جزوه فصل اول فیزیک دهم

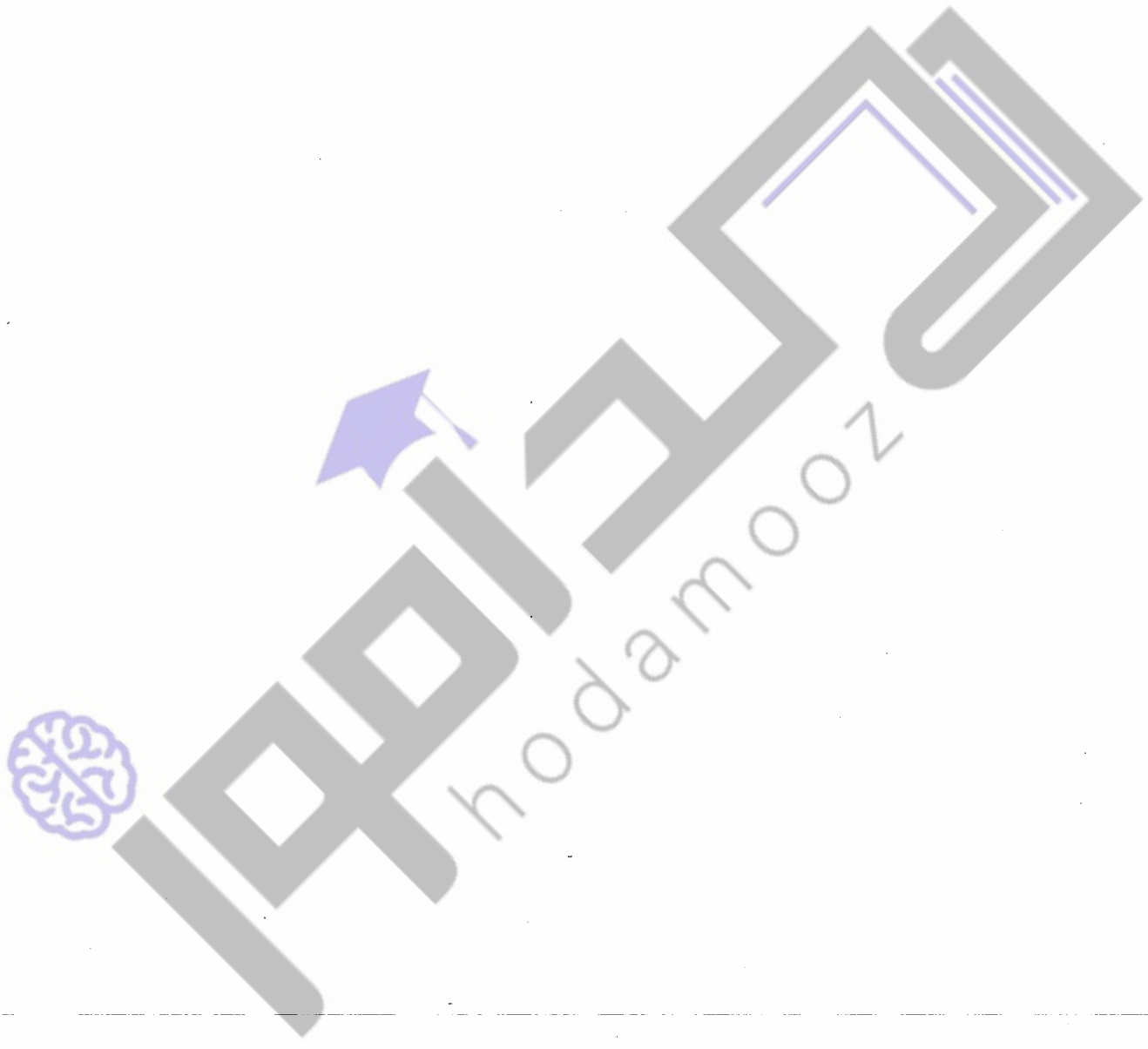
رشته ریاضی و تجربی

به همراه حل سوالات کنکور ۱۴۰۰ و دوره های قبلی کنکور سراسری

تالیف : مهندس رهبری

تابستان ۱۴۰۰

hodamooz


hodamooz

جدول کمیت‌های اصلی و فرعی:

یکاهای فرعی

کمیت	نام یکا	نماد یکا	کمیت	یکای SI	یکای فرعی
طول	متر	m	تندی و سرعت	$\frac{m}{s}$	$\frac{m}{s^2}$
جرم	کیلوگرم	kg	نیرو	نیوتن (N)	$\frac{kgm}{s^2}$
زمان	ثانیه	s	فشار	پاسکال (Pa)	$\frac{kg}{ms^2}$
دما	کلوین	K	انرژی	ژول (J)	$\frac{kgm^2}{s^2}$
مقدار ماده	مول	mol	توان	وات (W)	$\frac{kgm^2}{s^3}$
جریان الکتریکی	آمپر	A	گرمای ویژه	J/kgK	$\frac{m^2}{s^2K}$
شدت روشنایی	کندلا (شمع)	cd			

تجربی ۹۸: در کدام یک از موارد زیر هر سه کمیت‌ها فرعی هستند؟

۱) جرم، زمان، فشار ✓ ۲) چگالی، تندی، انرژی ۳) چگالی، جریان الکتریکی، حجم

۴) شدت روشنایی، مقدار ماده، زمان

تجربی ۹۸ خ: کدام کمیت‌ها همگی از کمیت‌های اصلی هستند؟

۱) دما، نیرو، فشار ۲) فشار، زمان، سرعت ۳) جریان الکتریکی، جرم، نیرو

۴) دما، جریان الکتریکی، جرم ✓

ریاضی ۹۷ :

کدام کمیت‌ها هم‌ارز فرعی و برداری هستند؟

(۱) نیرو - جرم - گرمای ویژه (۲) انرژی جنبشی - شار مغناطیسی - شتاب

(۳) شار - جرم - میدان مغناطیسی (۴) انرژی جنبشی - شار مغناطیسی - فشار ✓

ریاضی ۹۸ خ: جرم یک قطعه آهن کنسی ۲۰۰ میراث است و هر میراث معادل ۲۰۰ سی‌گرم است جرم این آهن چند گرم است؟

۱۰	۴
۱۰۰	۴۰

۱ میراث ۲۰۰ سی‌گرم

۲۰۰ میراث x

$\Rightarrow x = 200 \times 200 \times 10^{-3} = 40\,gr$

تجربی ۹۹ خ: شهری با مساحت $180\,km^2$ در زمین مسطح در شمال ایران واقع است. در یک روز ۱۰ mm باران در این شهر باریده است. اگر هر قطره باران کره‌ای به شعاع ۴ mm فرض شود تخمین مرتبه بزرگی تعداد قطره‌های باران کدام است؟

10^{12}	10^{11}
10^{16}	10^{14}

$$V = 180 \times (10^3)^2 \times 10^6 \times 10 = 180 \times 10^{13}\ mm^3$$

$$= 1.8 \times 10^{15} \Rightarrow N_{\text{تعداد قطره}} = \frac{10^{15}}{\frac{4}{3} \times 3 \times 4^3} = \frac{10^{15}}{32}$$

$$\frac{10^{15}}{3.2 \times 10^1} = \boxed{10^{14}}$$

ریاضی ۱۲۰۰ خ :

یکای فرعی فشار کدام است؟

$\frac{kg}{m \cdot s^2}$	Pa
$\frac{N}{m \cdot s}$	$\frac{kg.m}{s^2}$

پیشوندهای کاهشی (کمتر از متر) :

نام پیشوند	دسی	سانتی	میلی	میکرو	نانو	پیکو
نماد	d	c	m	μ	n	p
مقدار	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}

پیشوندهای افزایشی (بزرگتر از متر)

نام پیشوند	دکا	هکتو	کیلو	مگا	گیگا	ترا
نماد	da	h	K	M	G	T
مقدار	10^{1}	10^{2}	10^{3}	10^{6}	10^{9}	10^{12}

عدد بزرگ $\xrightarrow{\times 10^{-n}}$ عدد کوچک

عدد کوچک $\xrightarrow{\times 10^{+n}}$ عدد بزرگ

$\frac{km}{h} \div ۳,۶ \longrightarrow m/s$

$\frac{m}{s} \times ۳,۶ \longrightarrow \frac{km}{h}$

نماد علمی و عدد بین بعد از ممیز: در نوشتن یک کمیت بصورت نماد علمی تعداد رقم‌های بعد از ممیز نباید بیش از دو رقم باشد.

اعشار را آن‌قدر جابجا می‌کنیم تا به عددی بین ۱ تا ۱۰ برسیم اگر اعشار از سمت چپ به راست منتقل گردد توان ⊖ و اعشار از راست به چپ منتقل گردد توان ⊕ خواهد بود.

$۰,۰۰۰۱۵ = ۱,۵ \times ۱۰^{-۴}$

۳ رقم با معنا داریم

$\hookrightarrow \neq ۱۵۰ \times ۱۰^{-۴}$

۳ رقم با معنا

نکته: در نوشتن یک کمیت بصورت نماد علمی باید تعداد رقم‌ها با معنا افزایش یابد.

$۷,۰ \times ۱۰^{-۶}\ m \xrightarrow{\times ۱۰^{۳}} ۷,۰ \times ۱۰^{-۳}\ mm \xrightarrow{\times ۱۰^{۳}} ۷۱۰\ \mu m$

$۱,۷۵ \times ۱۰^{-۱۴}\ m \xrightarrow{\times ۱۰^{۱۲}} ۱,۷۵ \times ۱۰^{-۲}\ pm \xrightarrow{۱۰^{۳}} ۱,۷۵ \times ۱۰^{۱}\ fm$

$۱,۰ \times ۱۰^{-۴}\ kg \xrightarrow{\times ۱۰^{۳}} ۱,۰ \times ۱۰^{-۱}\ g \xrightarrow{\times ۱۰^{۳}} ۱,۰ \times ۱۰^{+۲}\ mg$

$۱,۰ \times ۱۰^{-۹}\ s \xrightarrow{\times ۱۰^{۶}} ۱,۰ \times ۱۰^{-۳}\ \mu s \xrightarrow{۱۰^{۳}} ۱,۰\ ns$

$۱,۰ \times ۱۰^{-۳}\ s \xrightarrow{\times ۱۰^{۳}} ۱,۰\ ms \xrightarrow{\times ۱۰^{۳}} ۱,۰ \times ۱۰^{۳}\ \mu s$

① به فیزیک یک کمیت در واحد زمان، آهنگ تغییرات آن کمیت می‌گویند.

② یک دهی سرسکلب را یک لیتری نامیم.

③ $\frac{g}{cm^3} = \frac{kg}{Lit}$ یا $\frac{g}{Lit} = \frac{kg}{m^3}$

④ یک سال تقریباً $\pi \times 10^7$ ثانیه است.

چگالی: کمیت چگالی نه جرم است و نه حجم! بلکه چگالی نسبت جرم به حجم است.

$$\rho = \frac{m}{V}$$

ρ ← چگالی

m ← جرم (kg)

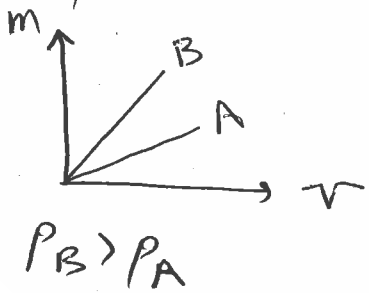
V ← حجم (m^3)

آلرژی جسم تغییر کند حجم آن تغییر می‌کند ولی جرمش ثابت می‌ماند.

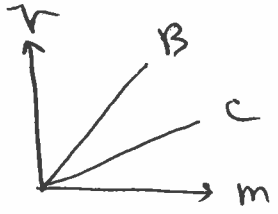
$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow[\text{جرم ثابت می‌ماند}]{\text{آلرژی تغییر کند}} \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_2}$$

نکته: اگر ۳ مایع مخلوط نشدنی با چگالی‌های مختلف داشته باشیم و هر ۳ را داخل یک لوله آزمایش بریزیم مایعی پایین‌تر از همه قرار می‌گیرد که چگالی بیشتری دارد.

نکته: در نمودارهای $m-V$ یا $V-m$ هر نمودار که به محور جرم نزدیک باشد چگالی بیشتری دارد.



$\rho_B > \rho_A$



$\rho_C > \rho_B$

۶

$$۱۲۵\ \frac{cm^۳}{s} \overset{?}{=} \frac{Lit}{min}$$

$$۱۲۵\ \frac{cm^۳}{\cancel{s}} \times \frac{۶۰\ \cancel{s}}{۱\ min} \times \frac{۱\ Lit}{۱۰^۳\ \cancel{cm^۳}} = \frac{۱۲۵ \times ۶۰}{۱۰۰۰}\ \frac{lit}{min}$$

$$= \frac{۷۵۰۰}{۱۰۰۰}\ \frac{lit}{min} = ۷/۵\ \frac{lit}{min}$$

$$۱m = ۱۰^۲ cm$$

$$۱m^۲ = (۱۰^۲)^۲ cm^۲ \longrightarrow ۱m^۲ = ۱۰^۴ cm^۲$$

$$۱m^۳ = (۱۰^۲)^۳ cm^۳ \longrightarrow ۱m^۳ = ۱۰^۶ cm^۳$$

$$۱m^۳ = ۱۰۰۰ lit$$

$$۱ lit = ۱۰۰۰ cm^۳$$

مکعب: $۱cm^۳ = ۱cc$

یک سی سی = یک میلی لیتر

$$۱cm^۳ = ۱cc = ۱ml\ lit$$

$$\frac{kg}{m^۳} \overset{?}{=} \frac{g}{cm^۳}$$

$$\frac{\cancel{kg}}{\cancel{m^۳}} \times \frac{۱\ \cancel{m^۳}}{۱۰^۶\ cm^۳} \times \frac{۱۰۰۰\ g}{۱\ \cancel{kg}} = \frac{۱۰۰۰}{۱۰^۶}\ gr/cm^۳ = ۱۰^{-۳}\ gr/cm^۳$$

$$\Rightarrow \frac{kg}{m^۳} \div ۱۰۰۰ \longrightarrow \frac{gr}{cm^۳}$$

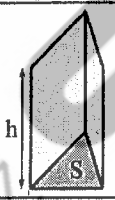
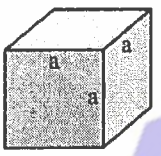
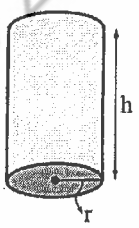
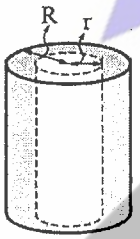
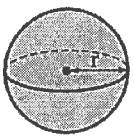
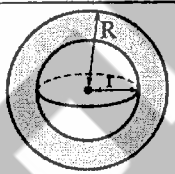
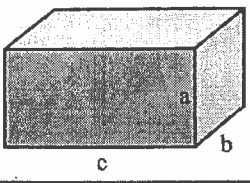
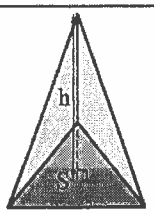
$$gr/cm^۳ \times ۱۰۰۰ \longrightarrow \frac{kg}{m^۳}$$

