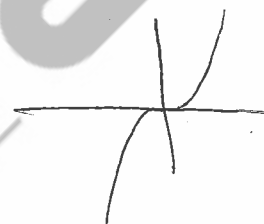
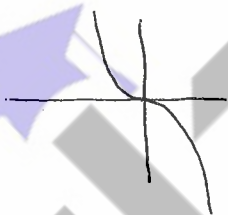
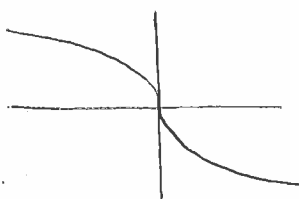
$$2x+1 = -3 \rightarrow 2x = -4 \rightarrow x = -2$$

$$S = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = 4,5$$

کدام است؟ $y = f'(x)$

منوارهای $f(x) = x|x|$

تجربى ده: $\frac{1}{2}$



$$y = x|x|$$

$$y = |x| - x$$

$$y = 2 - \frac{2}{3}x$$

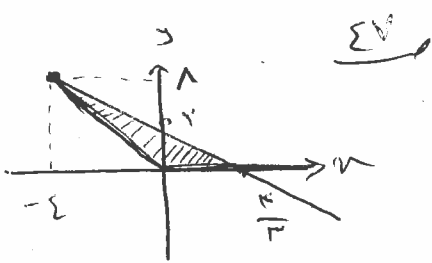
$$x > 0 \rightarrow \begin{cases} y = x - x = 0 \\ y = -x - x = -2x \end{cases}$$

$$-2x = 2 - \frac{2}{3}x \Rightarrow -2x + \frac{2}{3}x = 2 \Rightarrow x = -3$$

4	3
$\frac{1}{3}$	$\frac{14}{3}$

کدام است؟

تجربى ده: مساحت ناحیه محدود به منوارهای $\frac{2}{3}$



$$y = 2 - \frac{2}{3}x$$

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 1$$

$$S = \frac{2 \times \frac{2}{3}}{2} = \frac{4}{3}$$

تجربی خ ۹۵

مجموعه جواب نامعادله

$$|x^2 + 1| > |x - 2| - |x + 1| \quad \text{بصورت کدام بازه است؟}$$

x	x
(-1, 1)	(-2, 1)
(1, 2)	(-1, 2)

هیت \oplus

$$x = 0 \rightarrow 0 + 1 - |-2| > |0 + 1|$$

$$1 - 2 > 1 \rightarrow -1 > 1$$

X

پس گزینه که $x = 0$ را شامل می شود غلط است.

روش دوم

$$2x + 1 - |x - 2| > x^2 + 1$$

$$\begin{cases} x \geq 2 \\ x < 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + 1 - x + 2 > x^2 + 1 \\ 2x + 1 - x - 2 > x^2 + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - x - 2 < 0 \\ x^2 - x - 2 < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (x - 2)(x + 1) < 0$$

$$\frac{-1 \quad 2}{| \quad + \quad | \quad - \quad | \quad +}$$

مجموعه جواب غلط چون $x > 2$ باید باشد

$$x \in \emptyset$$

~~$$2x + 1 + x - 2 > x^2 + 1$$~~

$$x^2 - 3x + 2 < 0 \Rightarrow (x - 1)(x - 2) < 0$$

$$\frac{1 \quad 2}{| \quad + \quad | \quad - \quad | \quad +}$$

✓ چون باشه $x < 2$ فقط داره

تجربی ۹۵ خ

الر $g(x) = 2x + 1$

$$f \circ g(x) = 18x^2 + 4x + 5$$

تابع $f(x)$ برابر کدام است؟

$$\begin{array}{r|l} 2x^2 - 2x + 3 & 2x^2 + 2x + 1 \\ \hline 2x^2 + x + 3 & \boxed{2x^2 - x + 2} \end{array}$$

$$f \circ g(x) = f(g(x)) = f(2x + 1) = 18x^2 + 7x + 5$$

$$x=0 \rightarrow 2x+1 \Rightarrow \textcircled{1}$$

$$\downarrow$$

$$f(1) = 18(0)^2 + 7(0) + 5$$

$f(1) = 5$ ← گزینه‌ای صحیح است که $x=1 \Rightarrow y=5$

روش در $f(2x+1) = 18x^2 + 7x + 5$

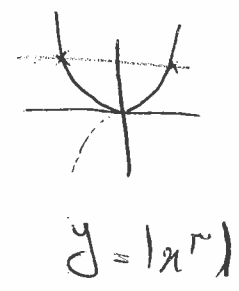
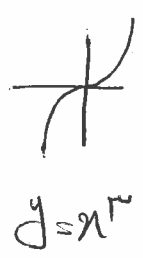
$$2x+1 = t \Rightarrow x = \frac{t-1}{2} \Rightarrow f(t) = 18\left(\frac{t-1}{2}\right)^2 + 7\left(\frac{t-1}{2}\right) + 5$$

$$\begin{aligned} f(t) &= 2(t^2 - 2t + 1) + 3(t-1) + 5 \\ &= 2t^2 - 2t + 2 + 3t - 3 + 5 \\ &= 2t^2 - t + 4 = \boxed{2x^2 - x + 2} \end{aligned}$$

تجربی ۹۵ خ : تابع یابنده $f(x) = |x^3|$ با دامنه R چگونه است؟

x فردی | x زوجی
 ✓ وارون ناپذیر | یک بر یک x

تابعی که یک بر یک نیست و وارون پذیر هم نیست



تابع $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ در \mathbb{R} وارون پذیر و مستقیم پذیر است. اگر

$$\begin{array}{c|c} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \hline \frac{3}{2} & \frac{3}{2} \end{array}$$

باشد $(f^{-1})'(a) = ?$ کدام است؟

$$A \mid \omega \in f^{-1} \Rightarrow A \mid \omega \in f \Rightarrow f'(\omega) = \sqrt{1 + 3 \frac{f(\omega)}{\omega}} = 4$$

$$f'(\omega) = 4 \Rightarrow (f^{-1})'(\omega) = \frac{1}{f'(\omega)} = \frac{1}{4}$$

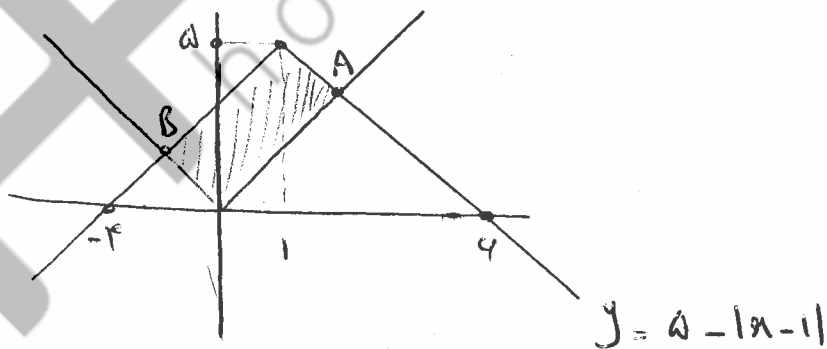
مساحت ناحیه محدود به خطوط $y = |x|$ و $y = 5 - |x - 1|$ ، $y = |x|$ و $y = 5 - |x - 1|$ کدام است؟

$$\frac{9}{12} \mid \frac{1}{11}$$

$$y = 5 - |x - 1|$$

$$\begin{cases} x \geq 1 & y = 5 - x + 1 \Rightarrow y = 6 - x \\ x < 1 & y = 5 + x - 1 \Rightarrow y = x + 4 \end{cases}$$

$$y = |x|$$



$$y = 5 - |x - 1| \Rightarrow y = 0$$

عل برشود در محور x

$$-|x - 1| + 5 = 0 \rightarrow |x - 1| = 5$$

$$x - 1 = \pm 5 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = -4 \end{cases}$$

$$A \Rightarrow \begin{cases} y = x \\ y = -x + 6 \end{cases} \Rightarrow x = -x + 6 \Rightarrow 2x = 6 \rightarrow x = 3 \rightarrow A(3, 3)$$

$$B \Rightarrow \begin{cases} y = -x \\ y = x + 4 \end{cases} \Rightarrow -x = x + 4 \rightarrow -2x = 4 \rightarrow x = -2 \rightarrow B(-2, -2)$$

$$S = \circ A \times \circ B$$

$$= \sqrt{(3-0)^2 + (3-0)^2} \times \sqrt{(-2-0)^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{18} \times \sqrt{8} = \sqrt{144} = 12$$

ریاضی ۹۷ کدام یک از تابع های زیر یک به یک است! $f(x) = x + \sqrt{x}$ ✓

$$g(x) = x - \sqrt{x} \quad \left| \quad h(x) = 2x + \frac{1}{x} \right.$$

$$p(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$$

نکته: در تابع یوسه تابعی ۱- یک به یک است که علامت مشتق آن همواره \oplus یا همواره \ominus باشد

$$f'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}} > 0$$

$$g'(x) = 1 - \frac{1}{2\sqrt{x}} \rightarrow \text{همواره } \oplus \text{ یا همواره } \ominus \text{ نیست}$$

لذا یک به یک نیست

$$h(x) \rightarrow \text{تابع یوسه است} \quad x=3 \Rightarrow 3 = 2x + \frac{1}{x} \xrightarrow{\times x}$$

$$3x = 2x^2 + 1 \Rightarrow 2x^2 - 3x + 1 = 0$$

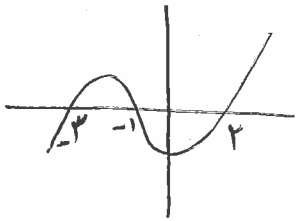
چون در ازای یک مقدار x حاصل شده است $\Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=\frac{1}{2} \end{cases}$

$$p'(x) = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2} \rightarrow \text{همواره } \oplus \text{ یا همواره } \ominus \text{ نیست}$$

پس این تابع یک به یک نیست

یک به یک نیست

ریاضی ۹۷ خ شکل زیر نمودار تابع با ضابطه $f(x)$ است دامنه تابع غیرقطعی $\sqrt{(x+1)f(x)}$ کدام است؟



$[-1, +\infty)$	$[-2, 2]$
$\mathbb{R} - (-2, 2)$	$(-\infty, -1]$

$$P = (x+1)f(x) \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x+1=0 \rightarrow x=-1 \\ f(x)=0 \rightarrow x=-2, -1, 2 \end{cases}$$

(از روی شکل)

x	$-\infty$	-2	-1	2	$+\infty$
P	$+$	0	$-$	0	$+$

(شماره ۲ در بازه $(-2, -1)$ و $(-1, 2)$ قرار دارد)

$$D = (-\infty, -2] \cup [1, +\infty)$$

$$\mathbb{R} - (-2, 2)$$

$$g(x) = \sqrt{x-x^2}$$

ریاضی ۹۹ اگر $f(x) = \frac{1+x^2}{1-x^2}$ باشد

دامنه تابع $g \circ f$ کدام است؟

$[0, 1)$
$(-1, 1)$

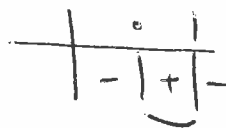
$\mathbb{R} - \{1, -1\}$

$$D_f = \mathbb{R} - \{x \mid x = \pm 1\} = \mathbb{R} - \{\pm 1\}$$

$$1-x^2=0 \Rightarrow x^2=1 \Rightarrow x=\pm 1$$

$$D_g \Rightarrow x-x^2 \geq 0 \quad x(1-x) \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}$$

$$D_g = [0, 1]$$



$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in \{\mathbb{R} - \{\pm 1\}\} \mid \frac{1+x^2}{1-x^2} \in [0, 1]\}$$

$$\frac{1+x^2}{1-x^2} \in [0, 1]$$

$$\frac{1+x^r}{1-x^r} \in [0, 1] \Rightarrow \frac{1+x^r}{1-x^r} \geq 1 \rightarrow x=0 \text{ فقط به ازای } x=0 \text{ تمام قبول است}$$

$$f^{-1}(x) + f^{-1}\left(\frac{1}{x}\right) \text{ باشد حاصل } f(x) = \frac{1}{r}(x + \sqrt{x^r + \varepsilon})$$

ریاضی ۹۵ ال

$$\frac{\frac{r}{x} \mid rx}{\cdot \mid x^r - 1}$$

کدام است؟

$$y = \frac{1}{r}(x + \sqrt{x^r + \varepsilon}) \Rightarrow ry = x + \sqrt{x^r + \varepsilon}$$

$$ry - x = \sqrt{x^r + \varepsilon} \xrightarrow{\text{تربیع}}$$

$$r^2 y^2 - 2ryx + x^2 = x^r + \varepsilon$$

$$r^2 y^2 - \varepsilon = 2ryx \Rightarrow x = \frac{r^2 y^2 - \varepsilon}{2ry} = \frac{r^2 y^2}{2ry} - \frac{\varepsilon}{2ry}$$

$$x = y - \frac{\varepsilon}{2y} \Rightarrow y = x + \frac{\varepsilon}{2x} \Rightarrow f^{-1}(x) = x + \frac{\varepsilon}{2x}$$

$$f^{-1}\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x} + \frac{\varepsilon}{2 \cdot \frac{1}{x}} = \frac{1}{x} + \frac{\varepsilon x}{2}$$

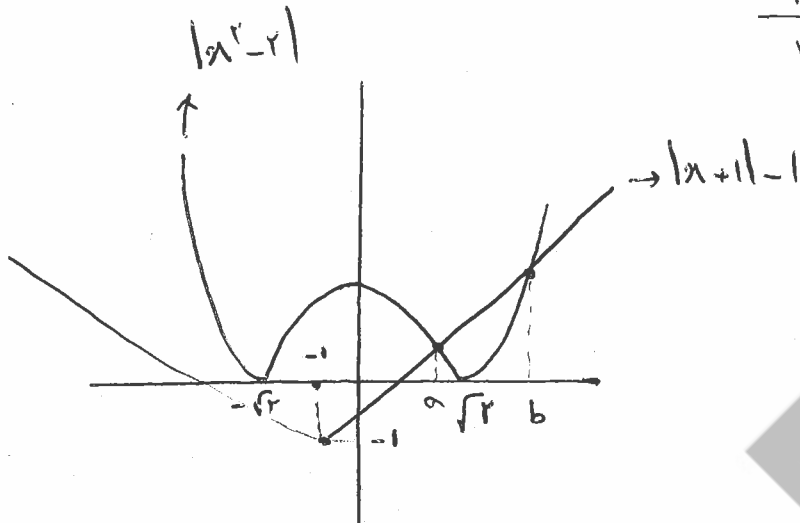
$$f^{-1}(x) + f^{-1}\left(\frac{1}{x}\right) = x + \frac{\varepsilon}{2x} + \frac{1}{x} + \frac{\varepsilon x}{2} = 0$$

الرجوع جواب نامعادله $|x^2-2| < |x+1|-1$ بازه (a, b) با سطر وسط

این بازه کدام است؟

$\frac{1}{2} \mid \frac{1}{5}$

روش ترسسی



$|x^2-2|$
 $x^2-2=0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$

$0 < a < \sqrt{2} \Rightarrow y_1 = y_2 \Rightarrow |x^2-2| = |x+1|-1$

$\Rightarrow -x^2+2 = x+1-1 \Rightarrow x^2+x-2=0 \Rightarrow \begin{matrix} x=+1 \\ x=-2 \end{matrix} \Rightarrow a = +1$

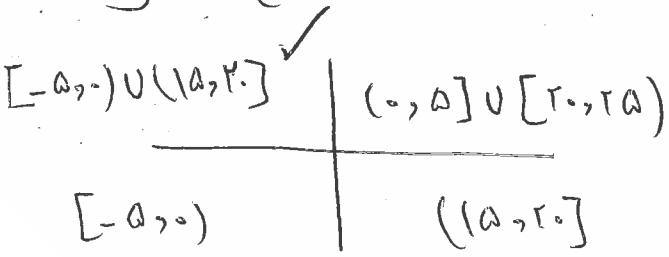
$b > \sqrt{2} \Rightarrow |x^2-2| = |x+1|-1 \Rightarrow x^2-2 = x+1-1$

$x^2-x-2=0 \Rightarrow \begin{matrix} x=-1 \\ x=2 \end{matrix}$

$(a, b) = (1, 2) = \frac{1+2}{2} = 1,5$

$b = 2$

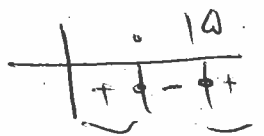
ریاضی ۹۵ ج
 کدام است؟
 $f(x) = \sqrt{2-x}$ و $g(x) = \log(x^2-15x)$ دامنه تابع $f \circ g$



$D_f \Rightarrow 2-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 2$

$D_g \Rightarrow x^2-15x > 0$

$x(x-15) > 0 \Rightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 15 \end{cases}$