نکته: $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{m_B}{m_A} \times \frac{V_A}{V_B}$

حجم در ریاضی ← حجم = مساحت قاعده × ارتفاع

$V = S.h$

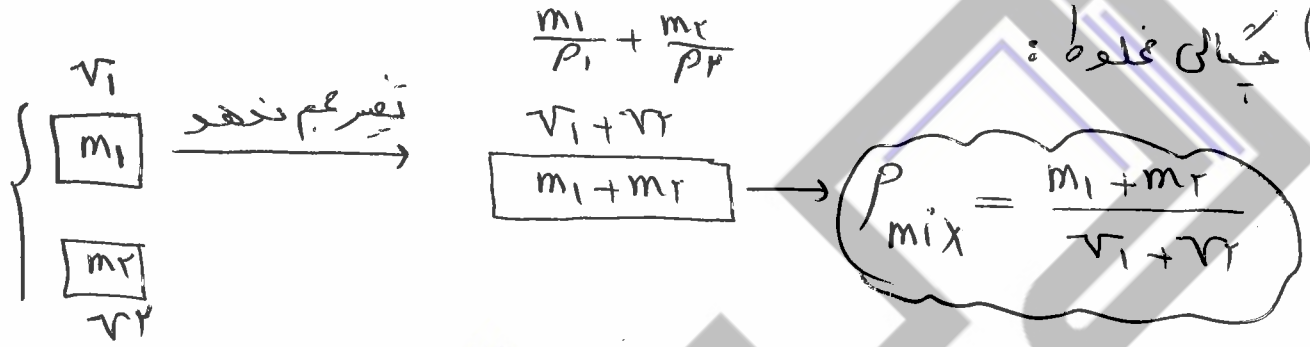
$V = A.h$

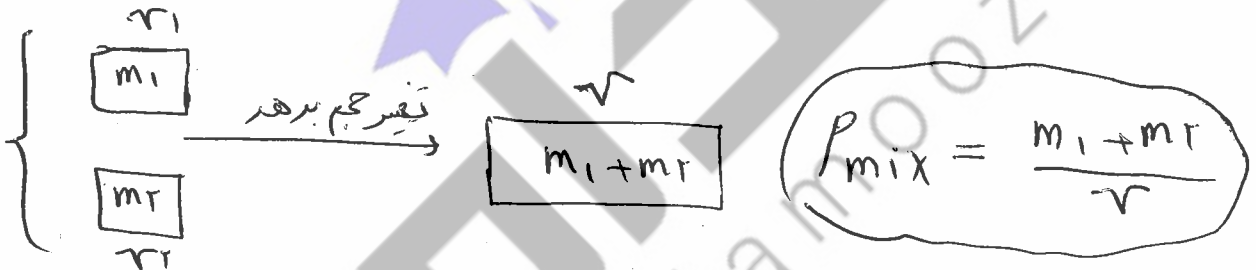
نام حجم	شکل	فرمول محاسبهٔ حجم	نام حجم	شکل	فرمول محاسبهٔ حجم
منشور		$V = Sh$ ↓ مساحت قاعده	مکعب		$V = a^3$
استوانه		$V = \pi r^2 h$	استوانهٔ توخالی		$V = \pi(R^2 - r^2)h$
کره		$V = \frac{4}{3}\pi r^3$	کرهٔ توخالی		$V = \frac{4}{3}\pi(R^3 - r^3)$
مکعب‌مستطیل		$V = abc$	مخروط		$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$
هرم		$V = \frac{1}{3}Sh$ ↓ مساحت قاعده			

نکات حجمی:

(۱) اگر جسم جامدی را داخل ظرفی پر از مایعی بیندازیم حجم مایع بیرون ریخته شده برابر است با حجم جسم جامد. یا اگر ظرف نیمه پر از مایع باشد با انداختن جسم جامد افزایش حجم مایع داخل ظرف برابر است با حجم جسم جامد.

(۲) حجمی مخلوط:





(۳) حجم واقعی و حجم ظاهری:

(۴)
- وسول ای حجم → V ظاهری
- $V_{\text{واقعی}} = \frac{m}{\rho}$ ریاضی

جسم تو پر $\Rightarrow V_{\text{واقعی}} = V_{\text{ظاهری}}$

و همیشه V ظاهری از واقعی بزرگتر یا مساوی است.

(۴) $V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{واقعی}}$ حجم

ریاضی ۹۲ درون استوانه مدرجی آب وجود دارد. گلوله فلزی به جرم ۴۲ گرم را داخل آب می‌اندازیم سطح آب از $50\,cm^3$ به $54\,cm^3$ می‌رسد. چگالی گلوله چند گرم بر سانتی‌مترمکعب است؟

۱٫۵	۱۰٫۵
۲۱	۴۲

$50\,cm^3 \rightarrow 54\,cm^3 \rightarrow$ حجم گلوله

$54 - 50 = 4\,cm^3$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{42}{4} = \frac{40+2}{4} = \frac{40}{4} + \frac{2}{4} = 10 + 0/5$$

$$= 10/5\ g/cm^3$$

ریاضی ۹۳: یک قطعه فلز را که چگالی آن $2/7\ g/cm^3$ است کاملاً در ظرفی پر از الکل به چگالی $0/8\ g/cm^3$ وارد می‌کنیم و به اندازه $160\ g$ الکل از ظرف بیرون می‌ریزد. جرم قطعه فلز چند گرم است؟

۲۰۰	۴۵۰
۵۴۰	۴۳۲

$$\rho_{\text{الکل}} = \frac{m_{\text{الکل}}}{V_{\text{الکل}}} \Rightarrow 0/8 = \frac{160}{V_{\text{الکل}}} \Rightarrow V_{\text{الکل}} = \frac{160}{0/8} = \frac{1600}{8}$$

$$= 200\,cm^3$$

$V_{\text{الکل بیرون ریخته شده}} = V_{\text{فلز}} = 200$

$$2 \Rightarrow \rho = \frac{m}{V} \rightarrow m_{\text{فلز}} = \rho_{\text{فلز}} V = 200 \times 2/7 = 200 \times \frac{27}{10}$$

$$= 540\ g$$

ریاضی ۹۶: می‌خواهیم از فلزی به چگالی $6\ gr/cm^3$ کره توپری به شعاع $5cm$ بسازیم. جرم این کره چند کیلوگرم می‌شود؟

۳٫۱۴	۱٫۵۷
۴٫۷۱	۲٫۳۶

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = 6\ gr/cm^3 \times \frac{500\pi}{3}\ cm^3$$

$$= 1000\pi\ gr \xrightarrow{\div 1000} \pi kg = 3.14\ kg$$

$$V_{کره} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \times 5^3 = \frac{4\times 125}{3}\pi = \frac{500\pi}{3}\ cm^3$$

ریاضی ۷۸: در داخل مکعبی که از مایعی به چگالی $8\ gr/cm^3$ درست شده است حفره‌ای وجود دارد. اگر حجم مکعب $200\ cc$ و جرم آن $1480\ gr$ باشد حجم حفره چند سانتی‌متر مکعب است؟

۳۰	۱۵
۱۸۵	۶۰

$$\begin{cases} V_{ظاهری} = 200\ cm^3 \\ V_{واقعی} = \frac{m}{\rho} = \frac{1480}{8} = 185\ cm^3 \end{cases}$$

$$15 = V_{واقعی} - V_{ظاهری} \rightarrow V_{حفره}$$

ریاضی ۹۱: مخلوطی از ۲ نوع مایع با چگالی‌های ρ_1 و ρ_2 درست شده است. اگر $\frac{1}{3}$ حجم آن از مایعی با چگالی ρ_1 و بقیه از مایعی با چگالی ρ_2 باشد چگالی مخلوط برابر با کدام است؟

$\frac{\rho_1+2\rho_2}{3}$	$\frac{\rho_2+2\rho_1}{3}$
$\frac{3\rho_1}{\rho_2+2\rho_1}$	$\frac{3\rho_1\rho_2}{\rho_1+2\rho_2}$

$$\begin{cases} \frac{1}{3}V \\ \frac{2}{3}V \end{cases} \Rightarrow \rho = \frac{m_1+m_2}{V_1+V_2} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1+V_2}$$

$$\rho_{mix} = \frac{\rho_1\left(\frac{1}{3}V\right) + \rho_2\left(\frac{2}{3}V\right)}{V} \xrightarrow{\times 3}$$

$$\rho_{mix} = \frac{\rho_1 + ۲\rho_2}{۳}$$ (به شرط مخلوط کردن) ازکجا بفهمیم تغیر حجم داریم یا نه

← سوال قیدی کنو که تغیر حجم داده یا نه

کنکور ۹۰: ۹۰ گرم اسید سولفوریک به چگالی $۱٫۸ gr/cm^۳$ را با ۹۰ گرم آب خالص به چگالی $۱ gr/cm^۳$ مخلوط کردیم آلرچگالی مخلوط $۱٫۵ gr/cm^۳$ باشد این ۲ مایع بر اثر اختلاط چند $cm^۳$ کاهش حجم داشتند؟

۱۰	۲۰
۱۴۰	۱۲۰

$$\Delta V = \underset{\text{قبل ماطی شدن}}{V} - \underset{\text{بعد از ماطی شدن}}{V}$$

$$V_{\text{قبل اختلاط}} = \frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} = \frac{۹۰}{۱٫۸} + \frac{۹۰}{۱} = ۱۲۰\ cc$$

$$\rho_{mix} = \frac{m_1 + m_2}{V} \Rightarrow ۱٫۵ = \frac{۹۰ + ۹۰}{V} \rightarrow V = \frac{۱۸۰}{۱٫۵}$$

$$V = \frac{۱۸۰}{۱۵ \times ۱۰^{-۱}} = \frac{۱۸۰۰}{۱۵} = \frac{۹۰۰}{۵} = ۱۲۰\ cc$$

$$\Delta V = ۱۴۰ - ۱۲۰ = ۲۰\ cc$$

تجربی ۹۷: ارتفاع یک مخروط توپر به چگالی ρ_1 برابر طول ضلع یک مکعب توپر به چگالی ρ_2 است و شعاع قاعده آن نصف طول ضلع مکعب است. آلرجرم این دو با هم برابر باشد $\frac{\rho_2}{\rho_1}$ کدام است؟

۳/۴	۴
۲	۱/۴

$h = a$

$r = \frac{۱}{۲}a$

$m_1 = m_2$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{۱}{۳} \times ۳ \times (\frac{۱}{۲}a)^۲ \times a}{a^۳}$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\frac{1}{2}a^3}{a^3} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

ریاضی خارج ۹۱: چگالی جسم A، ۱٫۵ برابر چگالی جسم B است. اگر حجم $500\,cm^3$ از جسم B برابر ۲۰۰ گرم باشد، حجم ۲۰۰ گرم از جسم A چند cm^3 است؟

۱۸۰	(۱۲۰)
۳۶۰	۲۴۰

$$\rho_A = 1.5\rho_B$$

$$\rho_A = 1.5 \times \frac{m_B}{V_B} = 1.5 \times \frac{200}{500} = 0.6$$

$$\rho_A = \frac{m_A}{V_A} \Rightarrow 0.6 = \frac{m_A}{200} \rightarrow m_A = 200 \times \frac{6}{10} = 120\,g$$

مثال سوم: ۲ مکعب ظاهراً مشابه دارای جرم‌های ۴۸ و ۳۰ گرم از فلزی با چگالی $6\,g/cm^3$ ساخته شده‌اند. یکی از آن‌ها توخالی است. حجم حفره داخل مکعب توخالی چند سانتی‌متر مکعب است؟

۵	۳
۱۳	۸

$$\begin{cases} V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{واقعی}} \\ \text{یا} \\ V_{\text{حفره}} = V_{\text{توخالی}} - V_{\text{توپر}} \end{cases} \longrightarrow \text{جرم کمتر} \rightarrow \text{توپره}$$

$$V_{\text{واقعی (توپر)}} = \frac{m_1}{\rho} = \frac{48}{6} = 8\,cc$$

$$\Rightarrow 8 - 5 = \boxed{3\,cc}$$

$$V = \frac{m_2}{\rho_1} = \frac{30}{6} = 5\,cc$$

ریاضی خارج ۹۴ : شعاع یک کره فلزی ۵cm و جرم آن ۱۰۸۰ گرم و چگالی آن ۲٫۷ g/cc است درون این کره یک حفره وجود دارد حجم این حفره چند درصد حجم کره را تشکیل می دهد ؟ $\pi=3$

$$\begin{array}{c|c} 15 & 10 \\ \hline 25 & (20) \end{array}$$

$$V_{\text{واقعی}} = \frac{m}{\rho} = \frac{1080}{2{,}7} = 400\,cc$$

$$V_{\text{ظاهری}} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\times 3\times 125 = 500\,cc$$

$$\text{حجم حفره} = 500 - 400 = 100\,cc$$

حجم حفره نسبت به کره حفره دار سنجیده می‌شود.

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{100}{500}\times 100 = 20\%$$

ریاضی ۹۵ : جرم یک ظرف فلزی توخالی ۳۰۰ گرم است اگر این ظرف را پر از مایعی به چگالی ۱٫۲ g/cm³ نماییم جرم مجموعه ۵۴۰ گرم و درصورتی که پر از نوعی روغن نماییم جرم مجموعه ۴۶۰ گرم می‌شود چگالی این روغن چند گرم بر لیتر است ؟

$$\begin{array}{c|c} 96 & 950 \\ \hline 86 & 850 \end{array}$$

$$\text{جرم مایع} \quad 540\,g - 300\,g = 240\,g$$

$$\text{مایع} \quad \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 1{,}2 = \frac{240}{V} \rightarrow V = \frac{240}{1{,}2} = 200\,cm^3$$

$$\text{روغن} \quad 460 - 300 = 160\,g$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{160}{200} = 0{,}8\,g/cm^3 \times 1000 = 800\,g/lit$$

ریاضی خارج ۹۲ : چگالی مخلوط دو مایع A و B با حجم‌های اولیه V_A و V_B برابر $1/75 \frac{gr}{cm^3}$ است. اگر چگالی مایع A برابر $600 \frac{gr}{lit}$ و چگالی مایع B برابر $800 \frac{gr}{lit}$ باشد V_A چند برابر V_B است؟

۴	۳
۱	۱
۴	۴

$$\rho_{mix} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V_A + V_B}$$

$$\Rightarrow 1/75 = \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{0/6 V_A + 0/8 V_B}{V_A + V_B} \Rightarrow 3V_A + 3V_B = 2/4 V_A + 3/2 V_B$$

$$\Rightarrow 0/6 V_A = 0/2 V_B \rightarrow V_A = \frac{0/2}{0/6} V_B = \frac{1}{3} V_B$$

ریاضی خارج ۹۵ : جواهرفروشی در ساختن یک قطعه جواهر بجای طلای خالص مقداری نقره نیز بکار برده است. اگر حجم قطعه ساخته شده $5 cm^3$ و چگالی آن $13/6 \frac{gr}{cm^3}$ باشد جرم نقره بکار رفته چند گرم است؟ چگالی نقره و طلا به ترتیب $10 \frac{gr}{cm^3}$ و $19 \frac{gr}{cm^3}$ فرض می‌شود.

۸	۳۰
۳۴	۳۴

$$\rho_{mix} = \frac{m_1 + m_2}{V_{mix}}$$

$$13/6 = \frac{m_1 + m_2}{5} \rightarrow \boxed{m_1 + m_2 = 68}$$

$$V_{mix} = V_1 + V_2 \rightarrow 5 = \frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} \rightarrow 5 = \frac{m_1}{10} + \frac{m_2}{19}$$

$$5 = \frac{19m_1 + 10m_2}{190} \Rightarrow \boxed{19m_1 + 10m_2 = 950}$$

۱۵

$$\begin{cases} 19m_1 + 10m_2 = 950 \\ 10m_1 + 10m_2 = 680 \end{cases} \ominus$$

رابطه اول ×۱۰ ←

$$\begin{cases} 19m_1 + 10m_2 = 950 \\ -10m_1 - 10m_2 = -680 \end{cases}$$

$$9m_1 = 270 \longrightarrow m_1 = 30\ gr \longrightarrow m_2 = 38\ gr$$

ریاضی ۸۸: طول هر ضلع یک مکعب فلزی 10cm و جرم آن 4Kg است آلیاژی فلز $8\ gr/cm^3$ باشد مکعب ...

① توپر و حجم آن $750\ cm^3$ است ② توپر و حجم آن $1000\ cm^3$ است

③ حفره خالی دارد و حجم حفره $750\ cm^3$ است ④ حفره خالی دارد و حجم حفره $250\ cm^3$ است. ✓

$V_{ظاهری} = a^3 = 10^3 = 1000\ cm^3$

$V_{واقعی} = \frac{m}{\rho} = \frac{4000}{8} = 750\ cm^3 \Longrightarrow$ $250\ cm^3$ حفره

---

* آلیاژ دو جسم به چگالی ρ_1 و ρ_2 را با هم مخلوط کنیم چگالی حاصل عددی بین ρ_1 و ρ_2 خواهد بود و اگر حجم جسم‌ها برابر باشد چگالی مخلوط میانگین چگالی دو جسم خواهد بود.

* اگر جسمی را درون یک مایع رها کنیم ۳ حالت رخ می‌دهد:

① اگر چگالی جسم جامد بیش‌تر از چگالی مایع باشد جسم در مایع ته‌نشین می‌شود مانند فلز و آب

② اگر چگالی جسم جامد با چگالی مایع برابر باشد جسم درون مایع معلق می‌ماند.

③ اگر چگالی جسم جامد کم‌تر از چگالی مایع باشد جسم روی مایع شناور می‌شود مانند چوب روی آب

اگر جرم‌های یکسانی از دو ماده $(m_1 = m_2)$ با چگالی‌های ρ_1 و ρ_2 را با هم مخلوط کنیم

$$\rho_{mix} = \frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2}$$

اگر در اثر مخلوط دو ماده با هم تغییر حجم (ΔV) داشته باشیم

$$\rho_{mix} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2 - \Delta V}$$

hodamooz

ارقام های بامعنا :

ارقام هایی را که بدون اندازه گیری یک کمیت فیزیکی ثبت می کنیم ارقام بامعنای گوییم.
رقم آخر، که غیرقطعی و مشکوک است و آن را حدس می زنیم نیز در شمار ارقام بامعنا محسوب می شود.

۲ رقم بامعنا - رقم مشکوک ۵ ⟵ ۰/۲۵ (۲) m

رقم بامعنا عدد ۲ - رقم مشکوک ۲ ⟵ 2×10^{3} s (۲)

۴ رقم بامعنا - رقم مشکوک عدد بعد ⟵ ۱۰۰۰ g

۲ رقم بامعنا - رقم مشکوک ۲ ⟵ 12×10^{-4} kg ۰/۰۰۱۲

قوانین جمع و تفریق :

در جمع یا تفریق عددها آن چه اهمیت دارد عمل مجاز است و نه تعداد ارقام های بامعنا. تعداد رقم های بعد از ممیز در جمع یا تفریق دو عدد، باید برابر کمترین تعداد رقم بعد از ممیز در اعداد موجود باشد.

مثال: حاصل های زیر را با کمک قواعد جمع و تفریق بیابید.

جواب ۲ رقم ⟵ ۴۵/۱۵۱۰۱۴ = ۳/۰۳۱۰۱۴ + ۴۲/۱۲ (۱)

۲ رقم — ۶ رقم

۴۵/۱۵

جواب یک رقم ⟵ ۷۱۳/۳۰۴۲ = ۷۱۲/۳ + ۱/۰۰۴۲ (۲)

۱ رقم — ۴ رقم

۷۱۳/۳

تمرین ضرب و تقسیم:

هنگامی که عددها در هم ضرب یا بر هم تقسیم می‌شوند تعداد رقم‌های بامعنا در نتیجه محاسبه نمی‌تواند بیشتر از تعداد رقم‌های بامعنای عددی باشد که کمترین رقم بامعنا را دارد.

① $\frac{۴۲,۳۲}{\text{۴ رقم}} \times \frac{۵/۰۰۳۱۴}{\text{۵ رقم}} = ۲۱۲,۹۲۸۸۴۸ \rightarrow$ جواب ۴ رقم

$\hookrightarrow ۲۱۲,۹$

② $\frac{۳۱۰۰۴}{\text{۴ رقم}} \times \frac{۹۲,۳۰۰۰۰۱}{\text{۸ رقم}} = ۲۷۷,۲۶۹۲۰۳ \rightarrow$ جواب ۴ رقم

$\hookrightarrow ۲۷۷,۲$

مثال: مجموع ۱۲ آنگستروم و ۴۱ نانومتر با نمادگذاری علمی چند میلی‌متر است؟

$۱\text{A}^\circ = ۱۰^{-۱۰}\text{m}$

$۱\text{nm} = ۱۰^{-۹}\text{m}$

یک رقم: $۱,۲ \times ۱۰^{-۹}$ ↑ هیچ رقم: ۴۱×۱۰^{-۹} ↑

$۱۲\text{A}^\circ + ۴۱\text{nm} = ۱۲ \times ۱۰^{-۱۰}\text{m} + ۴۱ \times ۱۰^{-۹}\text{m}$

$= ۱۰^{-۹}(۱۲ \times ۱۰^{-۱} + ۴۱)$

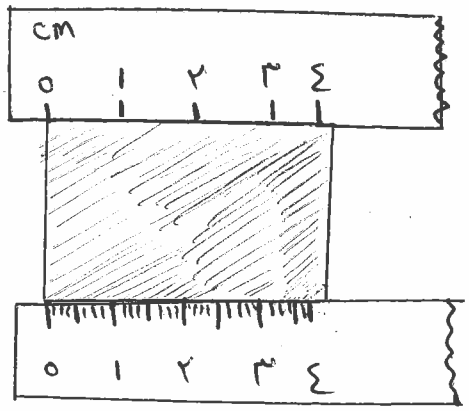
$= ۱۰^{-۹}(۱,۲ + ۴۱) = ۱۰^{-۹} \times ۴۲,۲$

$= ۴۲ \times ۱۰^{-۹}\text{m} \times ۱۰^{۳} = ۴۲ \times ۱۰^{-۶}\text{mm}$

$= ۴,۲ \times ۱۰^{-۵}\text{mm}$

دقت اندازه‌گیری:

در اندازه‌گیری یک کمیت کوچک‌ترین مقداری که دستگاه قادر به اندازه‌گیری آن است دقت اندازه‌گیری نام دارد.



→ 1cm

→ 1 ÷ 10 → 0/1 cm
یا 1mm

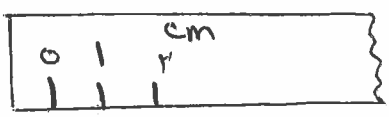
خطای اندازه‌گیری: خطای اندازه‌گیری تابع دستگاه مربوطه است.

دقت → ×2 خطا

دستگاه:
- غیر دیجیتال ← (دقت) × (±1/2)
- دیجیتال ← (±دقت)

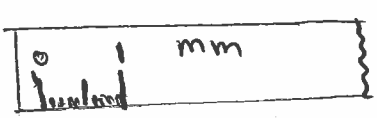
یا ± دقت/2

مثال: دقت و خطای ابزارهای زیر را تعیین کنید.



دقت: 1cm

خطا: ± 0/5cm



دقت: 1mm → 0/1 cm

خطا: ± 0/5mm

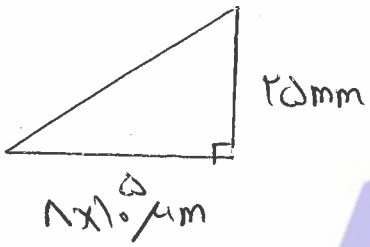
نکته: عدد ± 10 جزو ارقام بامعنی محسوب نمی‌شود.

مثال: ابعاد یک مکعب مستطیل $12\,cm \times 2/0\,dm \times 0/0040\,km$ است. حجم آن چند میلی‌متر مکعب است؟

$V = 12 \times 10^{-2} \times 2/0 \times 10^{-1} \times 0/0040 \times 10^{3}$ ← جواب ۲ رقم

$= 9/6\ m^3 = 9/6 \times 10^{+9}\ mm^3$

مثال: در شکل زیر مساحت چند سانتی‌متر مربع است؟



$A = \frac{1}{2} \times (25) \times 10^{-3} \times (8) \times 10^{5} \times 10^{-6}$

(۲ رقم) (۱ رقم)

$A = \frac{1 \times 10^{2}}{100} \times 10^{-4} = 1 \times 10^{-2}\ m^2$

۱۰	۱۰۰
1×10^{2}	10×10^{1}

(۱ رقم)

$= 10^{-2} \times 10^{4} = 1 \times 10^{2}\ cm^2$

در ضرب کمیت تعداد ارقام مدنظر است.

رقم غیرقطعی: آخرین رقم سمت راست حاصل از اندازه‌گیری، همواره حدسی و غیرقطعی است.

$L = 3/12(4)\,cm$

$m = 9(1) \times 10^{4}\ kg$

آخرین رقم در دستگاه‌های غیردیجیتال ← رقم مشکوک

اما در دستگاه‌های دیجیتال آخرین رقم خوانده می‌شود

32 °C

۱°C → دقت

±۱°C → خطا

26.8 °C

۰/۱°C → دقت

±۰/۱°C → خطا

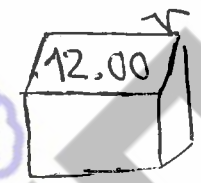
روش خواندن نتیجه اندازه‌گیری از روی دستگاه:

دستگاه
- غیر دیجیتال: تا آنجا که می‌توانیم ارقام را از روی دستگاه می‌خوانیم ولی رقم آخر را حدس می‌زنیم.
- دیجیتال: کل ارقام را تا آخر از روی دستگاه می‌خوانیم.

مثال

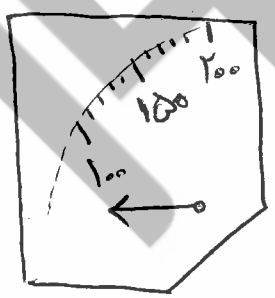
۱mm یا ۰/۱cm

خطا → ±۰/۵mm



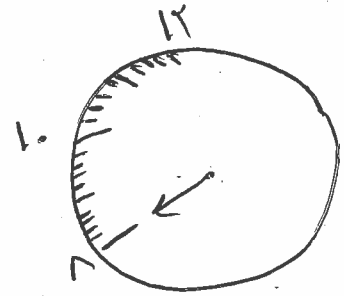
۱۲/۰۰ → خطا ±۰/۰۱ → ۱۲/۰۰

دقت و خطای آمپرسنج زیر را تعیین کنید.



۱۵A → دقت

±۵A → خطا



۰/۲۷ → دقت

±۰/۱۷ → خطا

نتیجه یک اندازه‌گیری ۴۵,۴۳۲ mm می‌باشد

اگر دستگاه دیجیتال باشد ← آخرین رقم مربوط دقت: ±۰,۰۰۱ mm

اگر آنالوگ باشد ← خطا

۴۵,۴۳۲ ← حدس

۰,۱ ÷۲ ↓

±۰,۰۵ mm

تمرین: نتایج اندازه‌گیری‌های زیر با وسایل دیجیتال هستند دقت و خطا را در هر کدام بیابید.

۲۳,۷ mm ⟵ دقت = ۰,۱ mm

خطا = ± ۰,۱ mm

۴,۷۲ km ⟵ دقت = ۰,۰۱ km

خطا = ± ۰,۰۱ km

۵۲,۷°C ⟵ دقت = ۰,۱°C

خطا = ± ۰,۱°C

اگر نتایج بالا با دستگاه غیر دیجیتال اندازه‌گیری شده باشد دقت و خطا؟

آخری صرفا نظر

۲۳,۷ mm ⟵ دقت 1 mm

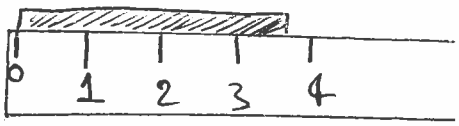
خطا ± ۰,۵ mm

۴,۷۲ km ⟵ دقت ۰,۱ km

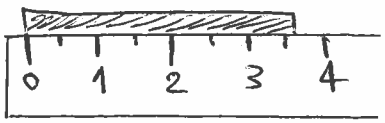
خطا ± ۰,۰۵ km

۵۲,۷°C ⟵ دقت = ۱°C خطا = ± ۰,۵°C

تمرین: نتیجه اندازه‌گیری توسط هر خط‌کش را به‌همراه خطای آن بنویسید.

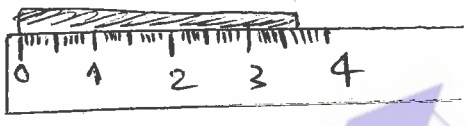


$\rightarrow \quad 3{,}7 \pm 0{,}5 \text{ cm}$

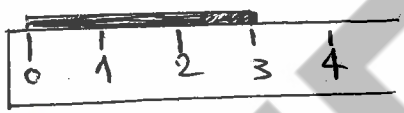


$\rightarrow \quad 3{,}7 \pm 0{,}25 \text{ cm} \rightarrow 3{,}7 \pm 0{,}3 \text{ cm}$

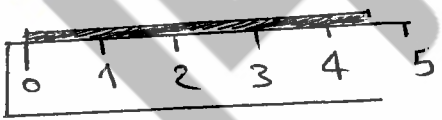
عددگذاری شده و خطا باید از لحاظ تعداد رقم اعشاری یکسان باشند.



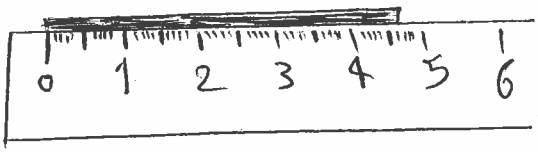
$36{,}8 \pm 0{,}5 \text{ mm}$



$3{,}1 \pm 0{,}5 \text{ cm}$



$4{,}0 \pm 0{,}5 \text{ cm}$



$45{,}8 \pm 0{,}5 \text{ mm}$

یا $\quad 4{,}58 \pm 0{,}05 \text{ cm}$

نکته ← رزولوشن زمی ← دیجیتال .