$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

$$x \leq r$$

$$= \{x \in (-\infty, 0) \cup (10, +\infty) \mid \text{Log } x^r - 10x \in [-\infty, r]\}$$

$$\Rightarrow \text{Log}(x^r - 10x) \leq r$$

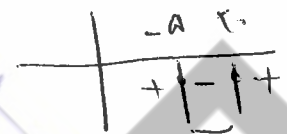
$$\text{Log } x^r - 10x \leq \text{Log } 100$$

$$\text{Log } \frac{100}{100} = r$$

$$x^r - 10x - 100 \leq 0$$

$$(x - r_0)(x + a) \leq 0 \Rightarrow \begin{cases} x = r_0 \\ x = -a \end{cases}$$

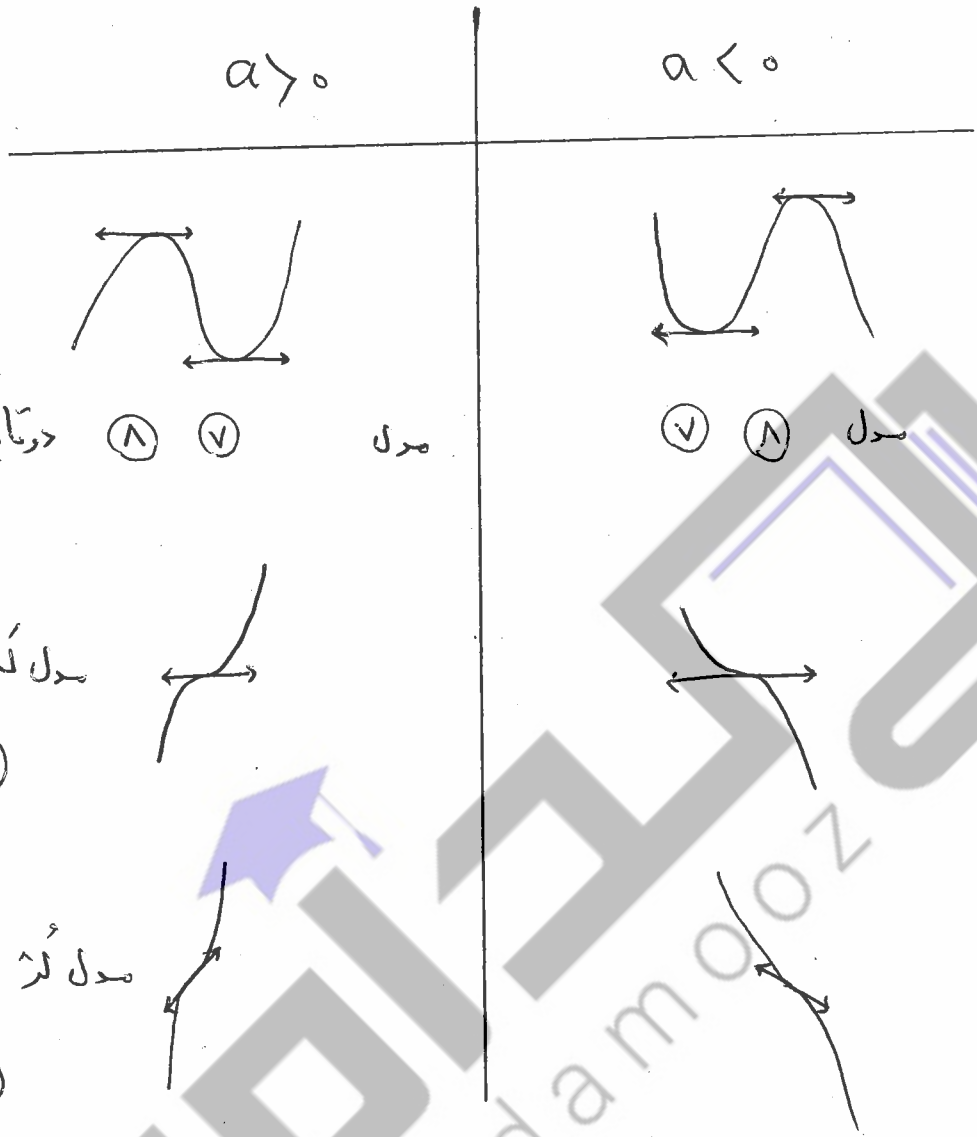
$$-a \leq x \leq r_0$$



$$[-a, 0) \cup (10, r_0]$$

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

آسانی با تابع درجه سوم:



$\Delta y' > 0$

دو نایب منفرد دارد

(^) (v)

مرد

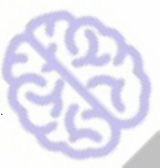
(v) (^) مرد

مرد کم یک جایب منفرد دارد

$\Delta y' = 0$

مرد کم یک جایب منفرد ندارد

$\Delta y' < 0$

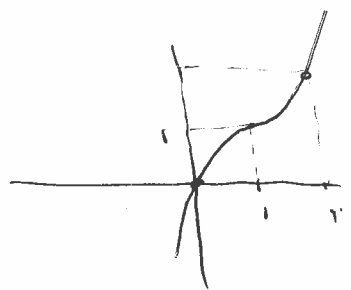
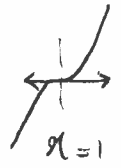


$$y = x^3 - 3x^2 + 3x$$

مثال

$$y' = 3x^2 - 6x + 3 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow \Delta y' = 0 \rightarrow \text{مرد کم}$$

x	0	1	2
y	0	1	2

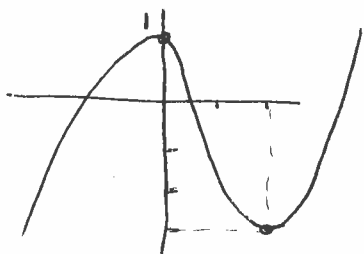


$$y = x^3 - 3x^2 + 1$$

$$y' = 3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow 3x(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$$

x		0	2
y		1	-3

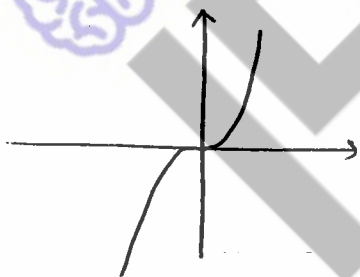
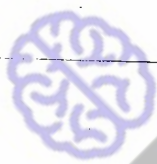
$\Delta y' > 0$ $\Delta y' < 0$ $\Delta y' > 0$



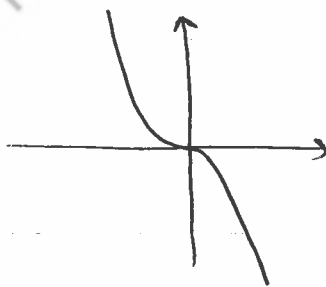
$$y = x^3 + 3x + 1$$

$$y' = 3x^2 + 3 = 0 \Rightarrow 3x^2 = -3 \rightarrow x^2 = -1 \quad \times$$

ریشه ندارد



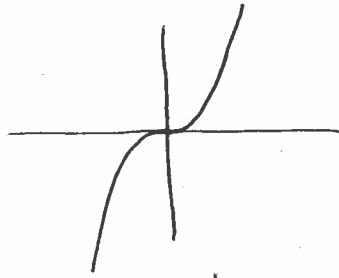
بدلتیم $y = x^3$



$y = -x^3$

$$f(x) = (x-1)^n - 1$$

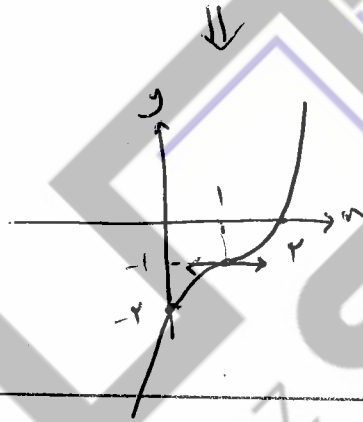
$$y = x^n$$



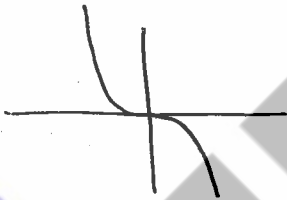
x	-1	0	1
y	-1	0	1

$$\begin{matrix} x+1 \\ \hline y-1 \end{matrix}$$

x	0	1	2
y	-2	-1	0



$$f(x) = -(x+1)^n + 1$$

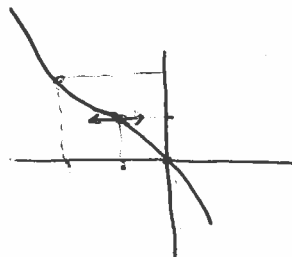


$$y = -x^n$$

x	-1	0	1
y	1	0	-1

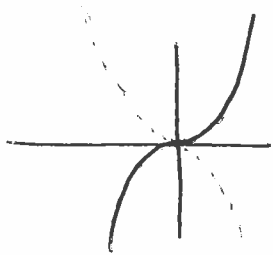
$$\begin{matrix} x-1 \\ \hline y+1 \end{matrix}$$

x	-2	-1	0
y	2	1	0



$$y = x|x|$$

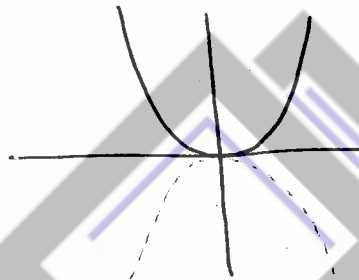
$$f(x) = \begin{cases} x^r & x > 0 \\ -x^r & x < 0 \end{cases}$$



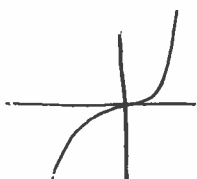
$$y = x|x|$$

$$y = x^r|x|$$

$$f(x) = \begin{cases} x^r & x > 0 \\ -x^r & x < 0 \end{cases}$$



$$y = (|x| - 1)^r - 1$$

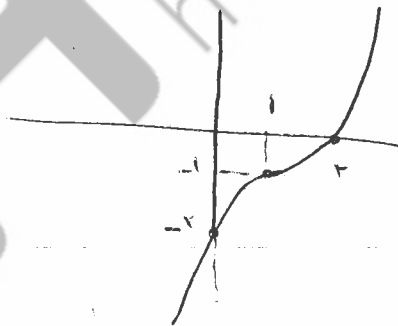


$$y = x^r$$

$$\begin{array}{c|ccc} x & -1 & 0 & 1 \\ \hline y & -1 & 0 & 1 \end{array}$$

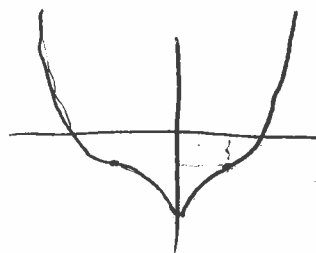
$$\begin{array}{l} x \rightarrow x+1 \\ \hline y - 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|ccc} x & 0 & 1 & r \\ \hline y & -r & -1 & 0 \end{array}$$



$$\rightarrow y = (x-1)^r - 1$$

چون x داخل مخرج مطلق باشد لذا نسبت به محور y یا x یکبار می شود و در نتیجه آن رسم می شود



$$y = (|x| - 1)^r - 1$$

مثال) برای کدام مقادیر K تابع $f(x) = x^3 - 2x^2 + Kx - 1$ یکبار است؟

$$f'(x) = 3x^2 - 4x + K = 0$$

$\Delta \leq 0 \Rightarrow 16 - 4(3)(K) \leq 0$

بودن

$$-12K \leq -16 \Rightarrow K \geq \frac{4}{3}$$

مثال) برای کدام مقادیر a تابع $f(x) = ax^3 + 3x^2 - 4x + 2$ صعودی است؟

مثال) برای کدام مقادیر a تابع

$a \leq -\frac{4}{3}$	$a > -\frac{4}{3}$	} $\Delta' \leq 0$ $a > 0$
$\checkmark a \in \emptyset$	$a > \frac{4}{3}$	

$$f'(x) = 3ax^2 + 4x - 4$$

$$34 - 4(3a)(-4) \leq 0 \Rightarrow$$

$$48a \leq -34 \Rightarrow a \leq -\frac{17}{24}, \quad a > 0$$

$$\Rightarrow a = \emptyset$$

مثال) تابع $f = \{(-1, 7)(2, a)(2, 2K)(a, K)\}$ نزولی است مقادیر K کدام اند؟

$$f = \{(-1, 7)(2, 2K)(2, a)(a, K)\}$$

→ نزولی

یا افزایشی
یا کاهش

ابتدا a را بزرگترین مرتب می‌کنیم

$$7 > 2K > a > K$$

$$7 > 2K > a \quad (\div 2)$$

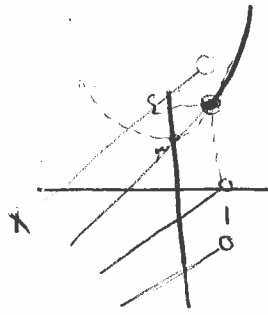
$$\frac{7}{2} > K > \frac{a}{2}$$

$$K < a$$

$$\frac{7}{2} > K > \frac{a}{2}$$

$k > 2$	$k > 2$
$k \leq 2$	$k \leq 2$

تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4 & x \geq 1 \\ 2x + k & x < 1 \end{cases}$ یکنوا است حدود k که f است!



$$\frac{x}{\epsilon} \mid \frac{1}{2+k}$$

$$\frac{x}{\epsilon} \mid \frac{1}{\epsilon}$$

$$2+k \leq \epsilon \Rightarrow \boxed{k \leq 2}$$

تابع $f(x) = (\sqrt{2})^x$ و $g(x) = \log_2 x$ باشد آن ماه $g \circ f(x)$.

در \mathbb{R} چگونه است؟
صعودی نزولی / نزولی

$$g \circ f(x) = g(f(x))$$

$$= \log_2 (\sqrt{2})^x = \log_2 2^{\frac{1}{2}x} = \frac{1}{2}x \log_2 2 = \frac{1}{2}x$$

$$y = \frac{1}{2}x$$



$(0, 3)$	$(3, +\infty)$
$(-\infty, 0)$	$(-\infty, 2)$

تابع $f(x) = 2x^3 - 9x^2$ در کدام بازه نزولی است؟

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 6x^2 - 18x = 0 \rightarrow 6x(x-3) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=3 \end{cases}$$



$$x=0 \quad x=3$$

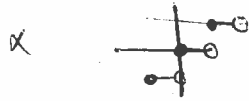
$\Delta y > 0 \in \Delta x$ است ضرور دارد \leftarrow جدول ۸۷

کدام تابع زیر در \mathbb{R} یک به یک است؟



$f(x) = x^2 - 2x$

①

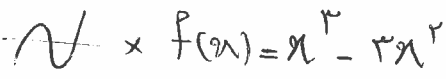


$f(x) = [x]$

②

$y' = 3x^2 - 6x \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$

$\Delta > 0$
 $a > 0$



$f(x) = x^3 - 3x^2$

③

$y' = 3x^2 + 1 = 0 \Rightarrow$

$\checkmark f(x) = x^3 + x + 1$

④

$x^2 = -\frac{1}{3} \times \Delta y' < 0$
 $a > 0$

$[K, +\infty)$ یک به یک است کمترین مقدار K کدام

تابع $f(x) = x^2 - 4x + 3$ در بازه

تابع

است؟

$x = -\frac{b}{2a} = \frac{4}{2} = 2$ رأس سهم

5	-1
3	2

$a > 0 \rightarrow \min$



$K=3$

تابع $f = \{ (3, 2), (a, 5), (3, a^2 - a), (b, 2), (-1, 4) \}$ یک به یک است در بازه (a, b)

کدام است؟

$(-1, 3)$	$(-1, 4)$
$(2, 3)$	$(2, 1)$

تابع یک به یک نباید مؤلفه دوم برابر داشته باشد الزاماً الزاماً مؤلفه اول برابر نباشد الزاماً

هم باید برابر باشد

شرط تابع بودن

مؤلفه دوم هم برابر باشد

$a^2 - a = 2 \Rightarrow$

$a^2 - a - 2 = 0 \Rightarrow a = -1 \rightarrow a = 2$

$a = -1 \Rightarrow f = \{ (3, 2), (-1, 5), (b, 2), (-1, 4) \} \rightarrow b = 3$

$a = 2 \Rightarrow f = \{ (3, 2), (2, 5), (b, 2), (-1, 4) \}$

$$g = \{(2,1)(3,2)(5,4)\} \quad f = \{(1,2)(2,3)(4,5)(3,4)\}$$

آر

مابع
ف⁻¹ و g⁻¹ کدام است؟

$$\text{محداینه} \quad f^{-1} \circ g^{-1} = (f \circ g)^{-1}$$

$$f \circ g \rightarrow \begin{array}{ccc} g & & f \\ \downarrow & & \downarrow \\ \{(2,1)(3,2)(5,4)\} & & \{(1,2)(2,3)(4,5)(3,4)\} \end{array}$$

$$f \circ g = \{(2,2)(3,3)(5,5)\}$$

$$(f \circ g)^{-1} = \{(2,2)(3,3)(5,5)\}$$

$$f(x) = 2x - 5 \quad , \quad g = \{(2,5)(3,4)(1,6)(4,7)(8,11)\}$$

آر

مغروض بالسد و

$$(f \circ g)^{-1}(a) = 4 \quad \text{مقدار } a \text{ کدام است؟}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 1 \\ \hline 2 & 3 \end{array}$$

$$y = 2x - 5 \rightarrow x = \frac{y+5}{2} \Rightarrow f^{-1}(y) = \frac{y+5}{2}$$

$$f^{-1}(g(a)) = 4 \xrightarrow{*} \frac{g(a)+5}{2} = 4$$

$$g(a) = 12 - 5 \rightarrow g(a) = 7$$

$$\text{پانوجه به صورت سوال} \quad g(4) = 7$$

نمودارهای f^{-1} در نقطه‌های با دامنه طول متناهی $f(x) = x^3 - 4x$ ($x > 1$)

الد

در $y = x$ متقاطع اند

$$\frac{\sqrt{2}}{4} \quad \text{غیرمتقاطع}$$

هستند!

$$x^3 - 4x = x \rightarrow x^3 - 4x - x = 0 \rightarrow x(x^2 - 4) = 0$$

$$\Rightarrow x = 0, x = 2, x = -2 \xrightarrow{x > 1} \boxed{x = 2}$$

تابع وارون $f(x) = x^2 - 4x$ با شرط ($x < 2$) کدام است؟

① $f^{-1}(x) = 2 - \sqrt{x+4}$

$f(1) = -3$ [۱-۳]

② $f^{-1}(x) = 2 + \sqrt{x+4}$

$f^{-1}[-3]$

③ $f^{-1}(x) = 2 - \sqrt{x-4}$

- ① $x = -3 \rightarrow y = 1$
- ② $x = -3 \rightarrow y = 3$
- ③ $x = -3 \rightarrow y = x$
- ④ $x = -3 \rightarrow y = x$

④ $f^{-1}(x) = 2 + \sqrt{x-4}$

روشن نمود $y = x^2 - 4x \Rightarrow x^2 - 4x + 4 - 4 \Rightarrow y = (x-2)^2 - 4$

$\frac{y+4}{4} = x^2$

$(x-2)^2 = y+4 \rightarrow \sqrt{\quad}$

$|x-2| = \sqrt{y+4}$

($x < 2$) ↓

$-x+2 = \sqrt{y+4} \Rightarrow x = 2 - \sqrt{y+4} \Rightarrow$

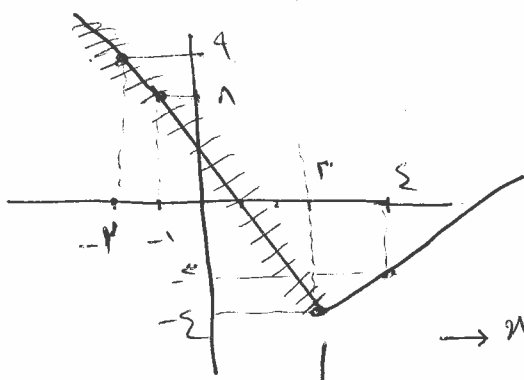
$y = 2 - \sqrt{x+4}$

تابع $f(x) = |2x-7| - |x+1|$ در بازه‌های معکوس است ضابطه دارند در این بازه کدام است ؟

$\sqrt{x+7, x > -4}$ | $-x+7, x > 8$
 $\frac{1}{x} x-1, x < 8$ | $\frac{1}{x} x+2, x > 3$

\downarrow $x=3$ \downarrow $x=-1$

x	-2	-1	3	Σ
y	9	8	-2	-3



$x > 3 \Rightarrow y = (2x-7) - (x+1)$

$y = x - 7$

$x = y + 7$

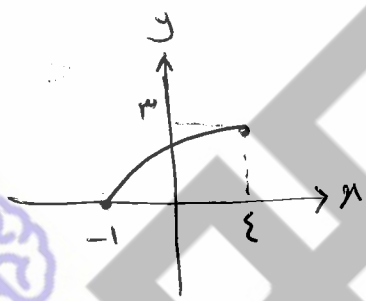
$y = x + 7$ ✓

برای معکوس $y > -4$

$x > -4$

$f(x)$ رسم شده است

مثال مهم : تابع



$y_1 = f \circ f$

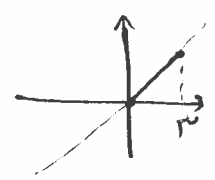
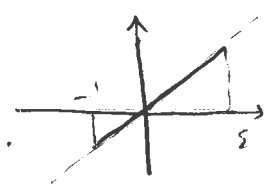
$y_2 = f \circ f^{-1}$

رسم کنید

$y_1 = f \circ f = x \Rightarrow x \in D_f \rightarrow [-1, 4]$

$y_2 = f \circ f^{-1} = x \Rightarrow x \in D_{f^{-1}}$

$f \downarrow$
 f
 $[0, 3]$



۴۵

$f \circ g(x)$ تابع $g(x) = \sqrt{2-x}$ و $f(x) = \sqrt{x-4}$

مثال اول

$D_f \rightarrow x-4 \geq 0 \rightarrow x \geq 4 \rightarrow [4, +\infty)$

$D_g \rightarrow 2-x \geq 0 \rightarrow x \leq 2 \rightarrow (-\infty, 2]$

کدام است؟

$D_{f \circ g} = \{x \in D_g, g(x) \in D_f\}$

$= \{x \in (-\infty, 2) \text{ و } \sqrt{2-x} \in [4, +\infty)\}$

$x \leq 2$

$\sqrt{2-x} > 4 \xrightarrow{\text{توان}}$

$2-x > 16 \Rightarrow -x > 14 \xrightarrow{\div -1}$

جهت عوض

$x \leq -14$

استدلال

$x \leq -14$

$D_{f \circ g} = (-\infty, -14]$

$f(x)$ تابع $3f(x) + 2f(\frac{1}{x}) = 3x$ کدام است؟

مثال اول

$3f(x) + 2f(\frac{1}{x}) = 3x$

چون $f(x)$ نیاز داریم و می خواهیم

$3f(\frac{1}{x}) + 2f(x) = 3(\frac{1}{x})$ $x \rightarrow \frac{1}{x}$ حذف شود $f(\frac{1}{x})$

$\begin{cases} 3f(x) + 2f(\frac{1}{x}) = 3x \\ 2f(x) + 3f(\frac{1}{x}) = \frac{3}{x} \end{cases}$

$\begin{cases} -4f(x) - 4f(\frac{1}{x}) = -9x \\ 2f(x) + 4f(\frac{1}{x}) = \frac{4}{x} \end{cases}$

$-5f(x) = \frac{4}{x} - 9x \Rightarrow$

$$f(n) = \frac{\frac{4}{n} - 4n}{-5} = \frac{\frac{4 - 4n^2}{n}}{-5} = \frac{4 - 4n^2}{-5n} = \frac{4 + 4n^2}{5n}$$

محور عرضها $f \circ f(n)$

مثال ۱) $f(n) + f(r) = 3n + r$ باشد تابع

رادیکال عرض تصحیح کند!

$$\frac{-4}{-1} \mid \frac{4}{1}$$

رادیکال عرض تصحیح کند!

① $x=r \rightarrow f(r) + f(r) = 3(r) + r$

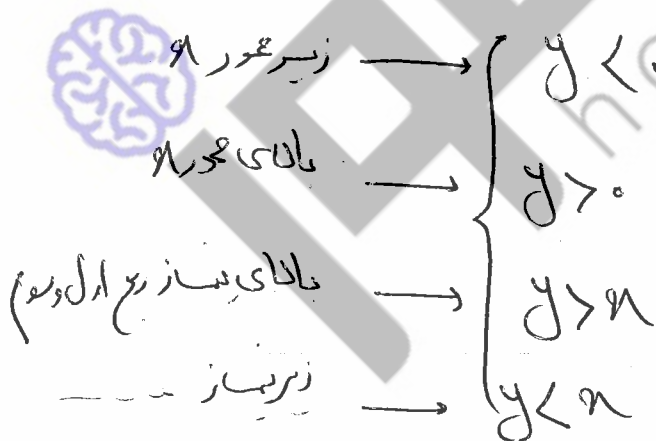
$$2f(r) = 4$$

$$\boxed{f(r) = 2} \rightarrow f(n) + f(r) = 3n + r$$

$$f(n) = 3n + r - 2 \rightarrow f(n) = 3n - 2$$

$$f \circ f(n) = 3(3n - 2) - 2$$

$$= 9n - 6 - 2 = 9n - 8 \xrightarrow[n=0]{\text{نتایج با عرض}} -8$$



تساوی درایع:

۱) هم دامنه‌ها یکسان باشند ۲) هم بتوان با ساده کردن ضابطه یکسان بدست آورد

$$① \int D_f = D_g$$

$$② \int f(x) = g(x)$$

$$f(x) = \sqrt{x} \sqrt{K-x}$$

$$g(x) = \sqrt{x(K-x)}$$

$$f \rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ K-x > 0 \Rightarrow x \leq K \end{cases} \xrightarrow{\wedge} D_f = [0, K]$$

$$D_f = D_g$$

$$g \rightarrow \begin{cases} x(K-x) > 0 \\ \downarrow \\ -x^2 + Kx \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{c} K \\ | \quad | \quad | \\ - \quad + \quad - \\ \hline 0 \end{array} \quad D_g = [0, K]$$

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt{x-K} \\ g(x) = \sqrt{x(x-K)} \end{cases}$$

$$f \rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x-K > 0 \rightarrow x > K \end{cases} \xrightarrow{\wedge} D_f = [K, +\infty)$$

$$g \rightarrow \begin{cases} x(x-K) > 0 \\ \rightarrow \begin{matrix} x=0 \\ x=K \end{matrix} \end{cases} \quad \begin{array}{c} K \\ | \quad | \quad | \\ + \quad - \quad + \\ \hline 0 \end{array}$$

$$D_g = [K, +\infty) \cup (-\infty, 0]$$

$$D_f \neq D_g$$

$$\begin{cases} f(x) = r \log(x-1) \\ g(x) = \log(x-1)^r \end{cases}$$

$$f: x-1 > 0 \rightarrow x > 1 \rightarrow D_f = (1, +\infty)$$

$$g: (x-1)^r > 0 \Rightarrow \oplus \rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{0\}$$

$$D_f \neq D_g \rightarrow f \neq g$$

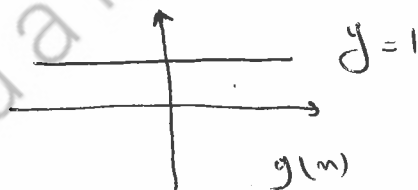
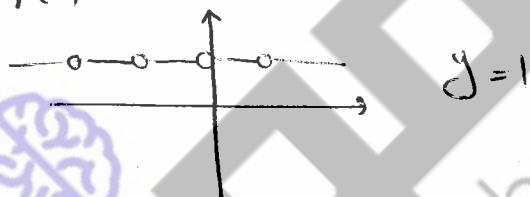
$$\begin{cases} f(x) = \tan x \cdot \cot x \\ g(x) = 1 \end{cases}$$

$$D_g = \mathbb{R}$$

$$D_f = \mathbb{R} - \left\{ \pm \frac{\pi}{2}, \pm \pi, \dots \right\}$$

$$D_g \neq D_f$$

$f(x)$



تابع جزء صحیح *

$[2] = 2$

$[1,9] = 1$

$[-1,5] = -2$

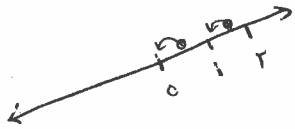
۱) جزء صحیح هر عدد صحیح خود آن عدد است.

۲) جزء صحیح هر عدد $(+)$ اعدادی که نسبت به آن از خود عدد است.

۳) جزء صحیح هر عدد $(-)$ اعدادی که نسبت به آن از آن بزرگتر است (جمع می شود).

یا برای محاسبه جزء صحیح از بسط اعشاری استفاده می کنیم.

۴) جواب جزء صحیح اولین عدد صحیح بزرگتر است.



u	$[u]$
$-2 < u < -1$	-2
$-1 \leq u < 0$	-1
$0 \leq u < 1$	0
$1 \leq u < 2$	1

$[3x - 2] = a$

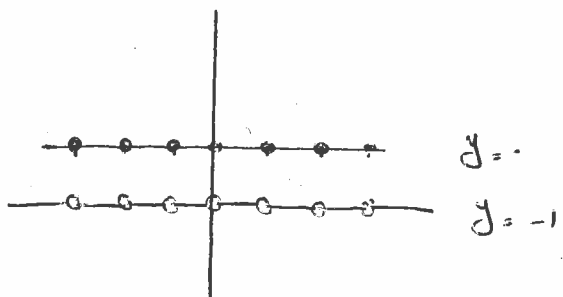
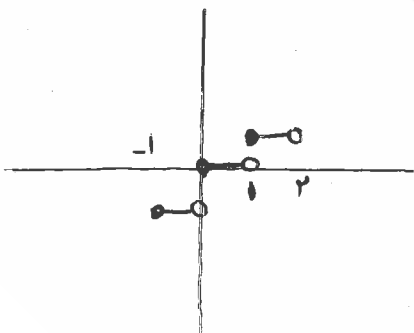
$5 \leq 3x - 2 < 6$

$7 \leq 3x < 8$

$\frac{7}{3} \leq x < \frac{8}{3}$

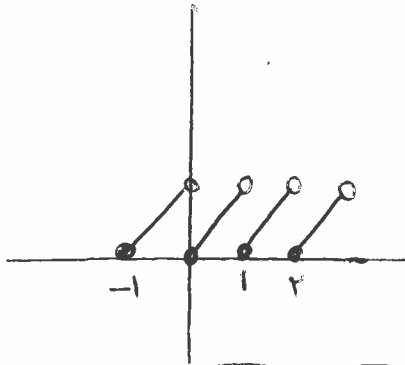
$f(x) = [x]$

$f(x) = [x] + [-x] = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$



تابع متناوب با $T=1$

$$f(x) = x - [x]$$



$$0 \leq x - [x] < 1$$

متناوب با دوره تناوب ①

$$[x^2] = [x]^2 \quad \times$$

حل معادلات جزء صحیح (برائت):

$$[2x] = 2[x] \quad \times$$

$$[-x] = -[x] \quad \times$$

$$[\sqrt{x}] = \sqrt{[x]} \quad \times$$

$$|[x]| = [|x|] \quad \times$$

در حالت کلی چیزی از جزء صحیح خارج نمی‌شود
بلکه عدد صحیح که با آن جمع یا تفریق شده باشد

$$[x+a] = [x] + a$$

$$[x+2.7] = [x+2+\overset{\cdot}{7}] =$$

$$[x+\overset{\cdot}{7}] + 2$$

در حالت کلی روابط فوق تکرار نیست مگر در
ایه‌های خاص

مسئله

$$[x+3] - 2[x] = a$$

$$[x] + 3 - 2[x] = a$$

$$-[x] = 2 - a$$

$$[x] = a - 2$$

$$-2 < x < -1$$

v1

(حل) $2[n]^r + 3[n] - 5 = 0$

$[n] = t \Rightarrow 2t^r + 3t - 5 = 0 \Rightarrow t = 1 \Rightarrow [n] = 1 \Rightarrow 1, 2, 3 < 2$

$t = -\frac{5}{3} \Rightarrow [n] = -\frac{5}{3} \times$

حرفی جز صحیح همواره عددی صحیح می باشد.