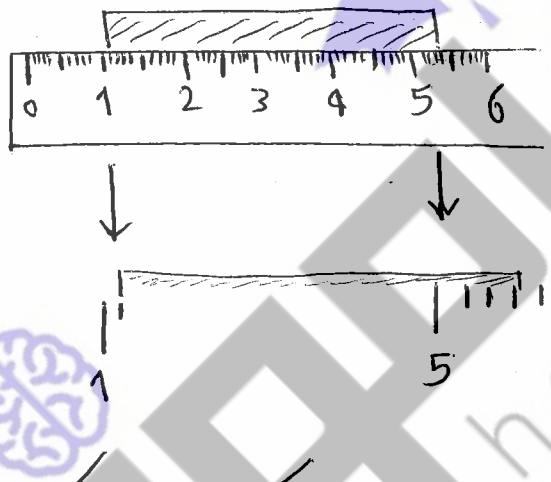
نتیجه اندازه گیری طول بصورت $۰/۲۳۴ \pm ۰/۰۰۵$ گزارش شده است تعداد ارقام بامعنا و رقم غیرقطعی آن به ترتیب از راست به چپ کدام اند؟

۴و۲	۳و۲
۳و۳	۵و۳

۳ رقم بامعنا ← ۰/۰(۲۳۴) ← غیرقطعی

در شکل زیر طول میله برحسب میلی متر با احتساب رقم حدس (غیرقطعی) و خطای خواکش کدام است؟

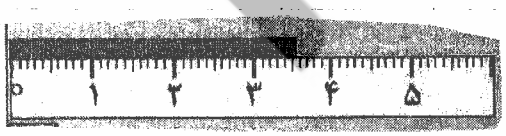
$۴/۲۳ \pm ۰/۵$	$۴۲/۳ \pm ۱$
$۴۲/۳ \pm ۰/۵$	$۴/۲۳ \pm ۱$



۴۲/۰۰ ← ۱۱ ← ۵۳/۰۰

$۴۲/۳ \pm ۰/۵ mm$

کدام یک از گزینه های زیر می تواند طول جسم برحسب میلی متر باشد که توسط خواکش زیر اندازه گیری شده است؟



$۳۵/۵ \pm ۰/۵$	✓ $۳۵/۵ \pm ۰/۵$
$۳۵/۵ \pm ۰/۱$	$۳۵/۵ \pm ۰/۱$

مثال ۲۵

یک ولتاسنج دیجیتال با دقت ۰/۱ ولت در اندازه‌گیری ولتاژی بکار رفته است کدام نتیجه برحسب ولت می‌تواند درست باشد؟

$۲/۵۹۳ \pm ۰/۱$	$۲/۲۶ \pm ۰/۰۵$
$۲/۴۴۳ \pm ۰/۰۵$	$۲/۴۲ \pm ۰/۱$

دقت $\pm$ = خطا ← دیجیتال

$= \pm ۰/۱$

نکته: عدد گزارش شده و خطا باید از لحاظ تعداد رقم اعشار یکسان باشد.

خط‌کشی برحسب میلی‌متر مدرج شده است کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند طول جسمی برحسب سانتی‌متر باشد که توسط این خط‌کش اندازه‌گیری شده است؟

دقت ← $۰/۱ cm = ۱ mm$

خطا ← $\pm ۰/۵ mm = \pm ۰/۵ cm$

$۲/۱۴ \pm ۰/۱$	$۲/۵ \pm ۰/۵$
$۲/۰۲ \pm ۰/۰۵$	$۲/۴ \pm ۰/۱$

ریاضی خارج ۹۶: آمپرسنجی شدت جریانی را که از یک مداری گذرد میلی‌آمپرسنج می‌دهد دقت این اندازه‌گیری چند میکرو آمپر است؟

$۲/۰۰۴$

۱	$۰/۱۴$
۱۰۰	۱۰

دیجیتال ← دقت ← $۲/۰۰۴$ ← خطا و $۰/۰۰۱ mA$ $\pm ۰/۱ mA$

آنالوگ ← $۲/۰۰۴$ ← $۲/۰۰$ ← $۰/۱ mA$ ، خطا ← $\pm ۰/۰۵ mA$

$۱۰^{-۳} mA \xrightarrow{\times ۱۰^{۳}}$ $۱ \mu A$

$۱۰^{-۲} mA \xrightarrow{\times ۱۰^{۳}}$ $۱۰ \mu A$

هر گزینه موجود، طراح باید تصور کرده که دیجیتال یا آنالوگ بوده

ریاضی ۹۴: ضخامت جسمی $2,4 \times 10^{-3}$ m اندازه‌گیری شده است وسیلهٔ این اندازه‌گیری کدام است؟ دقت اندازه‌گیری متر نواری، خط‌کش، کولیس، و ریزسنج به ترتیب یک سانتی متر، یک میلی متر، ۱/۰ میلی متر فرض شود.

کولیس	ریزسنج
متر نواری	خط‌کش

$2,4 \times 10^{-3}$ m = 2,4 mm ← آنالوگ

۲ → ۱mm دقت

دقت و خطای اندازه‌گیری طول یک وسیله که به صورت $8,04 \pm 0,05$ سانتی متر گزارش شده است به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

$\pm 0,5$mm و 1mm	$\pm 0,5$mm و 1mm
$\pm 0,5$cm و 1cm	$\pm 0,05$cm و 1cm

از گزینه‌ها که دقت و خطا را به هم ۲ برابری دارد می‌فهمیم آنالوگ بوده.

$8,04 \pm 0,05$

↓ حدی

دقت 0,1 cm = 1mm ← خطا $\pm 0,5$ mm

در یک کارخانه مواد غذایی بسته‌های ۲۰۰ گرمی توسط دستگاه دیجیتال با خطای ۴٪ تولید می‌شود دقت اندازه‌گیری دستگاه و مقدار حداکثر وزن یک بسته برحسب گرم؟

دقت → $200 \times \frac{4}{100} = 8$ g

$m = 200 \pm 8$ → 208 و 192

8 و 208	8 و 192
204 و 196	4 و 204

تجربی ۱۴۰۰ : طول میله‌ای با یک خط‌کش مدرج اندازه‌گیری شده به صورت

$۶۸٫۶\ mm \pm ۰٫۵\ mm$

گزارش شده است کمینه درجه‌بندی این خط‌کش چندمین مرتبه است و این اندازه با چند رقم بامعنا گزارش شده است و رقم غیرقطعی (به ترتیب از راست به چپ) کدام است؟

۱ و ۲ و ۰٫۵	۰٫۵ و ۳ و ۶
۱ و ۲ و ۰٫۵	۰٫۵ و ۳ و ۶

$۶۸٫۶ \pm ۰٫۵$

$\downarrow$

حطا $\Rightarrow$ دقت $\xrightarrow{\times ۲}$ خطا (عمود بحتال)

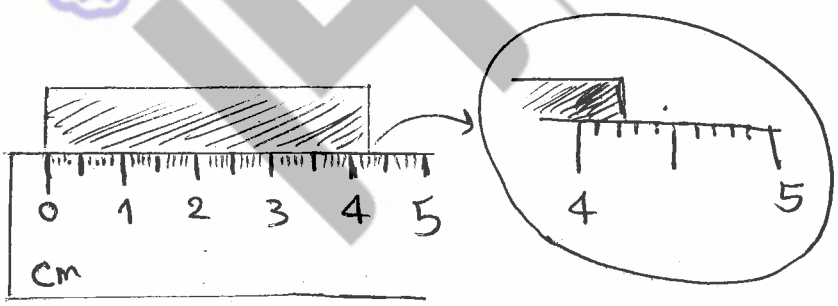
$۰٫۵ \times ۲ \rightarrow 1\ mm$ دقت

$۶۸٫۶$ ← رقم غیرقطعی

سه رقم بامعنا

تجربی ۱۴۰۰ خ : در شکل زیر نتیجه اندازه‌گیری با چند رقم بامعنا گزارش می‌شود و خطای وسیله اندازه‌گیری برحسب میلی‌متر چقدر است؟

۱ و ۲ و ۰٫۵	۱ و ۲ و ۰٫۵
۱ و ۳ و ۰٫۵	۱ و ۳ و ۰٫۵



یا $۴۲٫۱\ mm$

$۴٫۲۱\ cm$ ← سه رقم

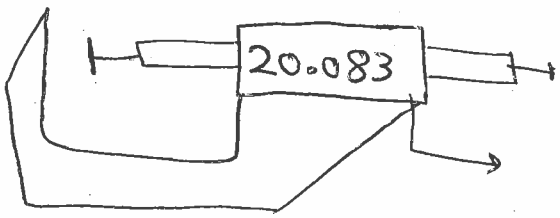
$\frac{۱ - ۰}{۱۰} = ۰٫۱\ cm = 1\ mm \rightarrow$ دقت

دقت $\rightarrow$ ۲ $\div$ $\rightarrow$ خطا $\rightarrow$ $۱ \div ۲ = ۰٫۵\ mm$

$\pm$

ریاضی ۱۴۰۰ : انبرزیر یک وسیله اندازه‌گیری طول است این وسیله چه نام دارد و خطای اندازه‌گیری آن کدام است ؟

ریزسنج ۰/۰۰۱mm	کولیس ۰/۰۰۱mm
ریزسنج ۰/۰۰۳mm	کولیس ۰/۰۰۳mm

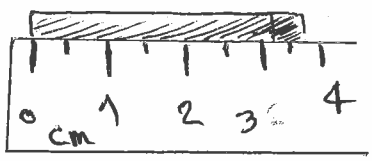


تمرین پایانی فصل اول کتاب دهم

دیجیتال

۳ رقم اعشار ← ۰/۰۰۱mm ریزسنج

تجربی ۹۹ : در شکل روبرو کدام گزارش برای نشان دادن طول جسم مناسب است؟



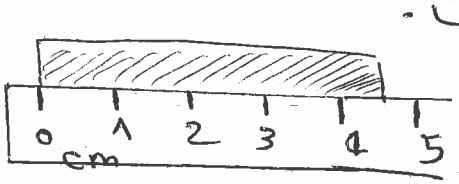
$3/76cm \pm 0/25cm$	$3/7cm \pm 0/3cm$
$3/70cm \pm 0/3cm$	$3/7cm \pm 0/25cm$

$$\text{خطا} = \frac{\text{دقت}}{2} = \frac{0/5}{2} = 0/25 \xrightarrow{\text{گرد}} 0/3$$

عدد گزارش و خطا باید از لحاظ اعشاری یکسان باشند

$3/7 \pm 0/3$

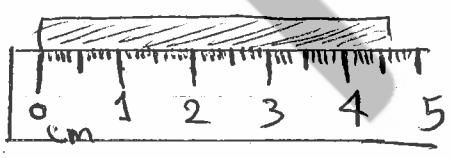
ریاضی ۹۸ خ : در شکل‌های الف و ب خطای اندازه‌گیری‌ها به ترتیب ..... و دقت اندازه‌گیری‌ها به ترتیب ..... است.



الف

دقت ⇒ { 1cm / 10mm

خطا ⇒ { $\pm 0/5$ cm / ± 5mm

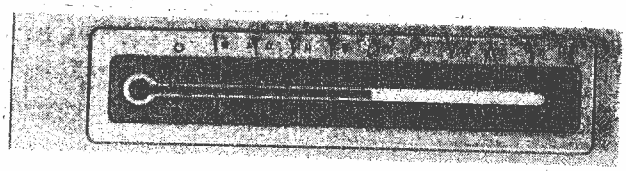


ب

دقت ⇒ { 0/1cm / 1mm

خطا ⇒ { $\pm 0/05$ cm / $\pm 0/5$mm

نتیجه اندازه‌گیری زیر توسط دماسنج را در کدام گزینه می‌بینید؟



$48^\circ C \pm 5^\circ C$	$48 \pm 2^\circ C$
$48 \pm 2/5^\circ C$	$48 \pm 3^\circ C$

دقت = $\frac{10-0}{2} = 5$ ⟵ خطا ⟵ $\pm 2/5$

$48 \pm 2/5$ ⟵ $48 \pm 3^\circ C$

مدل‌سازی در فیزیک یعنی تولید یک مدح آرا برای ایجاد امکان بررسی پدیده

در پرتاب یک توپ بسکتبال جسم پوشی از کدام اثر برای مدل‌سازی قابل قبول است؟

(۱) چرخش توپ (۲) مقاومت هوا (۳) تغییرات گرانش با ارتفاع (۴) گرانش وارد بر توپ

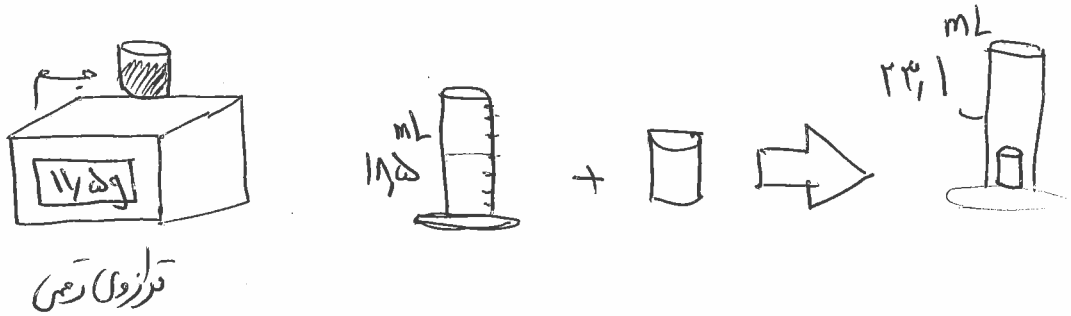
ریاضی ۹۹: یک آمپرسنج رقمی جریان الکتریکی مداری را به صورت 3.25A نشان می‌دهد. این اندازه را با کدام صورت باید گزارش کنیم؟

$3/25 \pm 0/1$ A	$3/250 \pm 0/01$ A
$3/25 \pm 0/3$ A	$3/250 \pm 0/005$ A

ریاضی ۹۹ خ: در یک آزمایش جرم و حجم یک جسم جامد را مطابق شکل زیر بدست می‌کنیم. با توجه به داده‌های روی شکل چگالی جسم در SI کدام است؟

۲۵۰۰	۲۰۵۰
۲/۵	۲/۰۵

ص ۳۰



$V = ۲۳٫۱ - ۱۸٫۵ = ۴٫۶ \text{ mL} = ۴٫۶ \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰^{-۳} \text{ m}^۳ = ۴٫۶ \times ۱۰^{-۶} \text{ m}^۳$

$\rho = \frac{m}{V} = \frac{۱۱۵ \times ۱۰^{-۳}}{۴۶ \times ۱۰^{-۶}} = \frac{۱۱۵}{۴۶} \times ۱۰^{۳} = ۲٫۵ \times ۱۰^{۳} = ۲۵۰۰ \frac{\text{kg}}{\text{m}^۳}$