(مسئله) $2[n] + [n] = 2 \Rightarrow 2[n] + \underbrace{[n]}_{-1} = 2$

$[n] + [-n] = \begin{cases} 0 & n \in \mathbb{Z} \\ -1 & n \notin \mathbb{Z} \end{cases}$

$\Rightarrow n \in \mathbb{Z} \Rightarrow 2[n] + 0 = 2 \Rightarrow [n] = +1 \Rightarrow n = 2$

$n \notin \mathbb{Z} \Rightarrow 2[n] - 1 = 2$

$2[n] = 3 \Rightarrow [n] = \frac{3}{2} \times$

دامنه تابع زیر؟

(I) $f(n) = \frac{n^r + 1}{[n] + [-n]}$

مخرج $\neq 0 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \mathbb{Z}$

(II) $f(n) = \frac{n^r + 1}{[n] + [-n] + 1}$

مخرج $\neq 0 \Rightarrow \times \Rightarrow D_f = \mathbb{Z}^-$

(III) $f(n) = \frac{n^r + 1}{[n] + [-n] + 2}$

$\Rightarrow D_f = \mathbb{R}$

بردیاب؟

$$f(x) = \sqrt{4x - 3[x]} + 7$$

هر چیزی مندرجه صحت بین منفره +1

$$-1 < 2x - [2x] < 1 \xrightarrow{-x^3}$$

$$0 \leq 4x - 3[2x] < 3 \xrightarrow{+7}$$

$$7 \leq 4x - 3[2x] + 7 < 10 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} \Rightarrow \sqrt{7} \leq f(x) < \sqrt{10}$$

$$R_f = [\sqrt{7}, \sqrt{10})$$

$$f(x) = \sqrt{4x - 3[2x]} - 1$$

$$-1 < 2x - [2x] < 1$$

$$0 \leq 4x - 3[2x] < 3 \xrightarrow{-1} -1 \leq 4x - 3[2x] - 1 < 2$$

$$\xrightarrow{\sqrt{\quad}} 0 \leq f(x) < \sqrt{2} \Rightarrow R_f = [0, \sqrt{2})$$

حاصل عدد $A = [\log 1398] + [\sin 4]$ کد/است

$$10^3 = 1000$$

$$10^4 = 10000$$

$$10^3 < 1398 < 10^4 \xrightarrow{\frac{[\quad]}{\log}} 3 < [\log 1398] < 4$$

$$[\log 1398] = 3$$

$$[\sin 4] \rightarrow \sin 4$$

حول عدلات رجه نلدانسته بين

$$1 \text{ rad} = 57.3^\circ \Rightarrow 4 \text{ rad} \rightarrow 228^\circ$$

3 راديان

$$[\sin 228] = -1$$

(-1) 190

نابسته

$$A = 3 - 1 = 2$$

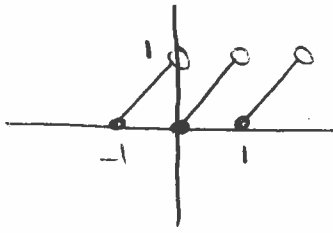
۱۳

$-1 < x < 2$

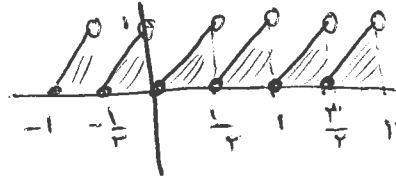
$f(x) = 2x - [2x]$

مسلک محدود بر تابع

و محورهای کدام است؟



انتقال \Rightarrow



$y = x - [x]$

$4 \times \left[\frac{\frac{1}{2} \times 1}{2} \right] = \frac{4}{2} = \frac{2}{1} = 2$

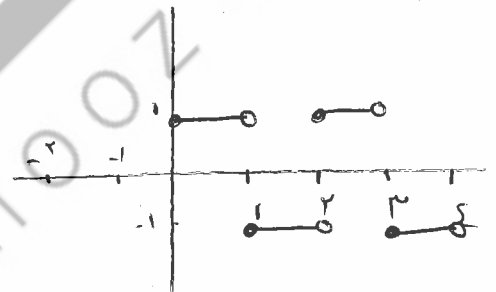
منوار تابع $f(x) = (-1)^{[x]}$ دارای دوره تناوب با کدام مقدار است؟

$0 < x < 1 \rightarrow [x] = 0 \rightarrow y = (-1)^0 = 1$

$1 < x < 2 \rightarrow [x] = 1 \rightarrow y = (-1)^1 = -1$

$2 < x < 3 \rightarrow [x] = 2 \rightarrow y = (-1)^2 = 1$

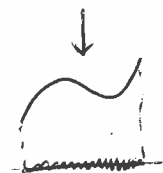
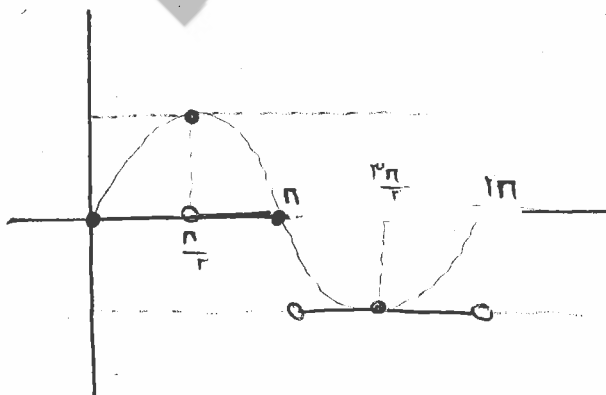
$3 < x < 4 \rightarrow [x] = 3 \rightarrow y = (-1)^3 = -1$



$T = 2$

$(-1)^{[kx]} \Rightarrow T = \frac{2}{k}$

منوار تابع $f(x) = [\sin x]$ کدام است؟



از بالا نمودار می‌تابانیم منوار
به سمت پایین رسم می‌نمود

مسئله محدود به نمودار

$f(x) = (x-1)[x]$ و $-2 \leq x \leq 2$ و محور x

کدام است؟

$-2 \leq x < -1 \rightarrow [x] = -2 \Rightarrow y = -2x + 2$

$$\frac{x}{y} \left| \begin{array}{c} -2 \\ 4 \end{array} \right. \begin{array}{c} -1 \\ 2 \end{array}$$

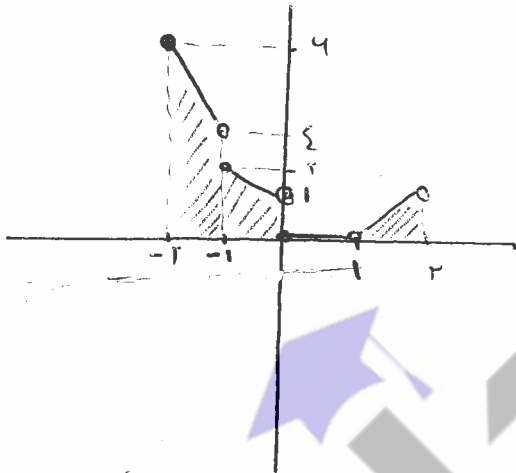
$-1 \leq x < 0 \rightarrow [x] = -1 \Rightarrow y = -x + 1$

$$\frac{x}{y} \left| \begin{array}{c} -1 \\ 2 \end{array} \right. \begin{array}{c} 0 \\ 1 \end{array}$$

$0 \leq x < 1 \rightarrow [x] = 0 \Rightarrow y = 0$

$1 \leq x < 2 \rightarrow [x] = 1 \Rightarrow y = x - 1$

$$\frac{x}{y} \left| \begin{array}{c} 1 \\ 2 \end{array} \right. \begin{array}{c} 1 \\ 1 \end{array}$$



$$\int S = \frac{(4+2) \times 1}{2} + \frac{(1+2) \times 1}{2} + \frac{1 \times 1}{2} = V$$



hodamooz

مخبرون رست ریاضی :

تقسیم چند جمله ای

$$\begin{array}{r} 2x^3 - 2x^2 + 4x - 2 \quad | \quad x^2 - 2x \\ \underline{-2x^3 + 4x^2} \\ 6x^2 - 2x - 2 \\ \underline{-6x^2 + 12x} \\ 10x - 2 \end{array} \Rightarrow Q(x)$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 4x - 2 \\ \underline{-x^3 + 2x^2} \\ 2x^2 + 4x - 2 \\ \underline{-2x^2 + 4x} \\ 10x - 2 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \frac{2x^3}{x^2} &= 2x^1 \\ \frac{x^3}{x^2} &= x \\ \frac{2x^2}{x^2} &= 2 \end{aligned}$$

باقی مانده $R(x) = 10x - 2$

رابطه استخوان تقسیم :

$$\begin{array}{r} f(x) \quad | \quad g(x) \\ \hline \quad Q(x) \\ \hline R(x) \end{array}$$

① همیشه درجه $R(x)$ کمتر از درجه $g(x)$ است

② $Q(x) \times g(x) + R(x) = f(x)$

③ هرگاه $R(x) = 0$ می گویند $f(x)$ بر $g(x)$ بخش پذیر می باشد

روش هورنر در تقسیم سریع بر عبارت درجه ①

$$2x^3 - 4x^2 + 5x - 2 \quad | \quad x - 1$$

2	-4	5	-2
1	2	-2	1
			-3

$(1 \times 2) - 4 = -2$
 $(1 \times -2) + 5 = 1$
 $(1 \times 1) - 2 = -1$

$$2x^2 - 4x + 1$$

③ -3

$$x^3 + 2x^2 + x - 3 \mid x + 2$$

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 1 & 2 & 1 & -3 \\ & & -2 & 4 & -11 \end{array} \quad (19) \rightarrow R$$

$$x^3 - 2x^2 + 7x - 11$$

(19)

چگونه در تقسیم بر درجه یک باقی مانده را سریع پیدا کنیم؟ کافی است ریشه مقسوم علیه در مقسوم علیه قرار دهیم

$$2x^3 - 4x^2 + x + 3 \mid x - 1$$

$$x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \rightarrow 2(1)^3 - 4(1)^2 + 1 + 3 = 2$$

روش هم ارزی در یافتن سریع باقی مانده

$$2x^3 + 3x^2 - 4x + 5 \mid x^2 - 2 = 0 \rightarrow x^2 = 2$$

$$(1)2x + 3(2) - 4x + 5 \rightarrow R = 11$$

$$x^3 + 2x^2 + x - 3 \mid x^2 + 1 = 0 \rightarrow x^2 = -1$$

$$R = (x^2)^3 + 2x^2 \cdot x + x^2 - 3x$$

$$R = (-1)^3 + 2(-1)x + (-1) - 3x$$

$$R = -1 - 2x - 3x - 1 = -9x$$

$x^2 + ax - 2$ بر $x - a$ بخش پذیر است مقدار a را تعیین کنید.
 $R = 0$

$$x - a = 0 \rightarrow x = a \Rightarrow a^2 + a^2 - 2 = 0 \rightarrow 2a^2 = 2 \rightarrow a = \pm 1$$

هندجدهای $x^3 + ax^2 + bx + 2$ بر $x - 2$ و $x + 1$ بخش پذیر است.

a, b را تعیین کنید.
 $x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \Rightarrow f(2) = 0 \Rightarrow 8 + 4a + 2b + 2 = 0$

$$\Rightarrow 4a + 2b = -10$$

$$2a + b = -5$$

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow f(-1) = 0 \Rightarrow (-1)^3 + a(-1) + b + 2 = 0$$

$$\begin{cases} 2a + b = -5 \\ a - b = -1 \end{cases}$$

$$a + b = -1$$

$$3a = -4$$

$$a = -\frac{4}{3} \Rightarrow b = -1$$

هندجدهای $P(x) = x^3 + mx^2 + nx + 3$ بر $x - 1$ بخش پذیر است و در تقسیم

بر عبارت $x + 2$ باقی مانده (-3) دارد m, n کدام اند؟

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow f(1) = 0 \Rightarrow 1 + m + n + 3 = 0 \rightarrow m + n = -4$$

$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow f(-2) = -3 \Rightarrow -8 + 4m - 2n + 3 = -3$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} m + n = -4 \\ 4m - 2n = 2 \end{cases}$$

$$4m - 2n = 2$$

$$\begin{cases} 2m + 2n = -4 \\ 4m - 2n = 2 \end{cases}$$

$$4m = -4 \rightarrow m = -1 \rightarrow n = -3$$

عبارت $P(x)$ در تقسیم بر $x+1$ و $x-2$ به ترتیب باقی مانده‌ی برابر 3 و -2 دارد

باقی مانده تقسیم $P(x)$ بر x^2-x-2 کدام است؟

$$x+1=0 \rightarrow x=-1 \Rightarrow P(-1)=3$$

$$x-2=0 \rightarrow x=2 \Rightarrow P(2)=-2$$

$$P(x) \begin{array}{l} \overline{) x^2 - x - 2} \\ \underline{Q(x)} \end{array}$$

$$R(x) = ax + b$$

درجه 1

$$x = -1 \Rightarrow$$

$$Q(x) \times (x^2 - x - 2) + ax + b = P(x)$$

$$Q(1+1-2) - a + b = P(-1)$$

$$-a + b = 3$$

$$x = +2 \Rightarrow Q(2+2-2) + 2a + b = P(2)$$

$$2a + b = -2$$

$$\begin{cases} -a + b = 3 \\ 2a + b = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{5}{3} \\ b = \frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow R = -\frac{5}{3}x + \frac{4}{3}$$

بخش‌پذیر باشد $x^2 + 3x - 4$

$$(x-1)(x+4) \rightarrow \begin{matrix} x=1 \\ x=-4 \end{matrix}$$

الر $P(x) = x^2 + ax^2 + 3x + b$

مقادیر a, b کدام اند؟

$$P(1) = 0 \rightarrow 1 + a + 3 + b = 0 \rightarrow a + b = -4$$

$$P(-4) = 0 \rightarrow -16 + 14a - 12 + b = 0 \rightarrow 14a + b = 28$$

$$\begin{cases} a + b = -4 \\ 14a + b = 28 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a - b = 4 \\ 14a + b = 28 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} 13a = 32 \\ a = \frac{32}{13}, b = -\frac{76}{13} \end{matrix}$$

۷۹

الرسالة على تجزئة في السد

$$\begin{array}{r} x^r + ax^r + rx + b \\ -x^r + rx^r + rx \\ \hline \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} x^r + rx - r \\ x + (a-r) \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r} x^r(a-r) + rx + b \\ -x^r(a-r) + rax + rx + ra + r \\ \hline \end{array}$$

$$(-ra + r + r)x + b + ra + r$$

R باقى ما ر

$$R = 0 \Rightarrow -ra + r + r = 0 \rightarrow -ra = -ra$$

$$a = a$$

$$b + ra + r = 0 \xrightarrow{a=a} b + r - r = 0$$

$$b = -r$$

ا بعض جز است $x^r - rx + 1$

عبارت $ax^r + rx^r - ax - r$

عبارت

كدام است؟

$$\begin{array}{r} ax^r + rx^r - ax - r \\ -ax^r + rax + ax \\ \hline \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} x^r - rx + 1 \\ ax + (ra+r) \end{array} \right.$$

$$(ra+r)x^r - rax - r$$

$$-(ra+r)x^r + r(ra+r)x + (ra+r)$$

$$(-ra + r + ra)x - r - r - ra \rightarrow$$

$$ra + r = 0 \rightarrow a = -r$$

$$-ra = r \rightarrow a = -r$$

باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $P(x)$ بر $x-2$ و $x+3$ به ترتیب 1 و -2 است

باقی مانده تقسیم $P(x)$ بر x^2+x-4 کدام است؟

$$\begin{array}{r|l} x+1 & x-1 \\ \hline 2x-1 & -x+2 \end{array}$$

$$P(2) = 1$$

$$P(-3) = -2$$

$$P(x) \mid \frac{x^2+x-4}{Q(x)}$$

$$ax+b$$

$$(x-2)(x+3)$$

$$P(x) = (x^2+x-4)(Q(x)) + ax+b$$

$$P(2) = 1 \Rightarrow P(2) = (0)Q(2) + 2a+b$$

$$\boxed{1 = 2a+b}$$

$$P(-3) = -2 \Rightarrow P(-3) = 0Q(-3) + 3a+b$$

$$\boxed{-2 = 3a+b}$$

$$\ominus \begin{cases} 2a+b=1 \\ -3a+b=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a-b=-1 \\ -3a+b=-2 \end{cases}$$

$$-5a = -3 \rightarrow a = \boxed{1}$$

$$2a+b=1 \xrightarrow{a=1} 2+b=1 \rightarrow b = \boxed{-1}$$

$$R(x) = ax+b = \boxed{x-1}$$

روش دوم: گزینه‌های صحیح است که $P(2) = 1$ ← گزینه اول ✓

با هم $x^2 - 2x + 1$ بخشیدیم باقی $ax^3 + 4x^2 - 14x + 10 - a$ بر $3x^2$ اجزای

ال عبارت

کدام است؟

$$\begin{array}{r|l} 2 & 1 \\ \hline & 3 \end{array}$$

$$ax^3 + 4x^2 - 14x + 10 - a \quad \Big| \quad \frac{x^2 - 2x + 1}{Q(x)}$$

$$\Rightarrow ax^3 + 4x^2 - 14x + 10 - a = Q(x)(x^2 - 2x + 1)$$

$f(x)$ خواهد بود زیرا $x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$ چون $x=1$ را به مضاعف عبارت این را به هم خود f و هم در مشتق اول آن ضربه می‌کنند.

$$f(1) = 0 \Rightarrow a + 4 - 14 + 10 - a = 0 \Rightarrow 0 = 0 \quad \checkmark$$

$$f'(1) = 0 \Rightarrow f'(x) = 3ax^2 + 8x - 14$$

$$f'(1) = 0 \Rightarrow 3a + 8 - 14 = 0 \Rightarrow 3a = 6 \rightarrow a = 2$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0 \rightarrow x^2 = 2x - 1$$