تجربی خ ۱۴۰۱: درون یک لیتر آب، چند سانتی‌متر مکعب الکل بریزیم تا حجمی مخلوط، ۱۰ درصد بیشتر از حجم الکل شود؟

$\rho_{\text{آب}} = ۱ \text{ g/cm}^۳$

$\rho_{\text{الکل}} = ۰٫۸ \text{ g/cm}^۳$

۱۲۰۰	۸۰۰
۱۸۰۰	۱۵۰۰

$\rho_{mix} = (۱۰۰+۱۰)\% \rho_{\text{الکل}} = ۱٫۱ \rho_{\text{الکل}} = ۱٫۱ \times ۰٫۸ = ۰٫۸۸ \frac{\text{g}}{\text{cm}^۳}$

$\rho_{mix} = \frac{m_{\text{آب}} + m_{\text{الکل}}}{V_{\text{آب}} + V_{\text{الکل}}}$

$۰٫۸۸ = \frac{۱۰۰۰ + ۰٫۸ V_{\text{الکل}}}{۱۰۰۰ + V_{\text{الکل}}} \Rightarrow$

$۸۸۰ + ۰٫۸۸ V_{\text{الکل}} = ۱۰۰۰ + ۰٫۸ V_{\text{الکل}} \longrightarrow V_{\text{الکل}} = ۱۵۰۰ \text{ cm}^۳$

ریاضی ۱۴۰۱: تندی $216\ \frac{km}{h}$ معادل چند مایل بر دقیقه است؟ $1mil = 1800\ m$

۲,۵	۲
۳,۶	۳

$$216\ \frac{km}{h} \times \frac{1h}{60\ min} \times \frac{1mil}{1.8\ km} = \frac{216}{60 \times 1.8} = \frac{216}{6 \times 18} = \frac{216}{108} = 2\ \frac{mil}{min}$$

ریاضی خ ۱۴۰۱: یکی از بزرگترین الماس‌های موجود در ایران، دریای نور به جرم ۱۸۲ قیراط است جرم این الماس در SI چقدر است؟ (هر قیراط معادل ۲۰۰ میلی‌گرم)

۹,۱	۳۶,۴
$3,64 \times 10^{-2}$	$9,1 \times 10^{-2}$

$$182 \times 200 \times 10^{-3}\ g = \frac{182 \times 200 \times 10^{-3}}{10^{3}}\ kg$$

$$364 \times 10^{2} \times 10^{-6} = 364 \times 10^{-4}$$

$$= 3,64 \times 10^{-2}$$

۱۴۰۱ دی ماه ریاضی: کدام یکاها هَمَلی مربوط به یکاهای اصلی است؟

① ژول - کولن - مول ② کیلوگرم - آمپر - مول ③ کیلوگرم - کولن - کندلا (شمع)

④ ژول - آمپر - کندلا (شمع)

۱۴۰۲ تجربی داخل: بار الکتریکی جسمی $160 \times 10^{-10}\ mC$ است این مقدار بار برحسب کولن، نمادگذاری علمی کدام است؟

$1,6 \times 10^{-8}$	$1,6 \times 10^{-20}$
$1,60 \times 10^{-14}$	$1,6 \times 10^{-2}$

$$160 \times 10^{-10} \times 10^{-6}\ C = 160 \times 10^{-16}$$

$$= 1,60 \times 10^{-14}$$

۱۴۰۲ تمرین: حجم بنزین مصرفی در ایران در یک سال ۲۹ ۰۰۰ ۰۰۰ ۰۰۰ L است برحسب نمادگذاری علمی کدام درست است؟

$۲,۹ \times ۱۰^{۱۰}$

$۲,۹ \times ۱۰^{۹}$	$۲,۹۰ \times ۱۰^{۱۰}$ ✓
$۲,۹ \times ۱۰^{۱۱}$	$۲,۹۰ \times ۱۰^{۱۱}$

hodamooz

فصل دوم فیزیک دهم

ویژگی های فیزیکی مواد

تالیف: مهندس رهبری

تابستان ۱۴۰۱

hodamooz

hodamooz

ص ۱

فشار: نسبت اندازه نیروی عمودی وارد بر یکای سطح می باشد

$$P = \frac{F^{\to N}}{A \searrow m^2}$$

$$\frac{N}{m^2} = Pa \qquad \frac{N}{mm^2} = MPa$$

هر یک نیوتن بر متر مربع را به افتخار آقای پاسکال، یک پاسکال می نامند. فشار کمیتی نرده‌ای (اسکالر) است. اگر یک جسم حامد روی سطح افق قرار بگیرد نیروی F در رابطه بالا همان نیروی وزن است.

مثال: شخصی به جرم 60 kg روی سطح افقی ایستاده است. اگر مساحت کف کفش‌های این شخص روی هم $300\ cm^2$ باشد فشاری که این شخص به سطح افقی وارد می کند چند پاسکال است؟

$g = 10 \frac{m}{s^2} = 10 \frac{N}{kg}$

$$P = \frac{F}{A} = \frac{60 \times 10}{300 \times 10^{-4}} = \frac{6 \times 10^2}{3 \times 10^2 \times 10^{-4}}$$

$$P = 2 \times 10^4\ Pa$$

نکته: وقتی یک جسم متوازی السطوح مانند استوانه، مکعب و... از یک ماده همگن ساخته شده باشد و روی سطح افقی قرار داشته باشد علاوه بر فرمول $P = \frac{F}{A}$ می توان فشار ناشی از جسم را بصورت زیر محاسبه کرد:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A} = \frac{\rho V g}{A} = \frac{\rho (Ah) g}{A} = \boxed{\rho g h}$$

$$P = \rho g h$$

برحسب یکای SI باشد فشار برحسب پاسکال بدست آید.

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow P_{max} = \frac{F}{A_{min}}$$

$$P_{min} = \frac{F}{A_{max}}$$

طبق رابطه $P = \rho g h$ کلی $\quad P_{max} \Rightarrow h_{max}$

یعنی

$P_{max} = \rho g h_{max} \Rightarrow$ یعنی بزرگترین ضلع را ارتفاع بگیر

$P_{min} = \rho g h_{min} \Rightarrow$ یعنی کوچکترین ضلع را ارتفاع بگیر

ریاضی ۹۸: مکعب فلزی توپری به ابعاد $5cm \times 4cm \times 2cm$ و چگالی $8\ g/cm^3$ از طرف یکی از وجه‌هایش روی سطح افقی قرار می‌گیرد. بیشترین فشاری که مکعب می‌تواند بر سطح وارد کند چند پاسکال است؟ $g = 10\ N/kg$

$\frac{4\times10^{-2}}{1,6\times10^{-3}} \quad \frac{1,6\times10^{-2}}{4\times10^{-3}}$

$$P_{max} = \rho g h_{max} = \underbrace{8\times10^3}_{\rho} \times \underbrace{10}_{g} \times \underbrace{5\times10^{-2}}_{h_{max}} = 4\times10^3\ pa$$

فشارهای محیط (P_0)

$$1atm = 76\ cmHg = 720\ mmHg = 100\ kpa = 10^5\ pa = 1bar = 1000\ torr$$

در سطح آزاد مایع‌ها، هوا وجود دارد، اگر بخواهیم فشار را در عمق h مایع ساکن پیدا کنیم باید فشار هوا را نیز با فشار مایع جمع کنیم.

$P = \rho g h + P_0$ ← فشار کل

$\rho g h$: فشار حاصل از مایع

P_0: فشار هوا در سطح مایع

نکته: تقریباً هر ۱۰ متر آب فشاری معادل یک اتمسفر دارد.

مثال) در عمق چند متری آب، فشار ۴ اتمسفر است؟

$g = 10\ N/kg$

$\rho = 1\ g/cm^3$ $\quad P_0 = 1atm$

$$P = P_0 + \rho g h$$

$$4\times10^5 = 10^5 + 1000\times10\times h$$

$$3\times10^5 = 10^4 \times h \Rightarrow h = \frac{3\times10^5}{10^4}$$

$$h = 30m$$

روش تستی ⟵ $10m \longrightarrow 1atm$, $h = ? \longrightarrow 3atm$ $\Longrightarrow h = 30m$

مثال) درون دو ظرف آب ریخته‌ایم به طوری که درون ظرف ۱ ارتفاع آب دو برابر ارتفاع آب در ظرف ۲ است. فشار درت ظرف ۱ نسبت به ظرف ۲ چگونه است؟

دو برابر است	برابر است
بیشتر است ولی کمتر از ۲ برابر P_2	بیش از ۲ برابر است

$h \longrightarrow$ عمق آب ظرف ۲

$2h \longrightarrow$ عمق آب ظرف ۱

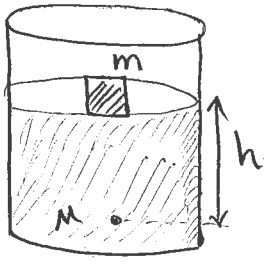
$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\rho g(2h) + P_0}{\rho g h + P_0} = 1 + \frac{\rho g h}{\rho g h + P_0}$$

عددی مثبت که کمتر از یک است

$$\Longrightarrow P_2 < P_1 < 2P_2$$

یعنی اگر عمق مایع ۲ برابر شود فشار ناشی از ستون مایع ۲ برابر می‌شود ولی فشار کل ۲ برابر نمی‌شود.

نکته: اگر درون یک استوانه، مایعی با چگالی ρ زیر پیستونی به مساحت A باشد بطوری که جرم پیستون و وزنهٔ روی آن m باشد فشار در نقطه M برابر مجموع فشارهای حاصل از عوامل بالادستی باشد.



$$P_M = P_0 + \frac{mg}{A} + \rho g h$$

مثال: درون لیوانی با سطح مقطع $۴۰۰\,cm^2$ تا ارتفاع $۲۰\,cm$ روغن با چگالی $۰.۹\,g/cm^3$ ریخته شده است. روی روغن پیستونی به جرم $۱kg$ و روی پیستون وزنه‌ای به جرم $۹kg$ قرار داده شده است. اگر فشار هوا $۱۰۰kPa$ باشد فشار در کف ظرف چند کیلوپاسکال است؟

$$P = P_0 + \frac{mg}{A} + \rho g h$$

$$P = ۱۰^۵ + \frac{(۱+۹)\times ۱۰}{۴۰۰\times ۱۰^{-۴}} + ۹۰۰\times ۱۰\times ۰.۲ = ۱۰۰۰$$

$$P = ۱۰۴.۳\,kPa$$

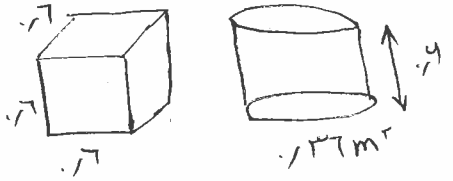
مثال: در یک زیردریایی تعدادی پنجره کوچک دایره‌ای شکل به شعاع $۰.۲m$ وجود دارد. اگر فشار آب در محل هر یک از پنجره‌ها $۴\times ۱۰^۵\,Pa$ باشد بزرگی نیروی نمودی که آب بر سطح خارجی یکی از این پنجره‌ها وارد می‌کند چند نیوتن است؟ $(\pi = ۳)$

$$A = \pi r^۲ = ۳\times (۰.۲)^۲ = ۰.۱۲\,m^۲$$

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow F = P_0 A = ۴\times ۱۰^۵ \times ۰.۱۲ = ۴.۸\times ۱۰^۴\,N$$

۹۶ ت : مکعبی به ضلع ۶۰cm پر از آب است. کل جرم آب را درون استوانه‌ای که مساحت قاعده‌ی آن $0/36\ m^2$ است بریزیم فشاری که این آب در کف استوانه ایجاد می‌کند چند برابر فشاری است که در کف مکعب ایجاد می‌کند؟

$\frac{\pi}{2}$	π
۱	$\sqrt{2}$



$$V_{\text{مکعب}} = \frac{V}{\text{آب}} = 60\ cm \times 60\ cm \times 60\ cm$$

$$S' \text{ قاعده مکعب} = 0/6 \times 0/6 = 0/36\ m^2$$

$$S \text{ استوانه هم برابر} = 0/36\ m^2$$

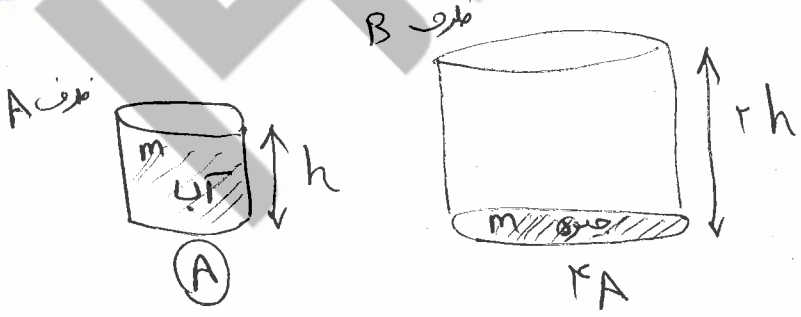
$$\Rightarrow P = \rho g h \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \boxed{1}$$

---

۹۶ خ ، ابعاد ظرف استوانه B دو برابر ابعاد ظرف استوانه A است. ظرف A را پر از آب می‌کنیم و هم جرم با آب در استوانه B جیوه می‌ریزیم. فشاری که آب بر کف ظرف A وارد می‌کند چند برابر فشاری است که جیوه بر کف ظرف B وارد می‌کند؟

$$\rho_{\text{جیوه}} = 13/6\ \rho_{\text{آب}}$$

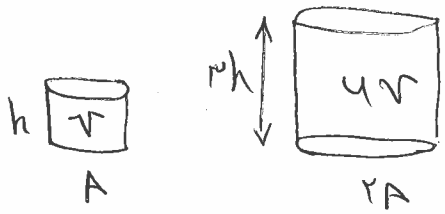
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{13/6}$
④	$13/6$



$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{\frac{mg}{A}}{\frac{mg}{4A}} = \boxed{4}$$

مثال یک ظرف استوانه‌ای لبریز از آب است. اگر ظرف استوانه‌ای با ۲ کف دو برابر و ارتفاع ۳ برابر جسم را از آب لبریز کنیم نیروی وارد به کف ظرف از طرف آب در دومی چند برابر اولی است؟

۳	۲
۱۲	۶



$F_2 = 6\rho V g$

$F_1 = mg = \rho V g$

$\frac{F_2}{F_1} = 6$

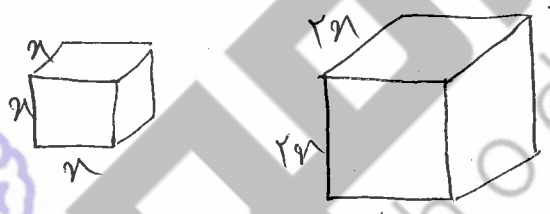
h و $3h$ داریم ← فشار ۳ برابر

مثال یک ظرف مکعبی پر از آب است اگر ابعاد آن را دو برابر کنیم و دوباره آن را لبریز از آب کنیم فشار و نیروی ناشی از آب در کف ظرف به ترتیب چند برابر می‌شود؟