روبرو

$$f(x) = ax^3 + 4x^2 - 14x + 10 - a$$

$$= ax^2 \cdot x + 4x^2 - 14x + 10 - a$$

$$= ax(2x-1) + 4(2x-1) - 14x + 10 - a$$

$$= 2ax^2 - ax + 8x - 4 - 14x + 10 - a = 0$$

$$2a(2x-1) - ax - 6x + 6 - a = 0$$

$$4ax - 2a - ax - 6x + 6 - a = 0$$

$$x(4a-6) + 6-2a = 0 \Rightarrow$$

$$4a-6 = 0 \rightarrow a = 1.5$$

برای مقداری از a جذبهای $f(x) = x^2 + ax^2 - 11x$ بر $x+2$ بخش پذیر

است که کوچکترین ریشه معادله $f(x) = 0$ کدام است؟

$1 - \sqrt{5}$	$1 - \sqrt{3}$
$-1 - \sqrt{5}$	$-1 - \sqrt{3}$

$$f(-2) = 0 \Rightarrow 14 - 11a + 17 = 0$$

$$31 = 11a \Rightarrow a = \frac{31}{11}$$

$$f(x) = x^2 + \frac{31}{11}x^2 - 11x = x(x^2 + \frac{31}{11}x - 11) = x(x+2)(x^2 + 2x - 5)$$

$$\begin{array}{r} x^2 + 2x - 5 \\ x+2 \overline{) x^2 + 2x - 5} \\ \underline{-x^2 + 2x^2} \\ 2x^2 - 11 \\ \underline{-2x^2 + 4x} \\ 4x - 11 \\ \underline{-4x + 8} \\ -3 \\ \underline{-3x + 6} \\ 6x - 11 \\ \underline{-6x + 12} \\ -11 + 12 = 1 \end{array}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \\ x^2 + 2x - 5 = 0 \rightarrow \Delta = 20 \end{cases}$$

$$\frac{-2 \pm \sqrt{20}}{2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{-2 + 2\sqrt{5}}{2} \\ \frac{-2 - 2\sqrt{5}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1 + \sqrt{5} \\ -1 - \sqrt{5} \end{cases}$$

الربعات $f(x) = x^2 + ax^2 - bx + 5$ بر $(x-1)^2$ بخش پذیر باشد b کدام است؟

5	1
4	a

$$f(1) = 0 \rightarrow 1 + a - b + 5 = 0$$

$$a - b = -6$$

$$f'(1) = 0$$

$$2 + 2a - b = 0$$

$$f(x) = x^2 + ax^2 - bx + 5$$

$$\ominus \begin{cases} a - b = -6 \\ 2a - b = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a + b = 6 \\ 2a - b = -2 \end{cases} \Rightarrow \boxed{a = 1}$$

$$a = 1 \rightarrow \boxed{b = 7}$$

$$\frac{-1+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-2\sqrt{3}} \cdot \frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$$

$$\frac{\sqrt{8} + \sqrt{27}}{5 - \sqrt{4}} - 2(\sqrt{9} - 1)^{-1}$$

حاصل عبارت

$$\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2}$$

$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3}$$

$$\rightarrow 3\sqrt{18}$$

$$\frac{\sqrt{8} + \sqrt{27}}{5 - \sqrt{4}} = \frac{2\sqrt{2} + 3\sqrt{3}}{5 - \sqrt{4}} \times \frac{5 + \sqrt{4}}{5 + \sqrt{4}} = \frac{10\sqrt{2} + 2\sqrt{12} + 15\sqrt{3} + 9}{25 - 4}$$

$$\frac{10\sqrt{2} + 4\sqrt{3} + 15\sqrt{3} + 9}{25 - 4} = \frac{19\sqrt{2} + 19\sqrt{3}}{21} = \frac{19(\sqrt{2} + \sqrt{3})}{21}$$

$$= \sqrt{2} + \sqrt{3} \quad \checkmark$$

$$\sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{3^2} = \sqrt{3}$$

$$-2(\sqrt{3} - 1)^{-1} = \frac{-2}{\sqrt{3} - 1} = \frac{-2}{\sqrt{3} - 1} \times \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} + 1} = \frac{-2\sqrt{3} - 2}{3 - 1}$$

$$\frac{-2(\sqrt{3} + 1)}{2} = -\sqrt{3} - 1 \quad \checkmark \Rightarrow \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{3} - 1 =$$

$$\sqrt{2} - 1$$

تجربی ۹۹ ع : حاصل عبارت $\frac{\sqrt{27}-1}{4+\sqrt{3}} + (2-\sqrt{3})^{-1}$ کدام است؟ $\frac{1+\sqrt{3}}{1} \mid \frac{1+2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$ ✓

$$\frac{3\sqrt{3}-1}{4+\sqrt{3}} \times \frac{4-\sqrt{3}}{4-\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}-9-4+\sqrt{3}}{14-3} = \frac{13\sqrt{3}-13}{13}$$

$$= \frac{13(\sqrt{3}-1)}{13} = \sqrt{3}-1$$

$$(2-\sqrt{3})^{-1} = \frac{1}{2-\sqrt{3}} = \frac{1}{2-\sqrt{3}} \times \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \frac{2+\sqrt{3}}{4-3} = 2+\sqrt{3}$$

$$\sqrt{3}-1 + 2+\sqrt{3} = \boxed{1+2\sqrt{3}}$$

$$1 < \frac{x+1}{2x-1} < 3$$

تجربی ۹۹ : ما به تجربی ۹۶ : مجموع جواب نامعادله

کدام است؟ $\frac{(1, 2) \mid (1, 5)}{(1, 2) \mid (1, 2)} \times$

روشن حذف کزنه \Rightarrow

$$x=1 \Rightarrow 1 < 2 < 3 \rightarrow$$

گزینه اول رد
گزینه سوم

$$\Rightarrow x=1,5 \Rightarrow 1 < \frac{2,5}{1} < 3$$

$$1 < 1,25 < 3 \checkmark$$

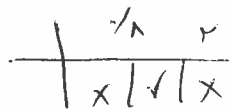
گزینه اول رد
گزینه دوم رد

لذا کزنه چهارم صحیح است

۱۵

روش اول:

$$1 < \frac{x+1}{2x-1} < 3 \Rightarrow \frac{x+1}{2x-1} = 3 \rightarrow x+1 = 4x-3$$



$$\Delta x = 4$$

$$x = \frac{4}{\Delta}$$

$$x = \frac{1}{1}$$

$$\frac{x+1}{2x-1} = 1 \Rightarrow 2x-1 = x+1$$

$$x = 2$$

$$1 < x < 2$$

روش دوم:

$$1 < \frac{x+1}{2x-1} < 3 \xrightarrow{-2} -1 < \frac{x+1}{2x-1} < 1$$

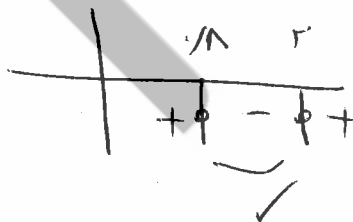
$$-1 < \frac{x+1-2x+2}{2x-1} < 1 \Rightarrow -1 < \frac{-x+3}{2x-1} < 1$$

$$\Rightarrow \left| \frac{-x+3}{2x-1} \right| < 1 \xrightarrow{x \neq \frac{1}{2}} \left| -x+3 \right| < \left| 2x-1 \right| \xrightarrow{201}$$

$$+9x^2 + 9 - 12x < 4x^2 - 4x + 1 \Rightarrow 13x^2 + 14x - 8 > 0$$

$$\Delta x^2 - 14x + 8 < 0 \quad \Delta = 144$$

$$x_{1,2} = \frac{14 \pm \sqrt{144}}{2(\Delta)} \Rightarrow \begin{cases} \frac{14+4}{2} = 2 \\ \frac{14-4}{2} = 1 \end{cases}$$



تجزیه ۹۹ خ: مجموع جواب نامعادله $-1 < \frac{2x-1}{x+1} < 3$ کدام است؟

$(-\infty, -1)$	$(-1, 0)$
$\mathbb{R} - [-1, 0]$	$\mathbb{R} - [-1, 0] \checkmark$

رو به اول \Rightarrow

$$\frac{2x-1}{x+1} = 3 \Rightarrow 2x-1 = 3x+3$$

$$x = -4$$

-2	0
$+$	$+$
$+$	$+$

$$\frac{2x-1}{x+1} = -1 \Rightarrow 2x-1 = -x+1$$

$$\Rightarrow 3x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

رو به دوم \Rightarrow

$$-2 < \frac{2x-1}{x+1} - 1 < 2$$

$$\Rightarrow -2 < \frac{2x-1-x-1}{x+1} < 2 \Rightarrow -2 < \frac{x-2}{x+1} < 2$$

$$\left| \frac{x-2}{x+1} \right| < 2 \Rightarrow |x-2| < 2|x+1|$$

$$x^2 - 4x + 4 < 4x^2 + 8x + 4 \Rightarrow 3x^2 + 12x > 0$$

$$3x(x+4) > 0 \Rightarrow x = 0, x = -4$$

-4	0
$+$	$-$
$+$	$+$

$$\mathbb{R} - [-4, 0]$$

رو به اول $\Rightarrow x = -5 \Rightarrow -1 < \frac{-11}{-4} < 3 \checkmark$

$$x = 0 \Rightarrow -1 < -1 < 3 \quad \times$$

گزینه (۳) صحیح است

۱۷

$4\sqrt{2}$	$4\sqrt{5}$
$2\sqrt{5}$	$5\sqrt{2}$

$$f(x) = x^2 - 2x$$

$x > 1$

تقریباً نسبت محور
ها
 $-f(x)$

$$-x^2 + 2x$$

↑ ۱۴، ۱۴، ۱۴
→

$$-x^2 + 2x + 14$$

بوجود درایع
 $y_1 = y_2$

$$x^2 - 2x = -x^2 + 2x + 14$$

$$2x^2 - 4x - 14 = 0 \implies x^2 - 2x - 7 = 0$$

$$(x - 2)(x + 5) = 0 \implies \begin{cases} x = 2 \\ x = -5 \end{cases} \quad \begin{matrix} \checkmark \\ \times \end{matrix} \quad \text{با } (x > 1)$$

$$f(x) = x^2 - 2x \xrightarrow{x=2} 14 - 4 = 10$$

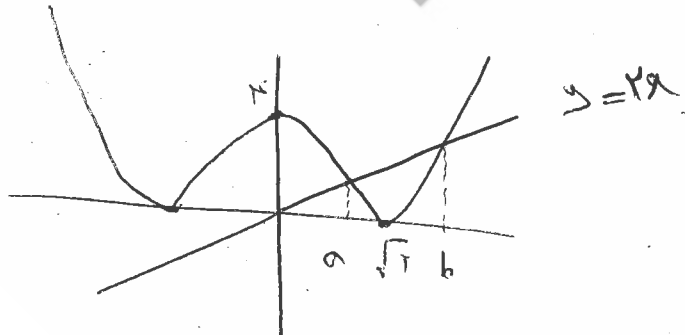
$$\sqrt{4^2 + 14^2} = \sqrt{14 + 4 \times 14} = \sqrt{14 \times 5} = 2\sqrt{35}$$

تجیبی ۹۹: در بازه (a, b) نمودار تابع با ضابطه $y = |2x^2 - 4|$ در زیر خط

$y = 2x$ واقع است بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

۲	①
۴	۳

$$2x^2 - 4 = 0 \implies 2x^2 = 4 \implies x^2 = 2 \implies x = \pm\sqrt{2}$$



$$|x^2 - 2| < 2x \implies |x^2 - 2| < 2x$$

$$x > 0 \implies x^2 - 2 < 2x \implies x^2 - 2x - 2 < 0$$

$$(x - 2)(x + 1) < 0 \implies \frac{-1}{1} < x < \frac{2}{1}$$

$$x < 0 \implies -x^2 + 2 < 2x \implies x^2 + 2x - 2 > 0 \implies x = 2$$

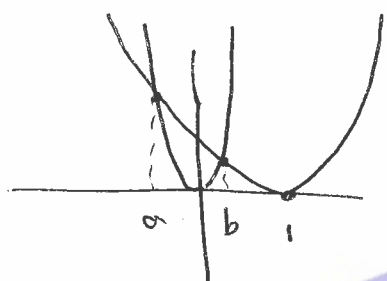
$$\implies x = -2, 1 \implies x = 1 \quad 2 - 1 = 1$$

تجربی ۹۹ خ = در بازه (a, b) نمودار تابع $y = (x-1)^2$ بالاتر از نمودار تابع

$$\frac{\left(\frac{3}{2}\right)}{\frac{5}{2}} \Bigg| \begin{array}{l} 1 \\ 2 \end{array}$$

$y = 4x^2$ است. بیشترین مقدار $b-a$ کدام است؟

در تابع $y = (x-1)^2$ بالاتر است چه هم
 قرار دارند که $y = (x-1)^2 > 4x^2$ بالاتر است
 داشتند



$$|x-1| > 2x^2$$

مماس بر محور $x \Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow$ اتحاد مربع
 $y = (x-1)^2 \rightarrow$ در ریشه داخل برانتر $x=1$ و ضریب $\oplus x^2 \rightarrow \min$

عمل b و a کمتر از $x=1$ است $\Rightarrow |x-1| > 2x^2$

لذا داخل محور مطلق \bullet متن خواهد بود

$$-x+1 = 2x^2 \Rightarrow 2x^2 + x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \rightarrow a \\ x = \frac{1}{2} \rightarrow b \end{cases}$$

$$\frac{1}{2} - (-1) = \frac{3}{2}$$

تجربی ۹۹: آلد $f(x) = 2x - [2x]$ و $g(x) = -x^2 + 4x$ برد تابع $f \circ g$ را

است؟

$$\begin{array}{c|c} [0, 3) & [0, 2) \\ \hline [1, 4) & [0, 4) \end{array}$$

می دانیم $0 \leq x - [x] < 1$

$$\Rightarrow 0 \leq 2x - [2x] < 1 \Rightarrow 0 \leq f(x) < 1$$

$$g(x) = -x^2 + 4x \xrightarrow{\frac{b^2}{4a}} -\underbrace{x^2 + 4x + 4} + \underbrace{-4} - \underbrace{4}$$

$$g(x) = -(x-2)^2 + 4$$

$$\Rightarrow 0 \leq f(x) < 1 \Rightarrow$$

$$-1 < f(x) - 2 < -1 \Rightarrow 1 < (f(x) - 2)^2 \leq 2^2$$

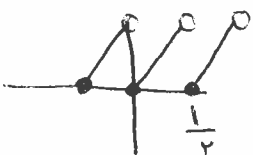
$$-4 < -(f(x) - 2)^2 < -1 \Rightarrow 0 \leq 4 - (f(x) - 2)^2 < 3$$

$$0 \leq g \circ f(x) < 3$$

روش دوم

برای برد $f \circ g$ کافی است ابتدا اشیای برد g را دانست

قدری دهیم تابع f در بازه $[0, 1)$ یکنوا است



$$[0, 1) \xrightarrow{f} \begin{cases} x=0 \rightarrow 0 \\ x=1 \rightarrow 3 \end{cases} \rightarrow R_{g \circ f} = [0, 3)$$

روشن تر

$$f(x) = 2x - [2x] \Rightarrow 0 \leq f(x) < 1$$

$$g(x) = -(x-2)^2 + 2 \Rightarrow 0 \leq x < 1 \Rightarrow 0 \leq g(x) < 2$$

تجربین ۹۹ خ: الی $f(x) = [x] - x$ و $g(x) = \frac{1-2x}{x+1}$ باشد برداشته $g \circ f$

کدام است ؟

$$\begin{array}{c|c} (-1, 1] & [-1, 1) \\ \hline (-\infty, 1] & [1, +\infty) \end{array}$$

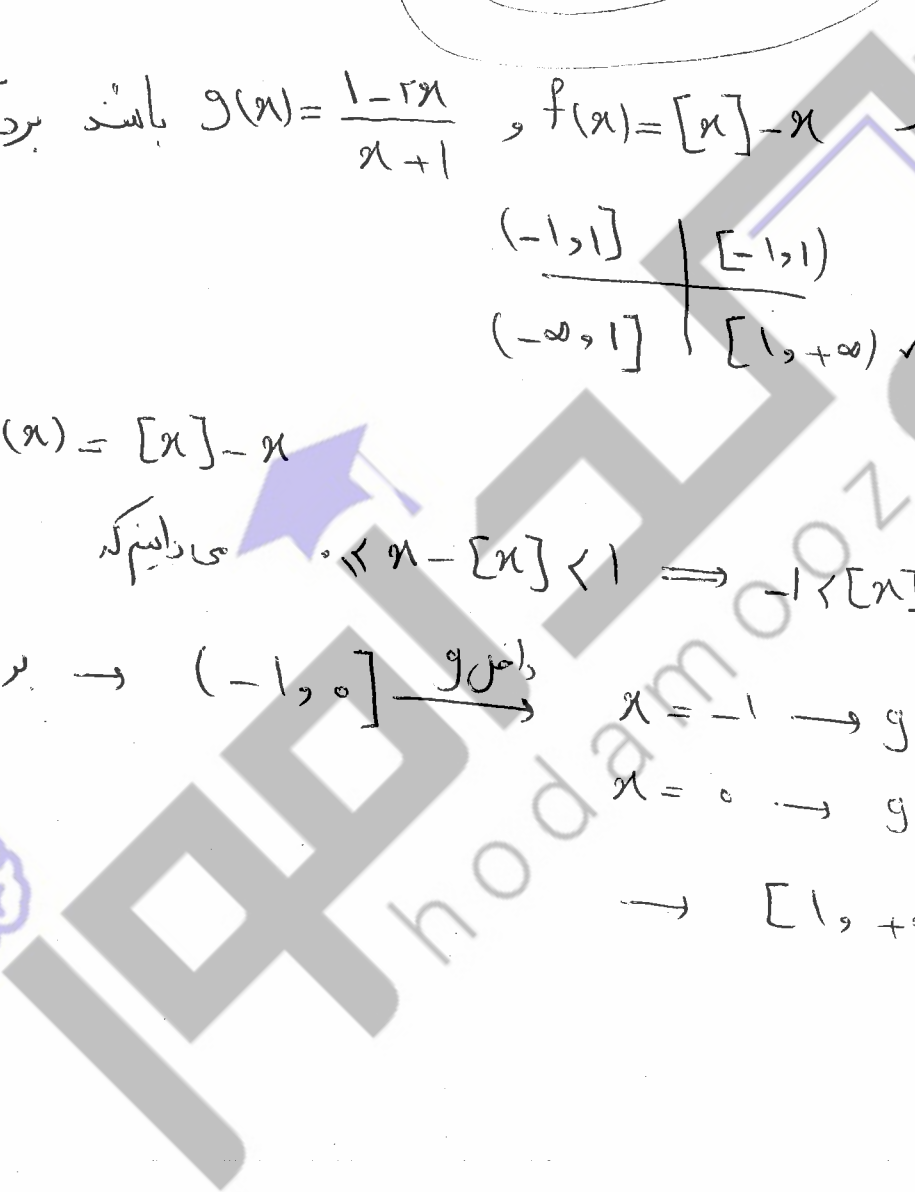
$$f(x) = [x] - x$$

می دانیم که $0 \leq x - [x] < 1 \Rightarrow -1 \leq [x] - x \leq 0$

f برد $\rightarrow (-1, 0]$ داخل \rightarrow

$$x = -1 \rightarrow g(-1) = \frac{3}{0} = +\infty$$
$$x = 0 \rightarrow g(0) = 1$$

$$\rightarrow [1, +\infty) \checkmark$$



تجربی 99: نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x}$ را در امتداد محور x ها، 12 واحد در جهت

مثبت و پس در امتداد محور y ها 2 واحد در جهت مثبت انتقال می دهیم فاصله نقطه برخورد منحنی

حاصل با نمودار تابع f از سه اعمق است کدام است؟

$4\sqrt{7}$	$4\sqrt{15}$
$4\sqrt{10}$	$4\sqrt{17}$

\sqrt{x} 12 واحد در جهت x محور x $\sqrt{x-12}$ $\xrightarrow{2 \text{ واحد } y}$ $\sqrt{x-12} + 2$

$\begin{cases} y = \sqrt{x} \\ y = \sqrt{x-12} + 2 \end{cases} \Rightarrow \sqrt{x-12} + 2 = \sqrt{x}$ $\xrightarrow{\text{توان 2}}$

$x-12 + 4 + 4\sqrt{x-12} = x$

$-12 + 4 + 4\sqrt{x-12} = 0 \Rightarrow 4\sqrt{x-12} = 8$

$\sqrt{x-12} = 2 \xrightarrow{\text{توان 2}} x-12 = 4 \rightarrow x = 14$

$x = 12$

$y = \sqrt{14} = 4$

عمل برخورد $\begin{bmatrix} 14 \\ 4 \end{bmatrix}$

فاصله با مبدأ $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

$\sqrt{(14-0)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{14^2 + 16}$

$\sqrt{14(14+1)} = \sqrt{14} \sqrt{15} = 4\sqrt{15}$

تجربی 99 خ: نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^2 - 2x$ $x > 1$ را در امتداد محور x ها 14 واحد در جهت مثبت انتقال می دهیم

فاصله نقطه برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع f از سه اعمق است کدام است؟

تجربہ ۹۹ :

فرض کنید چند جدای $P(x)$ بر $x^2 - 1$ بخش پذیر باشد اگر $Q(x) = P(x-1) + P(1-x)$

آنگاه حاصل تقسیم $Q(x)$ بر $x-2$ کدام است ؟

$$\begin{array}{r|l} 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{array}$$

$P(x)$ بر $x^2 - 1$ بخش پذیر است لذا $P(x)$ بر $(x-1)(x+1)$ بخش پذیر

$$P(1) = 0$$

$$P(-1) = 0$$

است ←

یعنی در رابطه Q بجای $x=2$ تقسیم $Q(x)$ بر $x-2$

$$\Rightarrow Q(2) = P(2-1) + P(1-2) \Rightarrow Q(2) = P(1) + P(-1) = 0 + 0 = 0$$

تجربہ ۹۹ خ : فرض کنید باقی مانده تقسیم چند جمله $P(x)$ بر $x-4$ ، $x+2$ به ترتیب

۳ و ۱ باشد باقی مانده تقسیم

$P(x^2) + 4P(-x)$ بر $x-2$ کدام است ؟

$$\begin{array}{r|l} 1 & 0 \\ -1 & 7 \end{array} \textcircled{7}$$

$$x-4=0 \Rightarrow P(4)=3$$

$$x+2=0 \Rightarrow P(-2)=1$$

$$x-2=0 \Rightarrow x=2 \rightarrow P(2^2) + 4P(-2)$$

$$= P(4) + 4P(-2)$$

$$= 3 + 4 = 7$$

۹۳

تجربی ۹۹

۹ و وارون تابع $f(x) = x + \sqrt{x}$ باشد مقدار $g(4) + g(12)$ ؟

الر

$$\begin{array}{r|l} 11 & 10 \\ \hline 14 & 13 \end{array}$$

۹ تابع وارون = ۹ تابع f را می

$$\begin{cases} x + \sqrt{x} = 12 \Rightarrow x = 9 \\ x + \sqrt{x} = 4 \Rightarrow x = 1 \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} + \\ + \end{array} \right\} \quad 9 + 1 = 10$$

تجربی ۹۹: تابع f با ضابطه $f(x) = x - \frac{2}{x}$ در دامنه $D_f = (-\infty, 0)$

در نظر بگیرید. نمودار تابع f ^{چهار} بار با کدام طول قطع می کند؟

$$\begin{array}{r|l} 2 & 1 \\ \hline 3 & 2 \end{array}$$

$y = -x \Rightarrow f^{-1}(x) = -x$

$(a, -a) \in f^{-1} \Rightarrow (-a, a) \in f \Rightarrow a = -a - \frac{2}{-a}$

$a = -a + \frac{2}{a} \Rightarrow 2a = \frac{2}{a} \Rightarrow$

$a^2 = 1 \Rightarrow a = \pm 1$

تجربی ۹۹ خ

۹ و وارون تابع $f(x) = x + \sqrt{x}$ باشد حاصل $g(3) + g(15)$ فرض کنید

$g(3) \Rightarrow 3 = x + \sqrt{x} \rightarrow x = 1$

$15 = x + \sqrt{x} \rightarrow x = 9$

$$\begin{array}{r|l} 10 & 1 \\ \hline 12 & 11 \end{array}$$

تابع f باضابطہ $f(x) = x - \frac{1}{2x}$ بردارند (مفروض السان و در تابع f^{-1} ساز

$$\begin{array}{c|c} -\frac{1}{2} & -1 \\ \hline -\frac{3}{2} & -\frac{3}{2} \end{array}$$

ناحیدرم را با کدام طول قطع می کند؟

$$y = -x \Rightarrow (a, -a) \in f^{-1} \Rightarrow (-a, a) \in f$$

$$a = -a - \frac{1}{-2a} \Rightarrow 2a = \frac{1}{2a}$$

$$4a^2 = 1 \rightarrow a^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow a = \pm \frac{1}{2}$$

ریاضی ۹۹: باقی مانده تقسیم چند جمله ای $p(x)$ بر $x-1$ و $2x+1$ به ترتیب ۸ و ۵

است باقی مانده تقسیم $p(x)$ بر $2x^2 - x - 1$ کدام است؟

$$\begin{array}{r|l} x+3 & -x+4 \\ \hline 2x-3 & 2x+4 \end{array}$$

$$x-1=0 \Rightarrow x=1 \Rightarrow p(1)=8$$

$$2x+1=0 \Rightarrow x=-\frac{1}{2} \Rightarrow p(-\frac{1}{2})=5$$

$$2x+7 \rightarrow 2(1)+7=9$$

$$2x+1 \rightarrow 2(-\frac{1}{2})+4=3$$

گزینه ای که این دو شرط برقرار باشد صحیح است

روستاد

$$p(x) \mid \frac{2x^2 - x - 1}{q(x)} \Rightarrow p(x) = (2x^2 - x - 1)q(x) + ax + b$$

$$\begin{cases} p(1) = 8 \Rightarrow a + b = 8 \\ p(-\frac{1}{2}) = 5 \Rightarrow -\frac{1}{2}a + b = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 4 \end{cases} \rightarrow ax + b \rightarrow 2x + 4$$

۹۵

$$y = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$$

$$y = \frac{1}{r}x + 2$$

مسئله نامیه محدود در نمودارها در تابع ریاضی ۹۹

$$y = \sqrt{x^2 - 4x + 4} = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2|$$

۹	۸
۱۲	۱.

کدام است؟

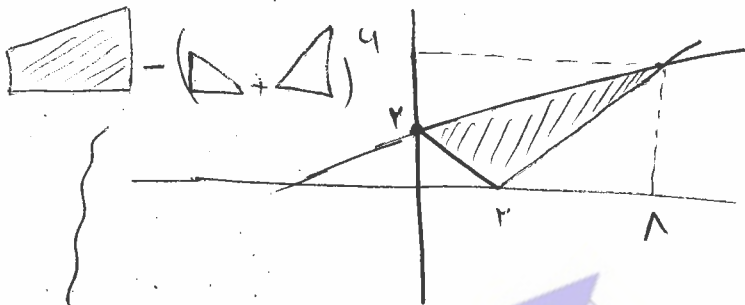
$$y = |x-2| \rightarrow x-2 = \frac{1}{r}x + 2 \Rightarrow \frac{1}{r}x = 4$$

$$y = \frac{1}{r}x + 2$$

$$\Rightarrow x = 8 \text{ بر محور}$$

$$y = \frac{1}{r}x + 2$$

x	۰
y	۲



$$x=8 \Rightarrow y = |x-2| = |8-2| = 6$$

$$S = \frac{1}{r}(8) \times 8 - \left(\frac{1}{r} \times 2 \times 2 + \frac{1}{r} \times 6 \times 6 \right) = 12$$

ریاضی ۹۹: اگر $f(x) = x + \sqrt{x}$, $g(x) = \frac{9x+4}{1-x}$ باشد مقدار $g \circ f^{-1}(20) = ?$

$$\hookrightarrow g(f^{-1}(20)) \Rightarrow$$

۲	۲
۵/۳	۵/۳

$$f^{-1}(20) \Rightarrow x + \sqrt{x} = 20 \Rightarrow \boxed{x=14}$$

$$g^{-1}(14) \Rightarrow \frac{9x+4}{1-x} = 14 \Rightarrow 14 - 14x = 9x + 4$$

$$23x = 10 \rightarrow x = \frac{10}{23} = \boxed{\frac{2}{23}}$$

ریاضی ۹۹ خ برای مقدار a چند جمله ای

$$p(x) = 2x^4 + ax^3 + 2x^2 - 3x$$

۱-۲ بخش پذیر است در این حالت باقی مانده $p(x)$ بر $x+2$ کدام است؟

$$\begin{array}{r|l} x & 4 \\ -10 & -a \end{array}$$

$$2x-1=0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$p\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \Rightarrow 2\left(\frac{1}{16}\right) + a\left(\frac{1}{8}\right) + 2\left(\frac{1}{4}\right) - \frac{3}{2} = 0$$

$$\xrightarrow{x \cdot 8} \quad 1 + a + 4 - 12 = 0 \rightarrow a = 7$$

$$x+2 \text{ بر } p(x) \rightarrow x+2=0 \rightarrow x = -2$$

$$p(-2) = 2(-2)^4 + 7(-2)^3 + 2(-2)^2 - 3(-2)$$

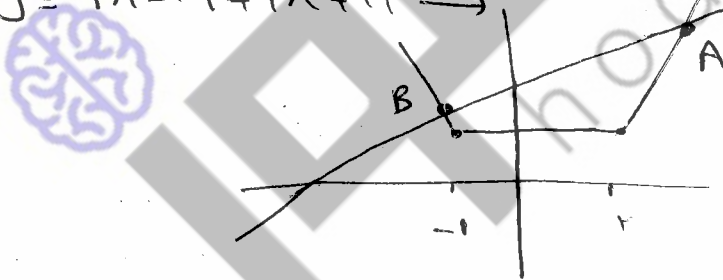
$$= 32 - 56 + 8 + 6 = -10$$

ریاضی ۹۹ خ شودارهای دو تابع $y = |x-2| + |x+1|$ و $y = x+7$ دو نقطه A, B

$$\begin{array}{r|l} 12 & 12 \\ \sqrt{2} & 10\sqrt{2} \end{array}$$

مقاطع هستند اندازه یارو خط AB کدام است؟

$$y = |x-2| + |x+1| \rightarrow \text{طولان از ۱ تا ۲}$$



$$x > 2 \quad y = x-2 + x+1 = 2x-1 \Rightarrow \begin{cases} 2x-1 = x+7 \\ x = 8 \\ y = x+7 \xrightarrow{x=8} y = 15 \end{cases}$$

$$x < -1 \Rightarrow y = -x+2 - x-1 = -2x+1$$

$$-2x+1 = x+7 \rightarrow -3x = 6$$

$$x = -2 \rightarrow y = x+7 = -2+7 = 5$$

$$A \begin{array}{l} 8 \\ 15 \end{array}$$

$$AB = \sqrt{(8 - (-2))^2 + (15 - 5)^2} = \sqrt{100 + 100} = 10\sqrt{2} \quad B \begin{array}{l} -2 \\ 5 \end{array}$$

$g(x) = \frac{3-x}{2}$, $f(x) = x^2 - 4x + 9$

ریاضی ۹۹ خ با فرض $x \geq 2$

$\frac{3}{2} \mid \frac{3}{0}$

حاصل $f \circ g^{-1}(-9) = ?$

$f \circ g^{-1}(-9) = f(g^{-1}(-9))$

$g^{-1}(-9) \Rightarrow g(x) = -9 \Rightarrow \frac{3-x}{2} = -9 \Rightarrow 3-x = -18$

$x = 21$

$f^{-1}(21) \Rightarrow f(x) = 21 \Rightarrow x^2 - 4x + 9 = 21$

$x^2 - 4x - 12 = 0$

$(x-4)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=4 \checkmark \\ x=-2 \times \end{cases}$

ریاضی ۹۹ خ

ابتدا عریضه نمودار تابع $f(x) = (x-1)^2$ را نسبت به مبدأ مختصات رسم کردن سپس منحنی حاصل

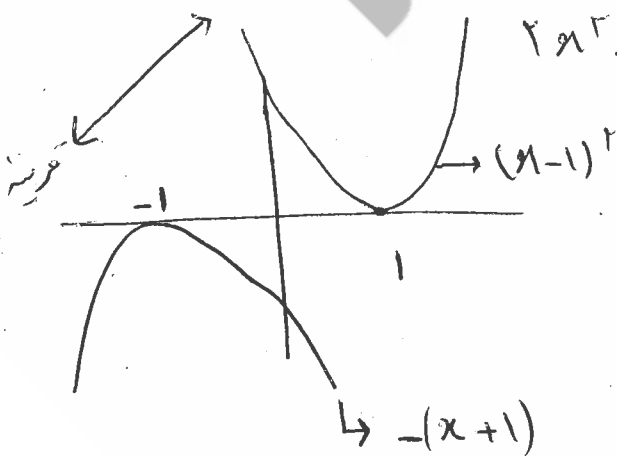
را ۴ واحد به سمت بالا انتقال می دهیم. طول نقطه تلاقی منحنی اخیر با منحنی اصلی کدام است؟

$\begin{array}{r|l} 2x-1 & 0 \ 2 \\ \hline -2x+1 & 1 \ 0 \end{array}$

$(x-1)^2 \xrightarrow{\text{مربع}} -(x+1)^2 \xrightarrow[\text{بالا}]{\text{۴ واحد}} -(x+1)^2 + 4$

$-(x+1)^2 + 4 = (x-1)^2 \Rightarrow -x^2 - 2x - 1 + 4 = x^2 - 2x + 1$

$2x^2 - 2 = 0 \rightarrow 2x^2 = 2 \rightarrow x = \pm 1$



ریاضی ۹۹ = عریضه نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را نسبت به محور لگاریتمی کردن سپس منحنی

حاصل را ۴ واحد به سمت راست انتقال می دهیم منحنی اخیر منحنی اصلی نسبت به کدام خط متقارن

است؟

$x = 1/5$	$x = 1$
$x = 2/5$	$x = 2$

\sqrt{x} $\xrightarrow[\text{عریضه نمودار}]{\text{و}}$ $\sqrt{-x}$ $\xrightarrow{\text{راست } 4}$