۴و۲	۲و۲
۸و۴	(۸و۲)

ابعاد ۲ برابر $\Rightarrow$ $V \longrightarrow$ ۸ برابر $\longrightarrow F$

$\Rightarrow h \longrightarrow$ ۲ برابر $\longrightarrow (\rho)$

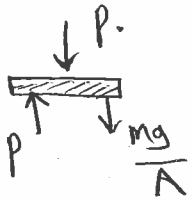


$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\rho g (2x)}{\rho g x} = 2$

$\frac{F_2}{F_1} = \frac{P_2 A_2}{P_1 A_1} = 2 \times 4 = 8$

مثال مساحت روزنه خروج بخار آب از روی درب زودپزی $4\,mm^2$ است. وزنه‌ای چند گرمی باید روی این روزنه گذاشت تا فشار داخل آن در $2\,atm$ ثابت نگه داشته شود؟ $g = 10\,m/s^2$

$P_0 = 1\,atm$

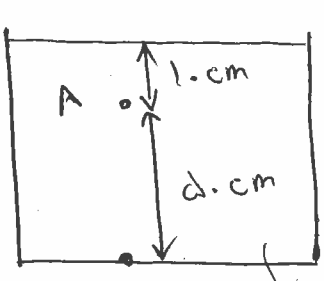


$P = P_0 + \frac{mg}{A}$

$2 \times 10^5 = 10^5 + \frac{m \times 10}{4 \times 10^{-6}}$

$10^5 = \frac{10m}{4 \times 10^{-6}} \Rightarrow m = 4 \times 10^{-2}\,kg = 40\,g$

۱۹) در شکل مقابل فشار در نقطه B چند برابر فشار در نقطه A است؟ ($P_0 = 9{,}9 \times 10^4$ Pa)



$\rho = 1\ gr/cc$

$$\frac{P_B}{P_A} = \frac{9{,}9\times10^4 + 1000\times10\times0{,}4}{9{,}9\times10^4 + 1000\times10\times0{,}1} = \frac{10^4(9{,}9+0{,}4)}{10^4(9{,}9+0{,}1)} = \frac{10{,}3}{10}$$

$\times 2 \rightarrow \frac{21}{20}$

در درون ظرف استوانه‌ای به مساحت قاعده A، $\frac{3}{2}A$ به حجم‌های مساوی آب ریخته‌ایم. اگر P_1 و P_2 به ترتیب فشار کل ناشی از آب و هوا بر کف ظروف باشد، کدام گزینه صحیح است؟

$P_1 = \frac{3}{2}P_2$ | $P_2 = \frac{3}{2}P_1$

$P_1 < P_2 < \frac{3}{2}P_1$ $P_2 < P_1 < \frac{3}{2}P_2$

$P_1 = P_0 + \rho g(\frac{3}{2}h)$

$P_2 = P_0 + \rho g(h)$

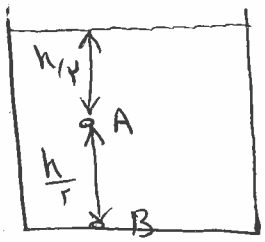
$P_2 < P_1 < \frac{3}{2}P_2$

آزمایش نشان می‌دهد که درست است.

$P_1 = \frac{3}{2}P_2$

مثال: در محلی که فشار هوا ۱۰۰ کیلوپاسکال است. فشار در کف استخری ۲۰ درصد بیشتر از فشار در نیمه عمق آن است. اگر چگالی آب را $1000\ kg/m^3$ فرض کنیم عمق استخر چند متر است؟

۵	۲
۲۰	۱۰



$$P_B = 1.2\, P_A$$

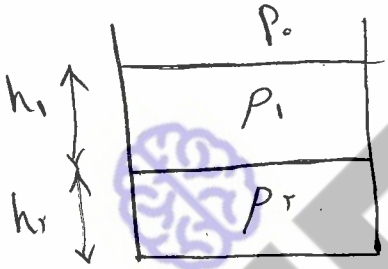
$$P_0 + \rho g h = 1.2\left(P_0 + \rho g \frac{h}{2}\right)$$

$$P_0 + \rho g h = 1.2\, P_0 + 0.6\, \rho g h$$

$$0.4\, \rho g h = 0.2\, P_0 \Rightarrow 2\times10^3 \times 10 \times h = 10^5$$

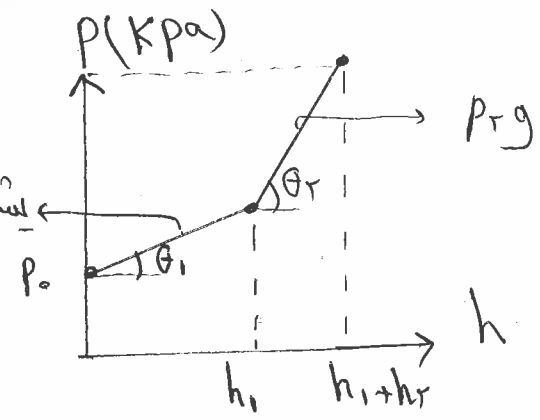
$$h = 5\ m$$

نمودار تغییرات فشار برحسب عمق ۲ مایع:

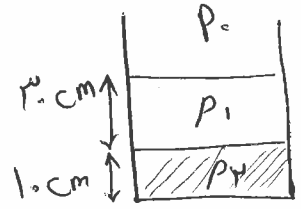


$\rho_2 > \rho_1$

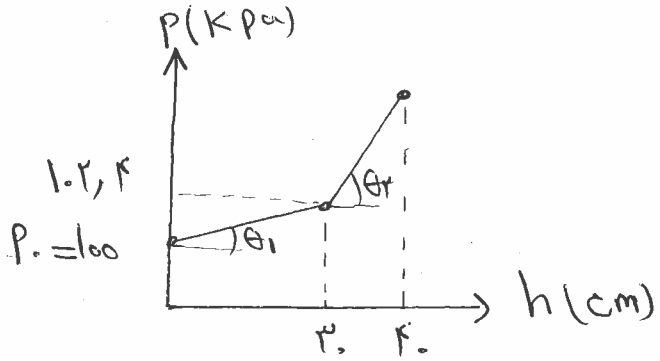
$\theta_2 > \theta_1$ $\rho_1 g$ شیب



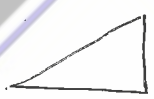
۹۶ : اگر نمودار تغییرات فشار برحسب عمق ۲ مایع مطابق شکل زیر باشد و $\tan\theta_2 = 17\tan\theta_1$ باشد ρ_1 و ρ_2 در SI کدام‌اند؟



۹۰۰ و ۱۰۲۰۰	۷۵۰ و ۱۲۷۵۰
۸۰۰ و ۱۳۵۰۰	۸۰۰ و ۱۳۶۰۰



حل:



$= 2400$

$$\tan\theta_1 = \rho_1 g \Rightarrow \frac{2400}{0.3} = \rho_1 \times 10 \Rightarrow \rho_1 = 800$$

$$\theta_2 = 17\theta_1 \Rightarrow \rho_2 = 17\rho_1 \Rightarrow \rho_2 = 17 \times 800 = 13600$$

---

۸۹ : در عمق ۸ متری مایعی، فشار کل $1{,}74\ atm$ است. چگالی این مایع چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟

$P_0 = 1.0^5\ Pa \qquad g = 10\ m/s^2$

۹۵۰	۰,۹۵
۹۵۰	۹۵

$$P = P_0 + \rho g h$$

$$1{,}74 \times 10^5 = 1.0^5 + \rho \times 10 \times 8$$

$$1{,}74 \times 10^5 - 1.0^5 = 80\rho$$

$$0.74 \times 10^5 = 80\rho \Rightarrow \rho = \frac{74 \times 10^2}{80} = \frac{740}{8}$$

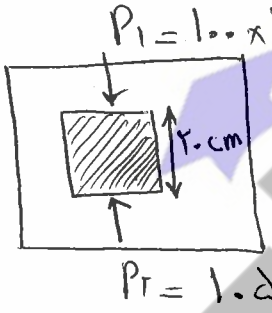
$$\rho = 950\ kg/m^3 \div 1000 \Rightarrow \rho = 0.95\ gr/cc$$

مثال: اختلاف بین فشار هوای بالا و پایین برج آزادی با ارتفاع ۵۰۰m چقدر است؟

هوا $\rho = 1\ kg/m^3$ و $g = 10\ N/kg$

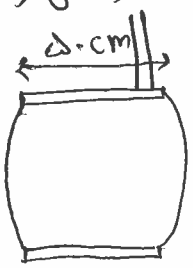
$$\Delta P = \rho g \Delta h$$
$$= 1 \times 10 \times 500 = 5000\ Pa$$

مثال: جسم مکعبی به طول ضلع ۲۰ cm درون لوله‌ای غوطه‌ور و در حال تعادل است. فشار در بالا و زیر جسم به ترتیب ۱۰۰ و ۱۰۵ کیلوپاسکال است. چگالی ماده چند کیلوگرم بر متر مکعب است؟



$$\Delta P = \rho g \Delta h$$
$$(105 - 100) \times 10^3 = \rho \times 10 \times 0.2$$
$$\Rightarrow \rho = \frac{5 \times 10^3}{2} = 2.5 \times 10^3$$
$$= 2500\ kg/m^3$$

مثال هنگامی که ارتفاع آب در لوله به ۵ متر می‌رسد دریچهٔ نیشکن دری رود. اگر قطر دریچه ۵۰ cm باشد در این لحظه تقریباً چند کیلونیوتن از طرف آب به دریچه وارد شده است؟ قطر داخلی لوله ۲cm و چگالی آب ۱۰۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب است. $\pi = 3$



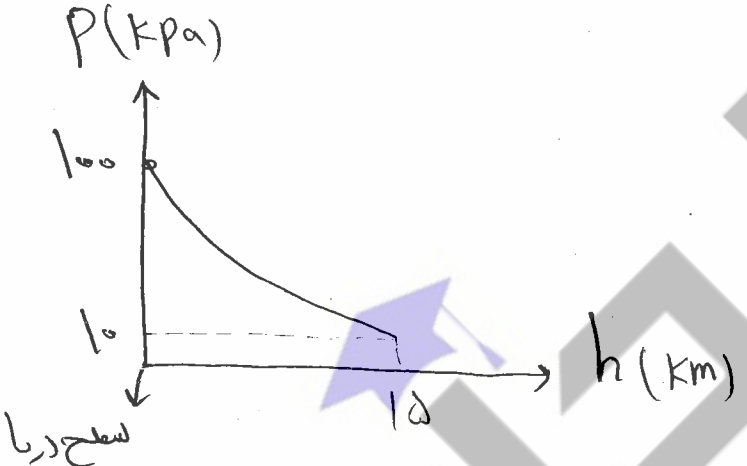
$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow F = P \cdot A = \rho g h A$$
$$F = 10^3 \times 10 \times 15 \times \pi (25^2 - 1^2) \times 10^{-4}$$
$$= 28080\ N = 28.08\ kN$$

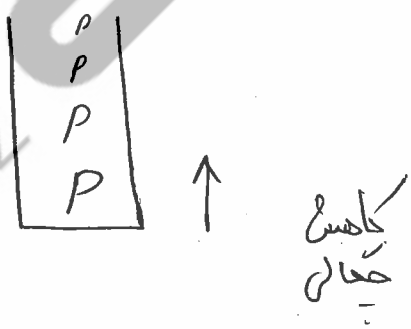
مثال: یک ستون به سطح مقطع $1m^2$ در نظر بگیرید که از سطح دریای آزاد تا بالاترین بخش خشکی زمین ادامه می‌یابد. اگر فشار هوا را در سطح دریا یک اتمسفر ($10^5 Pa$) در نظر بگیریم چند کیلوگرم هوا در این ستون فرض وجود دارد؟

$$F = P \cdot A \Rightarrow F = mg \Rightarrow mg = P \cdot A$$

$$m \times 10 = 10^5 \times 1 \rightarrow m = 10^4 kg$$

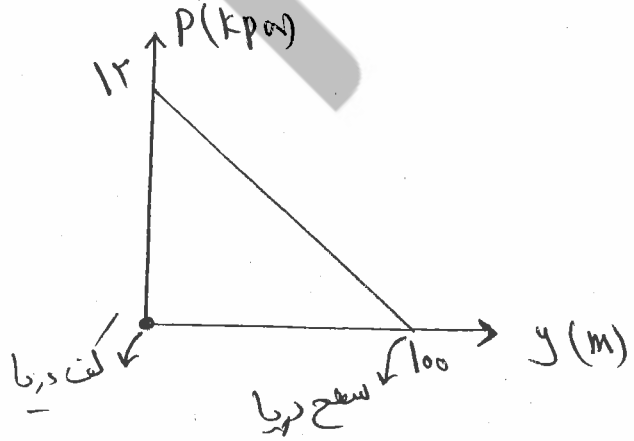
نمودار تغییرات فشار هوا در جو زمین:

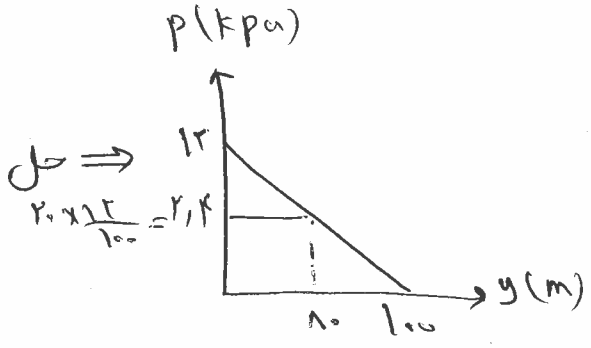




مثال: نمودار تغییرات فشار سیالی برحسب فاصله از کف دریا به شکل زیر است در عمق ۲۰ متری فشار کل چند کیلو پاسکال است؟

$P_0 = 10^5 Pa$



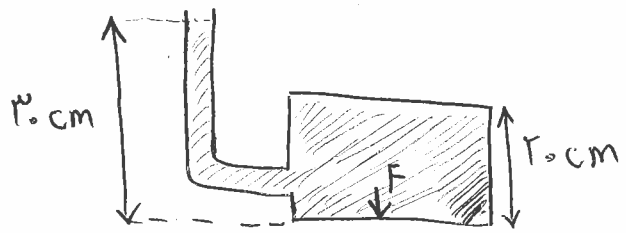


حل $\Rightarrow$ $\frac{۱۲}{۱۰۰} = \frac{۲۰ \times ۱۲}{۱۰۰} = ۲,۴$ شیب

$$P = P_0 + \rho g h = 100 + 2,4 = 102,4 kPa$$

۹۲ غ: در شکل مقابل لوله باریکی به یک مخزن متصل شده است. مساحت کف مخزن $100\ cm^2$ است. اگر داخل لوله و مخزن مایعی به چگالی $800\ kg/m^3$ باشد. نیرویی که از طرف مایع به کف مخزن وارد می‌شود چند نیوتن است؟

۲۰ | ۱۶
۳۶ | ۲۴



$F = \rho g h A$

$F = 800 \times 10 \times 0.3 \times 100 \times 10^{-4}$

$F = 24 \times 10^2 \times 10^2 \times 10^{-4} = 24\ N$

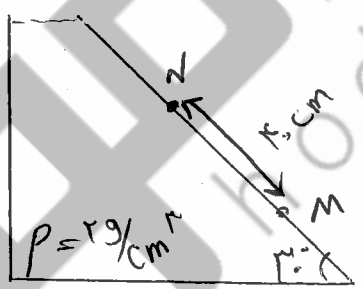
نیروی وارد به سقف مخزن ← سطح بالای مخزن؟ ← $F = \rho g h A \xrightarrow{h = 10\ cm}$

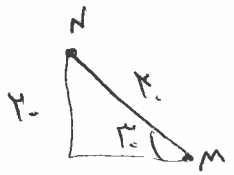
$F = 8\ N$

اختلاف سطح بالا و پایین ← $24 - 8 = 16\ N$

مثال: اختلاف فشار بین نقاط M و N در شکل زیر چند کیلو پاسکال است؟

۲ | ۱
۴ | ۳





$\Delta P = \rho g \Delta h$

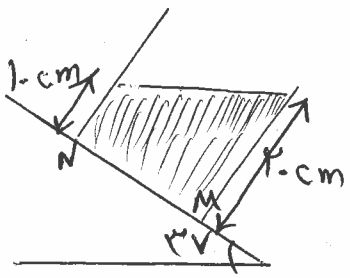
$\Delta P = 2000 \times 10 \times \frac{20}{100}$

$= 4000\ Pa = 4\ kPa$

مثال: در شکل زیر، اختلاف فشار بین ۲ نقطه M و N چند پاسکال است؟ $\sin 37° = 0.6$

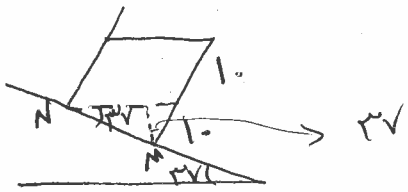
۱۹۰۰ | ۱۲۰۰
۲۰۰۰ | ۱۸۰۰

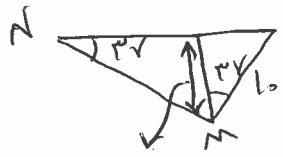
$P = 29\ N/cm^2$



$\sin 37 = 0.6$

$\hookrightarrow \cos 37 = 0.8$

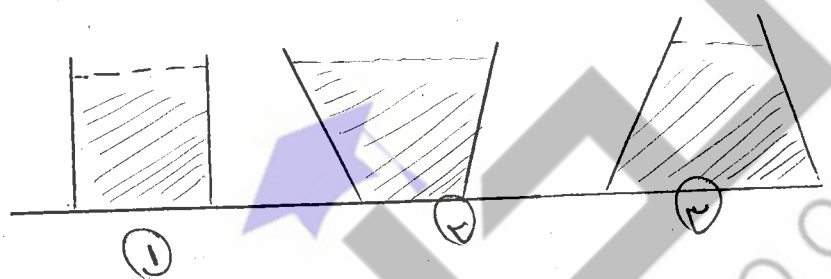




۸cm

$$\Delta p = \rho g \Delta h = 2000 \times 10 \times \frac{8}{100} = 1600\ Pa$$

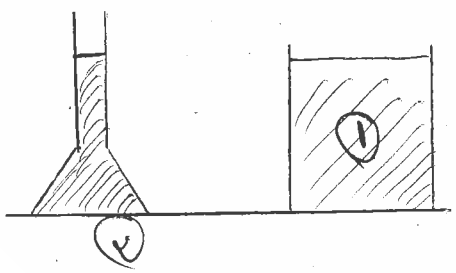
مثال ظروف زیر همگی شامل مایع‌های یکسان و هم ارتفاع و هم حجم هستند و نیروها را مقایسه کنید.



$P = \rho g h \rightarrow$ P هر ۳ یکسان

$F = \rho g h A \Rightarrow F_3 > F_1 > F_2$

مثال : ظروف زیر همگی شامل مایع‌های یکسان و هم ارتفاع با مساحت کف مساوی اند فشار و نیروی وارد به کف ظروف ها از طرف مایع را مقایسه کنید.

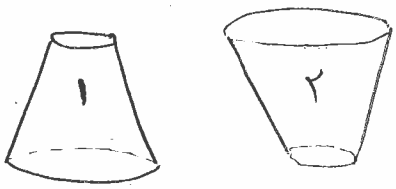


$P = \rho g h \Rightarrow P_1 = P_2$

$F = \rho g h A \Rightarrow F_1 = F_2$

نیروی وارد از طرف ظرف به میز $\leftarrow mg$

۹۳) در شکل روبرو، حجم و عمق آب در دو ظرف پرازآن باهم برابر است. رابطه بین فشار و نیروی آب در کف ظرف‌ها در کدام گزینه درست است؟



۱) $F_1 = F_2$ ، $P_1 = P_2$

۲) ✓ $F_1 > F_2$ ، $P_1 = P_2$

۳) $F_1 = F_2$ ، $P_1 < P_2$

۴) $F_1 < F_2$ ، $P_1 > P_2$

$P = \rho g h \longrightarrow P_1 = P_2$

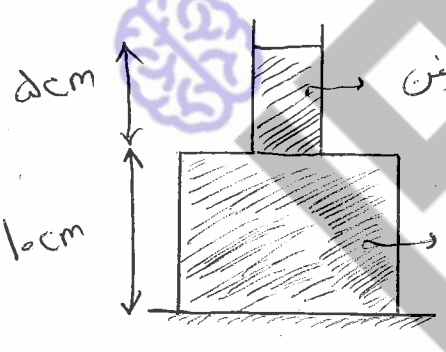
$F = \rho g h A \xrightarrow{A_1 > A_2} F_1 > F_2$

اعداد سهم در درس فشار:

۲۷۲ $\xrightarrow{\div 2}$ ۱۳۶ $\xrightarrow{\div 2}$ ۶۸ $\xrightarrow{\div 2}$ ۳۴ $\xrightarrow{\div 2}$ ۱۷

---

۹۴) در شکل زیر سطح مقطع استوانه‌ها $10\,cm^2$ و $50\,cm^2$ است. نیرویی که از طرف مایع‌ها بر کف ظرف وارد می‌شود چند نیوتن است؟ $\rho_{آب} = 1\,g/cm^3$ و $\rho_{روغن} = 0.8\,g/cm^3$



$F = P_0 A$

$F = (\rho g h_1 + \rho g h_2) A$

$F = \left(1000 \times 10 \times \frac{5}{100} + 1000 \times 10 \times \frac{10}{100} \right) \times 50 \times 10^{-4}$

$F = (400 + 1000) \times 50 \times 10^{-4}$

$F = 1400 \times 50 \times 10^{-4} = 7 \times 10^4 \times 10^{-4} = 7\,N$

(۹۵) دو مایع A و B را که چگالی آن‌ها $\rho_A = 1.2\ g/cm^3$ و $\rho_B = 0.6\ g/cm^3$ است با یکدیگر مخلوط کرده و در یک ظرف استوانه‌ای می‌ریزیم. اگر $\frac{1}{3}$ حجم مخلوط از مایع A و بقیه آن از مایع B و ارتفاع مخلوط در ظرف $75\ cm$ باشد فشار وارد از طرف مخلوط بر کف ظرف چند پاسکال است؟

$$\rho_{mix} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} = \frac{1.2\left(\frac{1}{3}V\right) + 0.6\left(\frac{2}{3}V\right)}{V} = \frac{0.4V + 0.4V}{V}$$

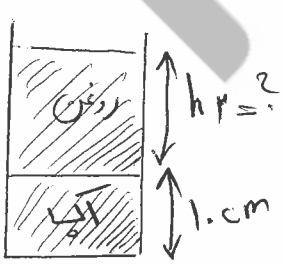
$$= \frac{0.8V}{V} = 0.8\ g/cm^3$$

$$P = \rho g h = 800 \times 10 \times \left(\frac{3}{4}\right) = 6000\ Pa$$

$h = \frac{3}{4} \times 100 = 75\ cm$

---

(۹۵) سطح مقطع یک ظرف استوانه‌ای $20\ cm^2$ است و در آن تا ارتفاع $10\ cm$ آب ریخته شده است. روی آب چند گرم روغن با چگالی $0.6\ g/cm^3$ بریزیم تا فشار حاصل از این دو مایع در کف استوانه برابر $2000\ Pa$ شود؟ ($\rho_{آب} = 1\ g/cm^3$)



$$2000 = P_1 + P_2$$

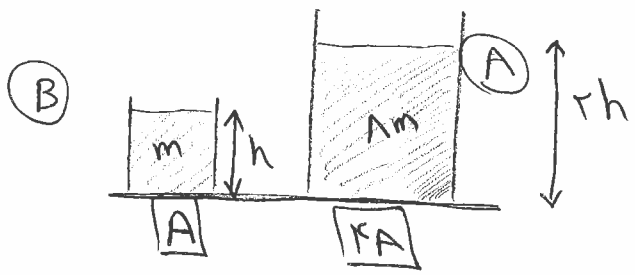
$$2000 = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2$$

$$2000 = 1000 \times 10 \times 0.1 + 600 \times 10 \times h_2$$

$$\Rightarrow h_2 = \frac{1}{4}\ m \qquad m = \rho V = \rho A h$$

$$m_2 = \rho_2 A h_2 \Rightarrow m_2 = 600 \times 20 \times 10^{-4} \times \frac{1}{4} = 0.2\ kg = 200\ gr$$

(۹۶) استوانه A پر از آب است. نیروی که آب بر کف استوانه وارد می‌کند F_A و فشار حاصل از آب در کف استوانه P_A است. اگر ابعاد استوانه B نصف استوانه A باشد و آن را از آب پر کنیم نیرو و فشار مورد نظر F_B و P_B باشد نسبت‌های $\frac{P_A}{P_B}$ و $\frac{F_A}{F_B}$ کدام‌اند؟



$$P_A = 2\rho g h$$

$$P_B = \rho g h$$

$$\frac{P_A}{P_B} = 2$$

$$F_A = 8mg$$

$$F_B = mg$$

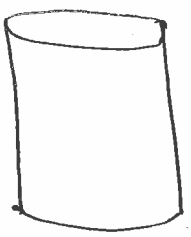
$$\frac{F_A}{F_B} = 8$$

---

(۹۷) نصف حجم استوانه‌ای از مایع با چگالی ρ_1 پر شده و نیمه بالایی آن از مایعی با چگالی ρ_2 پر شده است و فشار حاصل از دو مایع در کف استوانه برابر P_1 است. اگر این ۲ مایع را هم بزنیم و در هم حل شوند فشار حاصل از محلول در کف استوانه برابر P_2 است کدام رابطه درست است؟

$P_2 > P_1$	$P_1 = P_2$ ✓
	$P_2 < P_1$

$$P_2 = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2(\rho_1 - \rho_2)} P_1$$



$$P = \rho g h \quad , \quad P = \frac{mg}{A}$$

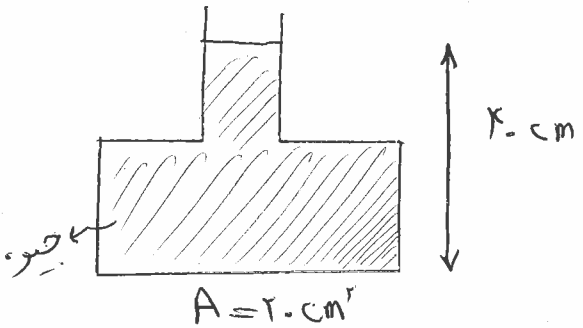
با داخل زدن مایعات کل ظرف و جرم کل ثابت است لذا طبق رابطه $P = \frac{mg}{A}$ فشار ثابت می‌ماند.

(۹۱)

مثال مهم: در شکل روبرو آلبیشه نیرویی که کف ظرف می‌تواند از طرف جیوه تحمل کند ۱۳۵ N باشد. حداکثر چند سانتی‌متر جیوه به ارتفاع جیوه در لوله می‌توان اضافه کرد تا ظرف نشکند؟

$\rho_{\text{جیوه}} = 13500 \ kg/m^3$ $\quad g = 10 \ m/s^2$

۹	۵
۱۰	۲۰



$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow$$

$$F_{max} = P_{max} A$$

$$F_{max} = \rho g h_{max} A$$

$$135 = 13500 \times 10 \times h \times 20 \times 10^{-4}$$

$$135 = 135 \times 10^{2} \times h \times 2 \times 10^{-3}$$

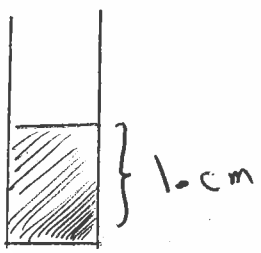
$$1 = 2h \rightarrow h = \frac{1}{2} m = 50 \ cm$$

۲۰ cm پر شده لذا نهایت ۱۰ cm دیگر مجازیم اضافه کنیم.

---

(۹۹) ت: مطابق شکل زیر درون لوله‌ای به سطح مقطع ۲۰ cm² تا ارتفاع ۱۰ cm از یک مایع به چگالی ۱۲۵۰ گرم بر لیتر قرار دارد و فشار درون لوله P_1 است. چند سانتی‌متر مکعب از مایع دیگری به چگالی ۸۰۰ گرم بر لیتر به مایع داخل لوله اضافه کنیم تا فشار درون لوله به $1.02 P_1$ برسد؟

$g = 10 \frac{N}{kg}$ $\quad \rho_{\text{جیوه}} = 13.5 \frac{g}{cm^3}$ $\quad P_0 = 75 cmHg$



۵۱,۲۵	۲۵۶,۲۵
۵۱۲,۵	۲۵۶۲,۵

۱۸

$\Delta P = \%۲ P_1$

$P_1 = \rho_1 g h_1 + P_0$

$P_2 = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 + P_0$

$P_2 - P_1 = \rho_1 g h_1 - \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 + P_0 - P_0$

$\Delta P = \rho_2 g h_2 \Rightarrow \%۲ P_1 = \rho_2 g h_2$

$\%۲ (\rho_1 g h_1 + P_0) = \rho_2 g h_2$

$\%۲ (۱۲۵۰ \times ۱۰ \times \frac{۱۰}{۱۰۰} + (۷۵ \times ۱۳۵۰)) = ۸۰۰ \times ۱۰ \times h_2$

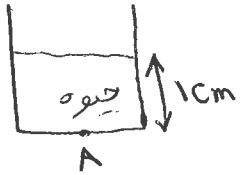
$\%۲ (۱۲۵۰ + ۱۰۱۲۵۰) = ۸۰۰۰ h_2$

$\%۲ (۱۰۲۵۰۰) = ۸۰۰۰ h_2 \longrightarrow h_2 = \frac{\%۲ \times ۱۰۲۵۰۰}{۸۰۰۰}$

$h_2 = ۰/۲۵۶۲۵ \text{ m} \xrightarrow{\times ۱۰۰} ۲۵,۶۲۵ \text{ cm}$

$V = Ah = ۲۰ \times ۲۵,۶۲۵ = ۵۱۲,۵$

نکته مهم: به ارتفاع جیوه برحسب cm، فشار برحسب سانتی‌متر جیوه می‌گوییم لذا 1cmHg برابر فشاری است که ظرف حاوی جیوه به ارتفاع 1cm در کف ایجاد می‌کند.