$\sqrt{-(x-4)}$ \Rightarrow $\sqrt{x} = \sqrt{-x+4}$ $\xrightarrow{\text{مربع}}$

$x = -x + 4 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$



هواپیمای هودامووز hodamooz

99

مقدار $b = \sqrt{\sqrt{4} + 2}$ و $a = \sqrt{\sqrt{4} - 2}$

تجربی ۱۴۰۰ فرض کنید

$(a^2 + b^2 - rab)^2 (a^2 + b^2 + rab)^2 = ?$

$2(2-\sqrt{3})$	$2(2+\sqrt{3})$
$14(2-\sqrt{3})$	$14(2+\sqrt{3})$

$((a-b)^2)^2 ((a+b)^2)^2 = (a^2 - b^2)^4$

$((a^2 - b^2)^2)^2 = (\sqrt{\sqrt{4} + 2} - \sqrt{\sqrt{4} - 2})^2$

$\sqrt{4} + 2 + \sqrt{4} - 2 - 2\sqrt{(\sqrt{4} + 2)(\sqrt{4} - 2)}$

$= 2\sqrt{4} - 2\sqrt{4-2} = 2\sqrt{4} - 2\sqrt{2}$ ۲ ضرب

$2 \times 2 + 2 - 2\sqrt{2} = 4 + 2 - 2\sqrt{2} = 6 - 2\sqrt{2}$
 $= 14(2 - \sqrt{3})$

تجربی ۱۴۰۰ فرض کنید x_1 و x_2 جوابهای معادله $(\sqrt{x^2 + \frac{1}{\sqrt{x}}} + 1)(\sqrt{x^2 - 1}) = 2\sqrt{x}$

با استفاده مقدار $x_1 + x_2 = ?$

2	1
-1	0

$(\sqrt{x^2 + \frac{1}{\sqrt{x}}} + 1)(\sqrt{x^2 - 1}) = 2\sqrt{x}$

$\Rightarrow (\sqrt{x^2 - 1})(\sqrt{x^2 + \frac{1}{\sqrt{x}}} + 1) = 2\sqrt{x}$
جای و حذف

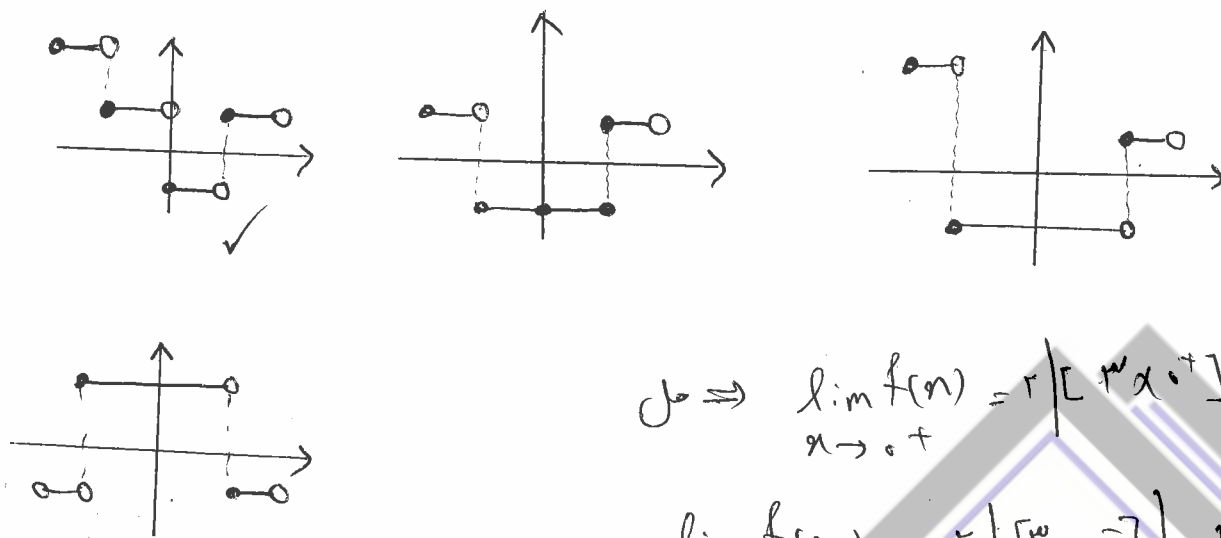
$x^2 - 1 = 2\sqrt{x} \rightarrow x^2 - 2\sqrt{x} - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{4 + 4}}{2} = 1$

۱۰۰

$-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$ برای $y = 2| [3x] | - 1$

تجربی ۱۳۰: نمودار تابع

کدام است!



$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 2| [3x^{0^+}] | - 1 = -1$

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 2| [3x^{0^-}] | - 1 = 1$

$x = \sqrt{y+3} - \sqrt{y-3}$

$2y = x^2$

تجربی ۱۳۰: حاصله تقوده تلاقی منحنی ها

باید احتمالات کدام است!

$\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{15}} \mid \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$

$x = \sqrt{y+3} - \sqrt{y-3} \xrightarrow{2 \text{ توان}}$ $x^2 = y+3 + y-3 - 2\sqrt{y^2-9}$

$x^2 = 2y - 2\sqrt{y^2-9}$

$2y = x^2 \Rightarrow 2y = 2y - 2\sqrt{y^2-9} \Rightarrow 2\sqrt{y^2-9} = 0$

$f(y^2-9) = 0 \Rightarrow y = \pm 3 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow x = \sqrt{4}$

$A \mid \frac{\sqrt{4}}{3} \rightarrow d = \sqrt{(\sqrt{4})^2 + 3^2} = \sqrt{15}$

$\frac{10^x + 10^{x+1} + 10^{x+2} + 10^{x+3} + 10^{x+4} + 10^{x+5}}{10^{x-2} + 10^{x-1} + 10^x + 10^{x+1} + 10^{x+2} + 10^{x+3}}$

تجربی ۱۴۰: آرد

مقدار کدام است!

$\frac{2}{3}$

۱.۱

$$\frac{3^n (1 + 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5)}{2^{n-2} (1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5)} = \frac{3^n \times \frac{3^6 - 1}{3 - 1}}{2^{n-2} \times \frac{2^6 - 1}{2 - 1}} = 5^2$$

$$\Rightarrow 3^n = 2^{n-2} \times 9 \rightarrow 3^n = 2^n \times \frac{9}{4}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^n = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \rightarrow n = 2$$

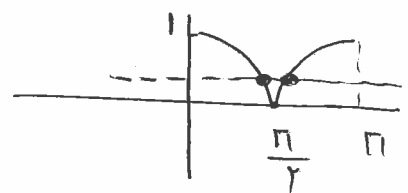
تجربی ۱۴: نمودار تابع $y = 2 |\sin x|$ را ابتدا با اندازه $\frac{\pi}{4}$ در امتداد محور x ها در جهت مثبت

و سپس در امتداد محور y ها در جهت منفی انتقال می دهیم تعداد محل تقاطع نمودار حاصل با محور x ها در فاصله $[\frac{\pi}{4}, \pi]$ کدام است؟

$$y = 2 \quad | \sin(x - \frac{\pi}{4}) | \quad | -\cos x |$$

$$y = 2 \quad | \cos x | \quad -\frac{\pi}{4} \rightarrow y = 0 \quad | \cos x | \quad \frac{\pi}{4} \rightarrow \text{Log}_2$$

$| \cos x | = \text{Log}_2 2$
 $| \cos x | = 1$
 $\Rightarrow | \cos x | = \frac{1}{2} \rightarrow x = \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$



تجربى ۱۴: تصویر نمودار تابع $y = 2 + \sqrt{x-1}$ را ابتدا به خط $y = 1$ رسم کرده

و سپس نمودار حاصل را ۲ واحد در جهت مثبت \oplus محور x ها و ۳ واحد در جهت منفی محور y انتقال می دهیم و آن را $y = g(x)$ می نامیم مقدار $g(4)$ و

$$y = 2 + \sqrt{x-1} \Rightarrow \sqrt{x-1} = y-2 \rightarrow x-1 = (y-2)^2$$

$$x = (y-2)^2 + 1 \Rightarrow y = \sqrt{x-1} + 1$$

$$y = (\sqrt{x-1} - 2)^2 + 1 - 3 \Rightarrow y = (x-4)^2 - 2 \rightarrow y = -2$$

۱۰۲

تعیین ۱۴۰۰ خ = تابع $y = 2$ را در امتداد محور x ها در جهت منفی $x+|x|$

و سپس در امتداد محور y ها 2 واحد در جهت منفی انتقال می دهیم منحنی حاصل محور x ها را

$\frac{5}{2}$	$-\frac{5}{2}$
$\frac{7}{2}$	$-\frac{3}{2}$

با کدام طول قطع می کند؟

$$y = 2 \quad x+3+|x+3| = -1 \Rightarrow -2 = 0$$

از روی گراف $x = -\frac{5}{2}$

تعیین ۱۴۰۰ خ فرض کنید M نقطه تلاقی منحنی $y = \sqrt{x+3} - 1$ با تابع وارون خود باشد

فاصله نقطه M از مبدأ مختصات کدام است؟

$\sqrt{2}$	2
$2\sqrt{2}$	$\frac{3}{2}$

عمل بر محور y تابع f^{-1} از روی خط $y = x$ قرار دارد.

$$\sqrt{x+3} - 1 = x \xrightarrow{\text{توان ۲}} \sqrt{x+3} = x+1$$

$$x+3 = x^2 + 2x + 1 \rightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

$$(x+2)(x-1) = 0 \rightarrow \begin{matrix} x = -2 \\ x = 1 \end{matrix}$$

$$y = \sqrt{x+3} - 1 \xrightarrow{x=1} y = 1 \quad [1]$$

$$\sqrt{(1-0)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{2}$$

فاصله نامبدأ مختصات

تجربہ ۱۴۰۰ خ: مجموع پول علی و اکرم ۱۰۰ اتومبا است. الر علی ۰ اتومبا از پولسارا

به اکرم بدهد آن گاه حاصل ضرب پولهای باقی مانده آنها ۴۷۵ اتومبا خواهد بود.

$$\begin{array}{r|l} 15 & 9 \\ \hline 91 & 85 \end{array} \quad ! \text{ کدام است!}$$

اکرم علی

$$x + y = 100 \Rightarrow (x - 10)(y + 10) = 475$$

$$(100 - y - 10)(y + 10) = 475$$

$$(90 - y)(y + 10) = 475 \Rightarrow -(y - 90)(y + 10) = 475$$

$$\Rightarrow -(y^2 - 80y - 900) = 475$$

$$y^2 - 80y - 425 = 0$$

$$(y - 85)(y + 5) = 0 \Rightarrow \boxed{y = 85} \checkmark$$

$$y = -5$$

ریاضی ۱۴۰۰ نمودار منحنی $y = \sqrt{4-x}$ را k واحد در راستای قائم و $k-2$ واحد

در جهت افقی چنان انتقال می دهیم که منحنی جدید وارون تابع خود را در نقطه ای به عرض ۱ قطع کند پس منحنی حاصل را k واحد در راستای قائم به سمت چپ انتقال می دهیم. طول تپه برخورد

منحنی به سمت آمده را با محور x ها کدام است!

$$\begin{array}{r|l} 2 & 1 \\ \hline -6 & -3 \end{array}$$

$$\sqrt{4-x} \rightarrow \sqrt{4-x} + k \rightarrow \sqrt{4 - (x - (k-2))} + k$$

وارون روی خط $y = x$ (۱،۱)

$$\sqrt{-1+k+2+k} = 1 \rightarrow \sqrt{k+1} = 1-k$$

$$1-k \geq 0 \rightarrow k \leq 1 \rightarrow k+1 = k^2 - 2k + 1 \rightarrow k^2 - 3k = 0$$

$$k=0, 3 \rightarrow \boxed{k=0} \quad \sqrt{-x+2-1} = 0 \rightarrow -x+2=1 \rightarrow x=1$$

فرض کنید برد تابع $f(x) = \sqrt[3]{9\cos^2 x - 1} - \sqrt[3]{1 - 9\cos^2 x}$ ریاضی ۱۴۰۰

صورتاً $[a, b]$ باشد مقدار $b - a$ کدام است!

$\frac{15}{2}$	$\frac{9}{2}$
$\frac{21}{2}$	$\frac{9}{2}$

$$-1 \leq \cos x \leq 1 \rightarrow -1 \leq 9\cos^2 x \leq 9 \rightarrow -1 \leq 9\cos^2 x - 1 \leq 8 \rightarrow -1 \leq \sqrt[3]{9\cos^2 x - 1} \leq 2$$

$$\Rightarrow -2 \leq \sqrt[3]{1 - 9\cos^2 x} \leq 1$$

$$\Rightarrow f(x) = 2^{-1} - 2^1 = -\frac{7}{2}, \quad f(x) = 2^2 - 2^{-2} = \frac{15}{2}$$

$$\left[-\frac{7}{2}, \frac{15}{2}\right] \rightarrow \frac{15}{2} - \left(-\frac{7}{2}\right) = \frac{22}{2}$$

ریاضی ۱۴۰۰ تابع چندجمله‌ای درجه دوم با ضرایب طبیعی $P(x)$ مخروفت است الی سائده
 و خارج قسمت تقسیم $P(x)$ بر $P'(x)$ (مستقیم تابع) به ترتیب -2 و $\frac{1}{7}x + 1$ باشد کمترین
 مقدار مجموع ضرایب $P(x)$ کدام است!

4	2
9	7

$$P(x) = ax^2 + bx + c \Rightarrow \frac{ax^2 + bx + c}{P(x)} = (2ax + b)\left(\frac{1}{7}x + 1\right) - 2$$

$$P'(x) = 2ax + b$$

$$ax^2 + \underbrace{(2a + \frac{b}{7})x}_b + \underbrace{b - 2}_c = ax^2 + bx + c$$

$$c = b - 2, \quad 2a + \frac{b}{7} = b \rightarrow b = 7a$$

$$a + b + c = a + 7a + 7a - 2 = 15a - 2 \xrightarrow{a=1} = 13$$

مجموع

1.5

فرض کنید مجموعه جواب نامعادله $(m^2-1)x^2 - 4mx + 4 > 0$ (رابطی ۱۴.۰)

به ازای $x > \frac{3}{2}$ بازه $[2, 4]$ باشد مقدار m کدام است؟

$$\begin{array}{c|c} 2 & 1 \\ \hline -2 & 0 \end{array}$$

$x > \frac{3}{2} \Rightarrow$ مخرج $(+)$ صورت > 0

$$(m^2-1)x^2 - 4mx + 4 > 0 \quad (\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)$$

$(+)$ $(-)$

$$\Rightarrow (m^2-1)x^2 - 4mx + 4 < 0 \quad m=10$$

$$-x^2 + 4 < 0 \quad \checkmark$$



تجربی ۱۴.۱: حاصل عبارت $\sqrt[4]{(4+\sqrt{7})^{-1}} \sqrt{1+\sqrt{7}}$ کدام است؟

$$\begin{array}{c|c} 2 & 1 \\ \hline 2\sqrt{2} & \sqrt{2} \end{array}$$

$$\sqrt[4]{(4+\sqrt{7})^{-1}} \times \sqrt{(1+\sqrt{7})^2} = \sqrt[4]{(4+\sqrt{7})^{-1} \times (1+\sqrt{7})^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1+2\sqrt{7}}{4+\sqrt{7}}} = \sqrt{2}$$

تجربی ۱۴.۱: اگر ۸ و ۵ به ترتیب جداً پنجم و دهم یک دنباله حسابی خاص باشند جمله شانزدهم کدام است؟

$$a_8 = 11 \\ a_{10} = 5$$

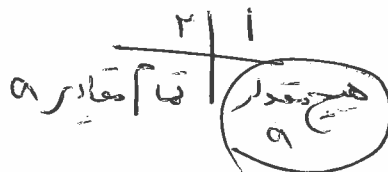
$$d = \frac{a_{10} - a_8}{10 - 8} = \frac{5 - 11}{2} = -3$$

۱.۶

$$a_{14} = a_{10} + 4d = 5 + (4 \times -4) = 5 - 16 = -11$$

$$y = ax^2 + (3+2a)x$$

تجزیه ۱۴.۱: برای چند مقدار a ، بسوی



مختصاً منی خورد؟

$c=0 \Rightarrow$ محورهای را در صفر قطع می کند

$$y = x(a x + 3 + 2a) \Rightarrow$$

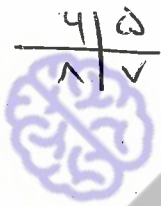


$$a > 0$$

$$3 + 2a < 0 \Rightarrow 2a < -3 \Rightarrow a < -\frac{3}{2}$$

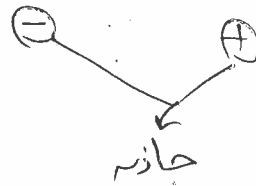
معمولاً جواب ها اشتراک ندارند.

تجزیه ۱۴.۱: $\frac{4-2x}{3x+1} \geq 0$ با استفاده از معادله $[3x]$ حد عنصر دارند



$$\frac{4-2x}{3x+1} \geq 0 \Rightarrow$$

$$(4-2x)(3x+1) \geq 0$$



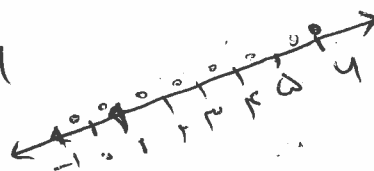
$$4-2x=0 \rightarrow x=2$$

$$3x+1=0 \rightarrow x=-\frac{1}{3}$$

$$\left(-\frac{1}{3}, 2\right]$$

$$-\frac{1}{3} < x \leq 2 \xrightarrow{x^2} -1 < 3x \leq 4$$

مقدار



تجربہ ۱۴.۱: دو تابع $f(x) = b - 3ax$ و $g(x) = c - (3b - 3)x$ ثابت ہوتے ہیں۔

اگر $f + g = 5$ ہاں c کا قدر کیا ہے؟

$$\begin{array}{r} 4 \mid 12 \\ -4 \mid -2 \end{array}$$

$3a = 0 \Rightarrow a = 0$ $3b - 3 = 0 \Rightarrow b = 1$

$f(x) = b$

$g(x) = c$

$b + c = 5 \xrightarrow{b=1} c = 4$

تجربہ ۱۴.۱: دو درجہ اولیٰ باضابطہ $f(x) = 4x - x^2$ اور $g(x) = 4(x+2) - (x+2)^2$ کے درمیان فاصلہ معلوم کریں۔

درجہ اولیٰ مشتق استعمال کر کے۔ فاصلہ کتنا ہے؟

$$\begin{array}{r} 2 \mid 11 \\ \sqrt{10} \mid 25 \end{array}$$

$f(x) = 4x - x^2$ $x \rightarrow x+2$

$g(x) = 4(x+2) - (x+2)^2 = 4x + 8 - x^2 - 4x - 4 = -x^2 + 4$

$f(x) = g(x) \Rightarrow 4x - x^2 = -x^2 + 4 \Rightarrow x = 1$

$[0] \quad [1] \rightarrow d = \sqrt{(1-0)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{10}$ $y = 4 - 1 = 3$

تجربہ ۱۴.۱: دو درجہ اولیٰ $3x^2 - ax + 4 = 0$ کے دو جڑیں برابر ہیں۔

$\alpha = 3\beta$

$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{a}{3}$

$$\begin{array}{r} 9 \mid 18 \\ 12 \mid 14 \end{array}$$

$\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = \frac{4}{3}$

اگر a کا کیا قدر ہے؟

1-1

$$\alpha \cdot \beta = \frac{r}{r} \xrightarrow{\alpha = r\beta} r\beta^r = \frac{r}{r} \rightarrow \beta^r = \frac{r}{r} \rightarrow \boxed{\beta = \pm \frac{r}{r}}$$

$$\Rightarrow \alpha = r\beta \Rightarrow \alpha = \pm r$$

$$\alpha + \beta = \frac{9}{r} \rightarrow \begin{cases} r + \frac{r}{r} = \frac{9}{r} \Rightarrow \alpha = 1 \\ -r - \frac{r}{r} = \frac{9}{r} \Rightarrow \alpha = -1 \end{cases}$$

$$\boxed{\alpha \text{ مختلف}} \rightarrow 1 - (-1) = \boxed{2}$$

تجربہ 14: معادله

$$\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1+r}} - \frac{\sqrt{x+1}}{r - \sqrt{x-1}} = \frac{x-1}{\sqrt{x-1}}$$

$-\sqrt{x-1} + r \neq 0$
 $\sqrt{x-1} \neq r$
 $x-1 \neq r^2$
 $\boxed{x \neq 10}$

$x > 1$
 $x \neq 10$

چندریه مثبت دارد!

$$\frac{1}{r} + \frac{1}{r}$$

$$\frac{\alpha}{\sqrt{\alpha}} = \alpha$$

فالتو $(\sqrt{x+1}) \left(\frac{1}{\sqrt{x-1+r}} + \frac{1}{\sqrt{x-1-r}} \right) = \sqrt{x-1}$

$$\sqrt{x+1} \left(\frac{\sqrt{x-1-r} + \sqrt{x-1+r}}{(\sqrt{x-1+r})(\sqrt{x-1-r})} \right) = \sqrt{x-1}$$

$$\sqrt{x+1} \left(\frac{2\sqrt{x-1}}{x-1-r} \right) = \sqrt{x-1}$$

$$\boxed{\sqrt{x-1} = 0 \rightarrow x=1}$$

$x > 1 \quad x$

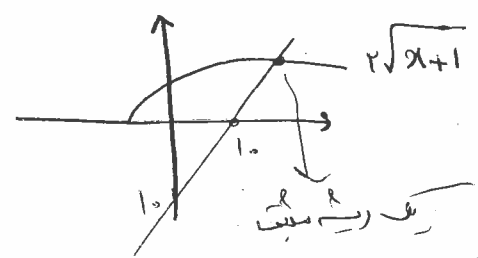
$$x^r - 2 \cdot x + 10 = 4x + 4 \rightarrow x^r - 2rx + 94 = \dots$$

$\Rightarrow x-10 = 2\sqrt{x+1} \xrightarrow{\text{مربع}}$

$$\frac{24 \pm \sqrt{192}}{2} \rightarrow \dots$$

ما یامی توانیم معادله را در یک حالت فکرم از روش تریس استفاده کنیم:

$$2\sqrt{x+1} = x - 1$$



تجربہ ۱۴.۱: با روش تابع $y = x^3 - x + 1$ از کدام نقطه عبور می کند؟

$(\frac{5}{2}, \frac{1}{2})$	$(-2, -2)$
$(-\frac{1}{2}, -\frac{11}{2})$	$(1, 2)$

$$x = -2 \Rightarrow y = -8 + 2 + 1 = -5 \quad \times$$

$$x = 2 \Rightarrow y = 8 - 2 + 1 = 7 \quad \times$$

$$x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{8} - \frac{1}{2} + 1 = \frac{5}{8} \quad \checkmark$$

تجربہ ۱۴.۱: آله $f(x) = 2x$ و $g \circ f(x) = 5x^2 + 11$ کترین مقدار

$\sqrt[3]{11}$	$\frac{11}{9}$
----------------	----------------

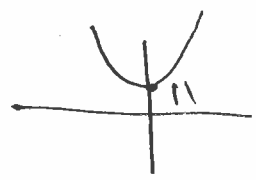
$g(x-v)$ چند است؟

$$g(f(x)) = 5x^2 + 11$$

$$g(2x) = 5x^2 + 11 \Rightarrow 2x = t \Rightarrow x = \frac{t}{2}$$

$$g(t) = 5\left(\frac{t}{2}\right)^2 + 11 \Rightarrow g(t) = \frac{5t^2}{2} + 11$$

$$g(x) = \frac{5x^2}{2} + 11$$



تابع را روی خط افق $g(x-v)$ واحد به سمت منتقل کن که تاثیر در \min ندارد

تجزیه ۱۴.۱ تابع: $f(x) = (-9 + k^2)x^3 + 6$ کلاً نزولی است مجموع مقادیر k صحیح

تجزیه ۱۴.۱ تابع: $f(x) = (-9 + k^2)x^3 + 6$ کلاً نزولی است مجموع مقادیر k صحیح

$$\frac{1}{4} \mid \frac{6}{3}$$

$$-9 + k^2 < 0 \rightarrow k^2 < 9 \rightarrow -3 < k < 3$$

$$-2, -1, 0, 1, 2 \rightarrow \boxed{5}$$

ریاضی ۱۴.۱ بیشترین مقدار تابع $y = mx^2 - 12x + \Delta m - 1$ برابر ۲ است. محورهای

ریاضی ۱۴.۱ بیشترین مقدار تابع $y = mx^2 - 12x + \Delta m - 1$ برابر ۲ است. محورهای

$$\begin{array}{c|c} x = 2,5 & x = 2 \\ \hline x = 2,5 & x = 2 \end{array}$$



نمایی که m است!

$$-\frac{\Delta}{4a} = 2 \Rightarrow -\frac{(144 - 4(m)(\Delta m - 1))}{4m} = 2$$

$$-144 + 20m^2 - 4m = 8m$$

$$20m^2 - 12m - 144 = 0 \xrightarrow{\div 4}$$

$$5m^2 - 3m - 36 = 0 \rightarrow$$

$$m^2 - 3m - 18 = 0 \Rightarrow (m - 15)(m + 12) = 0$$

$$m = \frac{15}{5} = 3$$

$$m + 12 = 0 \rightarrow m = -\frac{12}{5}$$

$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{12}{2m} = \frac{12}{6} = 2$$

ریاضی ۱۴.۱ اگر β و α ریشه‌های معادله $x^2 + 4x + a = 0$ هستند آنگاه $\alpha < \beta < 0$ و

$$\frac{14}{2} \mid \frac{1}{5}$$

یافت مقدار a صحیح است! $3\alpha^2 + 2\beta^2 = 12\sqrt{2} + 15$

III

$$x^r + 4x + a = 0 \Rightarrow \Delta = r^2 - 4a \Rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{r(9-a)}$$

$$\sqrt{\Delta} = r\sqrt{9-a}$$

$$x^r \Rightarrow \frac{-r \pm r\sqrt{9-a}}{r} = -r \pm \sqrt{9-a}$$

$$\alpha = -r + \sqrt{9-a} \rightarrow \alpha^r = 11-a - 4\sqrt{9-a}$$

$$\beta = -r - \sqrt{9-a} \rightarrow \beta^r = 11-a + 4\sqrt{9-a}$$

$$r\alpha^r + r\beta^r = r(11-a - 4\sqrt{9-a}) + r(11-a + 4\sqrt{9-a})$$

$$= 12r + 11a$$

$$\Rightarrow \underline{\Delta} - 4a - 11\sqrt{9-a} + r^2 - 4a + 12\sqrt{9-a} = 12r + 11a$$

$$\textcircled{90} - \Delta a - 7\sqrt{9-a} = 12r + 11a$$

$$\frac{\Delta a + 4\sqrt{9-a}}{1} = \frac{\Delta + 12r}{1}$$

$$\Delta a = \Delta \rightarrow \boxed{a=1}$$

$$4\sqrt{9-1} = 12r$$

$$4\sqrt{8} = 12r$$

$$4 \times 2\sqrt{2} = 12r$$

$$r \left(\frac{1}{a^r - \sqrt{a^r + 1}} + \frac{1}{a^r + \sqrt{a^r + 1}} \right) \stackrel{12-1}{=} \text{جواب} \frac{1}{a^r + 1} + \frac{1}{a^r - 1} = r$$

$$\frac{-r}{-1} = r$$

الاجابة $\textcircled{12.1}$ ✓

$$a^r = t \Rightarrow \frac{1}{t+1} + \frac{1}{t-1} = 2 \Rightarrow \frac{t-1+t+1}{(t+1)(t-1)} = 2$$

$$\frac{2t}{t^2-1} = 2 \Rightarrow \frac{t}{t^2-1} = 1 \Rightarrow \boxed{t^2-1=t} \Rightarrow \boxed{t^2=t+1}$$

جایگزینی $a^r = t$
در خاص خواسته شده

$$\left(\frac{1}{t-\sqrt{t+1}} + \frac{1}{t+\sqrt{t+1}} \right)^{12.1}$$

$$= \left(\frac{1}{t+1-\sqrt{t}} + \frac{1}{t+1+\sqrt{t}} \right)^{12.1} = \left(\frac{t+1+\sqrt{t}+t+1-\sqrt{t}}{(t+1-\sqrt{t})(t+1+\sqrt{t})} \right)^{12.1}$$

$$= \left(\frac{2t+2}{t^2+1+2t-t} \right)^{12.1} = \left(\frac{2t+2}{2t+2} \right)^{12.1} = \boxed{1}$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{t+1}$$

ریاضی ۱۴.۱ تابع $f(x) = x^r \sqrt{x^r}$ در یک بازه نزولی است. ضابطه پارابول تابع در این بازه کدام

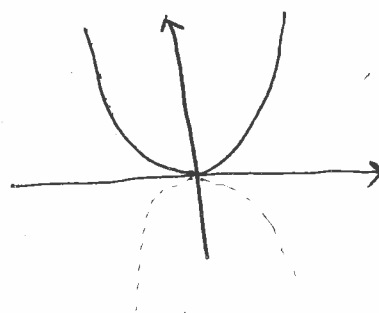
است؟

$-\sqrt{x^r}, x \leq 0$	$-\sqrt{x^r}, x \leq 0$
$\sqrt{x^r}, x \geq 0$	$-\sqrt{x^r}, x \geq 0$

$$f(x) = x^r \sqrt{x^r} = x^r |x|$$

$$\begin{cases} x^r & x \geq 0 \\ -x^r & x < 0 \end{cases}$$

نزولی



$$y = -x^3 \Rightarrow x^3 = -y \xrightarrow{\sqrt[3]{\quad}} x = \sqrt[3]{-y} \xrightarrow{x \leftrightarrow y}$$

$$y = -\sqrt{x} \quad x \geq 0$$

یا $y = -x^3 \rightarrow x = -2 \rightarrow y = +8$ ↳ گزینه اول صحیح است $f(8) = 4$

$D_f = [-\infty, 0]$ $R_f = [0, +\infty)$ ↳ گزینه آخری

$$\Rightarrow D_f^{-1} = [0, +\infty)$$

رابطه ۱۴.۱

فاصله نقطه A روی خط $x+y=9$ از نقطه $C(-1, 4)$, $B(-3, 2)$

به ترتیب برابر $\sqrt{29}$ و ۵ است. مقدار a چقدر است؟

$$\begin{array}{r|l} \frac{1}{2} & 2 \\ \hline -2 & -\frac{1}{2} \end{array}$$

A | x
y

$$(x+3)^2 + (y-2)^2 = 29$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x + 9 + y^2 - 4y + 4 = 29$$

معادله را هم کم

$$(x+1)^2 + (y-2)^2 = 25 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = 25$$

$$4x + 8 + 4y - 12 = 2$$

$$4x + 4y = 16 \quad (\div 4)$$

$$\begin{array}{l} x + y = 4 \\ x + y = 9 \end{array} \rightarrow a = 4$$

$$f \circ f \circ f(\sqrt{2}) = ? \quad \text{باستخدام } f(x) = \frac{\sqrt{2}x}{2x - \sqrt{2}}$$

ریاضی ۱۴.۱ : آثر

$$\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{2} \bigg| \frac{\sqrt{2}}{\frac{1}{\sqrt{2}}}$$

$$f(\sqrt{2}) = \frac{\sqrt{2} \sqrt{2}}{2\sqrt{2} - \sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{2}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{1}} = \frac{1}{\frac{2\sqrt{2} - \sqrt{2} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{\frac{2 - 2}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{0} = \sqrt{2}$$

$$f(\sqrt{2}) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

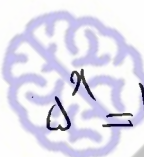
باستخدام $f(x) = 2$

فرض کنید $\Delta = 10$ است آثر

ریاضی ۱۴.۱

$\frac{x-1}{2x-1}$	$\frac{2x+1}{x+1}$
$\frac{x+1}{2x+1}$	$\frac{2x-1}{x-1}$

است!



$$\Delta = 10 \Rightarrow \Delta^{x-1} = 2$$

$$f(x) = 2 \Rightarrow f(x) - 2 = \Delta$$

$$\Rightarrow 2 f(x) - 2 = (\Delta^{x-1}) f(x) - 2 = \Delta$$

$$\Rightarrow (x-1)(f(x) - 2) = 1 \Rightarrow f(x) - 2 = \frac{1}{x-1}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{x-1} + 2 = \frac{2x-2}{x-1}$$

روشن

$$x = 1 \implies \log_5 1 = 0 \implies x = \log_5 1 = \log_5 5x^2 = 1 + \log_5 2$$

$$\log_5 2 = x - 1$$

$$f = \log_5 \frac{2^x}{2} = \frac{\log_5 2^x}{\log_5 2} = \frac{x \log_5 2}{\log_5 2} = x$$

پایه ۱۴.۱: ضریبها $p(x) = x^{n+1} + 2x^{3n} + x^4 + 3x^5 + 14a$ به ازای هر عدد طبیعی

بر n به $x+2$ بخش پذیر است برای $n=1$ باقی مانده تقسیم $p(x)$ بر x^2+2x-3

کدام است؟

$$\begin{array}{r|l} -5x+14 & -5x+24 \\ \hline -5x+14 & -5x+32 \end{array}$$

$$p(-2) = 0 \implies (-2)^{n+1} + 2(-2)^{3n} + (-2)^4 + 3(-2)^5 + 14a$$

$$42 - 94 + 14a = 0 \implies a = 2$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0 \implies x = 1, -3$$

$$p(1) = 1 + 2 + 1 + 3 + 14(2) = 29$$

هرگز نرسد
جواب = ۲۹

$$\implies \boxed{-5x + 24}$$

روش دوم

$$a = 2$$

$$\Rightarrow n=1 \Rightarrow p(n) = n^4 + 2n^3 + n^2 + 2n + 2 =$$

$$(n^3 + 2n - 2) q(n) + \underbrace{an + b}_{R_n}$$

$$n=1 \rightarrow a+b=29$$

$$n=2 \rightarrow -2a+b=11 - 2 \times 2 + 2 \times 2 = 9$$

$$\Rightarrow \begin{matrix} a = -9 \\ b = 38 \end{matrix}$$

$$R(n) = -9n + 38$$



هواموز

hodamooz