$P_A = 1 \text{cmHg}$

فشار مایع $P_A = \rho g h = ۱۳۶۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۱}{۱۰۰} = ۱۳۶۰ \text{ Pa}$

$\Rightarrow 1 \text{cmHg} = ۱۳۶۰ \text{ Pa}$

اگر چگالی جیوه $13600\ kg/m^3$ باشد

- فشار برحسب پاسکال ← فشار برحسب cmHg $\times 13600$
- فشار برحسب cmHg ← فشار برحسب پاسکال $\div 13600$

گاهی اوقات در مسائل چگالی جیوه را $13500\ kg/m^3$ درنظر می‌گیرند لذا برای تبدیل بجای ۱۳۶۰ از ۱۳۵۰ استفاده می‌کنیم.

نکته: محاسبه فشار مایع به چگالی ρ و ارتفاع h برحسب سانتی‌متر جیوه:

$$P_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \quad (h \text{ بر حسب cm})$$

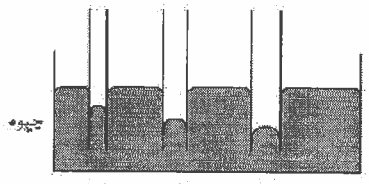
$$P_{\text{کل}} = h_{\text{جیوه}}\ (\text{cm}) + P_0\ (\text{cmHg})$$

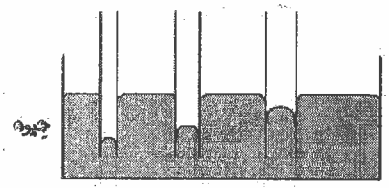
اگر داخل ظرفی مایعی به چگالی ρ' بریزیم و ارتفاع آن h_{cm} باشد فشار آن برحسب cmHg برابر است با

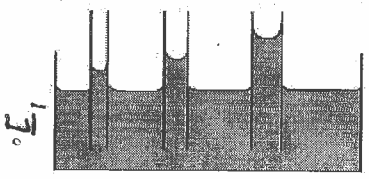
$$P = \frac{\rho'}{\rho_{\text{جیوه}}} \times h$$

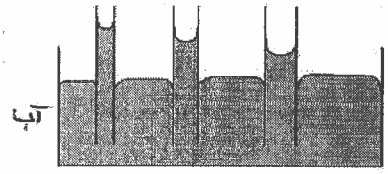
ارتفاع مایع بر حسب cm

(۹۸) کدام یک از شکل های زیر خاصیت مویینگی در لوله های شیشه ای را درست نشان داده است؟

(۱)


(۲)


(۳)


(۴)


در داخل لوله‌ای که جیوه قرار دارد جیوه پایین می‌رود و آب بالا می‌رود. هرچقدر لوله نازک‌تر باشد پایین‌روی و بالاروی بیشتری داریم.

گزینه ۱: غلط چون لوله کلفت‌تر بیش‌تر پایین آمده درحالی‌که لوله نازک باید بیش‌تر پایین بیاید.

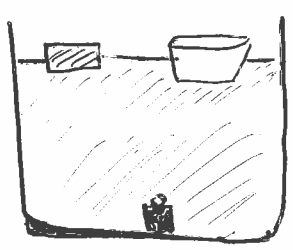
گزینه ۳: آب بالا می‌رود و در لوله نازک‌تر باید بیش‌تر بالا برود

گزینه ۲ و ۴ بالاروی و پایین‌روی رعایت شده و درست است. { جیوه ← محدب / آب ← مقعر

بیرون لوله هم باید مانند درون لوله باشد لذا گزینه ۴ هم غلط است.

---

(۹۹) در شکل زیر یک ظرف خالی و یک قطعه چوب را روی آب شناور کرده و یک وزنه فلزی در کف ظرف آب قرار دارد. آلدرچوب را از سطح آب برداشته و داخل ظرف قرار دهیم. فشار در کف ظرف آب چگونه تغییر می‌کند و آلدر وزنه را از جایی که قرار دارد برداریم و درون ظرف قرار دهیم و ظرف همچنان شناور بماند فشار در کف ظرف آب چگونه تغییر می‌کند؟



(۱) کاهش می‌یابد ـ کاهش می‌یابد

(۲) افزایش می‌یابد ـ افزایش می‌یابد

(۳) ثابت می‌ماند ـ افزایش می‌یابد ✓

(۴) ثابت می‌ماند ـ کاهش می‌یابد.

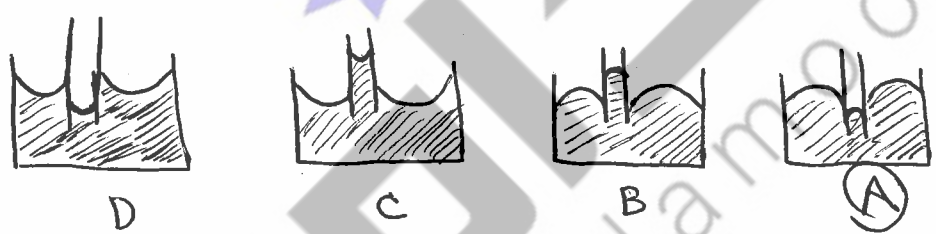
در حالت اول $P = \rho g h + P_0$

وقتی چوب شناور روی آب را به درون ظرف منتقل می‌کنیم نیروی که شاره به سطح ظرف وارد می‌شود تغییری نمی‌کند، لذا فشار در کف ظرف نیز ثابت می‌ماند.

در حالت دوم وزنه داخل ظرف قرار می‌گیرد (چون ظرف همچنان شناور است) نیروی شناوری به مقدار زیادی افزایش می‌یابد (زیرا حجم زیادی از ظرف داخل آب قرار می‌گیرد) لذا: شاره کشش تر شده و فشار در کف ظرف افزایش می‌یابد.

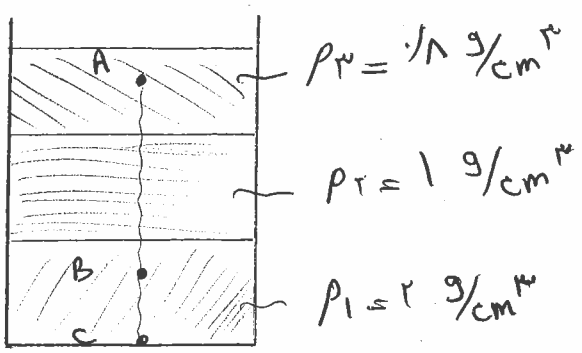
تجربی ۹۹ خ: اگر یک لوله سوپین را که در طرف آن باز است بطور قائم در جیوه فرو ببریم بصورت کدام یک از شکل‌های زیر در می‌آید؟

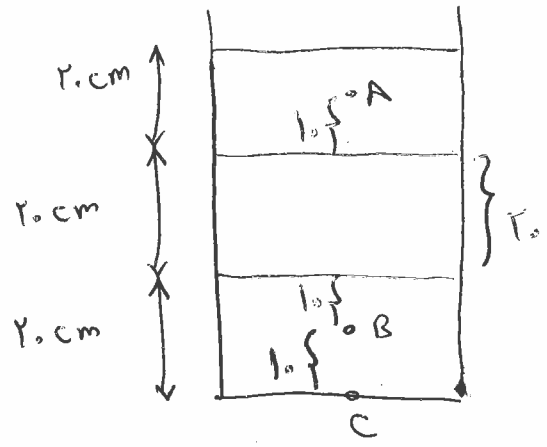
A	B
D	C



تجربی ۹۹ خ: در شکل زیر ۳ مایع مخلوط نشدنی با چگالی‌های مشخص قرار دارد و ارتفاع هر کدام از مایع‌ها ۲۰ cm است. اگر $AB = 40\,cm$ ، $BC = 10\,cm$ اختلاف فشار بین ۲ نقطه A و B چند پاسکال است؟ $g = 10\,\frac{m}{s^2}$

۲۶۰۰	۱۶۰۰
۴۸۰۰	۳۸۰۰





$$P_B - P_A = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3$$

$$P_B - P_A = g\left(2000 \times \frac{1}{10} + 1000 \times \frac{2}{10} + 800 \times \frac{1}{10}\right)$$

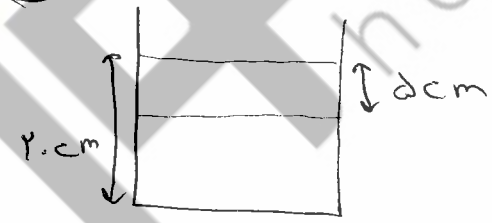
$g \downarrow 10$

$$P_B - P_A = 10(200 + 200 + 80) = 4800\ Pa$$

ریاضی ۱۴۰۰: آلودرعمق ۵cm مایعی فشار ۱۰۰ کیلوپاسکال ودرعمق ۲۰cm آن فشار ۱۰۶ kpa باشد فشارهوا درمحیط چند کیلوپاسکال است؟ $g = 10\ m/s^2$

۹۷ | ۹۶
۹۹ | ۹۸

خودمان شکلی فرضی رسم می‌کنیم.



$$\Delta P = \rho g \Delta h$$

$$(106 - 100)^{\times 10^3} = \rho \times 10 \times \frac{15}{100}$$

$$\Rightarrow 6000 = 1.5\rho$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{6000}{1.5 \times 10^{-1}} = 4000\ kg/m^3$$

$$P = P_0 + \rho g h \Rightarrow 100 \times 10^3 = P_0 + 4000 \times 10 \times \frac{5}{100}$$

$$100000 - 2000 = 98000\ Pa$$

تجربی ۱۴۰۰: درمکانی که شارها $1/026\times10^5\ Pa$ است، اگر از عمق $10cm$ مایعی به عمق $53cm$ بریزیم فشار 5 برابر می‌شود چگالی مایع چند گرم بر سانتی‌مترمکعب است؟

۲/۵	۲/۶
۱۳/۵	۱۳/۸

$$\Delta P = \rho g \Delta h$$

$$P_2 = 1/5 P_1 \hookrightarrow \Delta P = 0/5 P_1$$

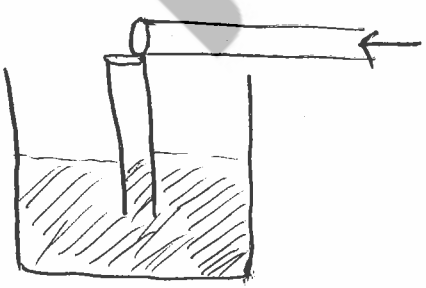
$$0/5 P_1 = \rho g \Delta h \Rightarrow 0/5(P_0 + \rho_1 g h_1) = \rho g \Delta h$$

$$0/5\Big(\underbrace{1/026\times10^5}_{1026000} + \underbrace{\rho\times10\times\frac{1}{10}}_{\rho}\Big) = \rho\times10\times\frac{43}{100}$$

$$\Rightarrow 51300 + 0/5\rho = 4/3\rho \Rightarrow 51300 = 3/8\rho$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{51300}{3/8} = 13500\ kg/m^3 = 13/5\ gr/cm^3$$

ریاضی ۹۹: یک نی پلاستیکی را مطابق شکل از وسط می‌بریم و بدون این‌که دو قسمت آن کاملاً از هم جدا شوند آن را ۹۰ درجه تا کرده و درون آب قرار می‌دهیم حال اگر از قسمت افقی آن در جهت نشان داده شده بدمیم شارها داخل نی می‌تابد، حبابه تشکیل شده و سطح آب داخل آن چگونه جابجایی می‌شود؟



با افزایش تندی شار بالای لوله کاهش می‌یابد لذا آب از داخل لوله بالاتر می‌آید.

① افزایش می‌یابد - پایین می‌رود

② کاهش می‌یابد - پایین می‌رود

③ افزایش می‌یابد - بالا می‌آید

④ ✓ کاهش می‌یابد - بالا می‌آید

ریاضی ۱۴۰۱: در ارتفاع حدود ۳۰۰۰ متری از سطح دریا فشار هوا ۶۸kPa است. این فشار چند cm جیوه است؟

۵۰	۴۵
۶۰	۵۵

$$P_a \div 1360 \longrightarrow P_{cmHg}$$

$$\frac{6800}{1360} = \frac{6800}{136} = 50 \text{ cmHg}$$

ریاضی ۹۹: در یک لوله استوانه‌ای که سطح قاعده آن $5cm^2$ است، ۱۳۶ گرم جیوه و ۱۳۶ گرم آب ریخته‌ایم. اگر چگالی جیوه و چگالی آب به ترتیب $13.6 g/cm^3$ و $1 g/cm^3$ باشد، فشار درون لوله چند پاسکال است؟ $P_0 = 76 cmHg$ $g = 10 m/s^2$

۵۴۴۰۰	۵۴.۴
۱۰۸۸۰۰	۱۰۸۸

$$P = P_{آب} + P_{جیوه} + P_0$$

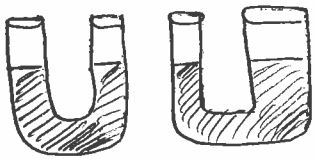
$$= \frac{mg}{A} + \frac{mg}{A} + P_0$$

$$= \frac{136 \times 10^{-3} \times 10}{5 \times 10^{-4}} + \frac{136 \times 10^{-3} \times 10}{5 \times 10^{-4}} + 76 \times 1360$$

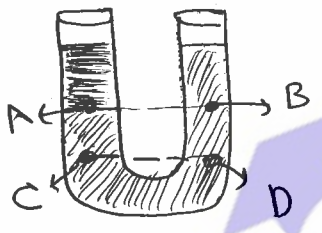
$$= 108800 \text{ pa}$$

لوله‌های U شکل:

① اگر یک نوع مایع داخل لوله ریخته شود بدون در نظر گرفتن قطر لوله‌ها (دو طرف)، سطح مایع در آن‌ها در یک تراز قرار می‌گیرد.



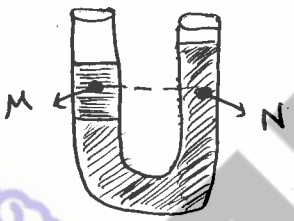
② اگر دو یا چند مایع متفاوت و مخلوط نشدنی، داخل لوله‌ها ریخته شود، نقاط هم تراز داخل یک نوع مایع هم فشار هستند.



$P_A = P_B$

$P_C = P_D$

③ نقاط هم تراز ۲ مایع متفاوت هم فشار نیستند.

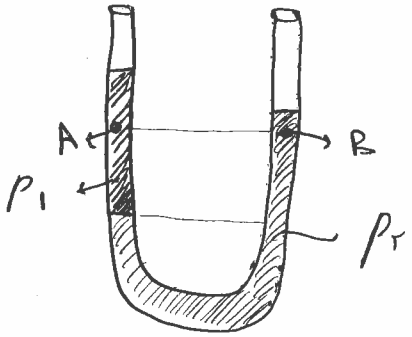


$P_M \neq P_N$

④ مایعی که چگالی بیشتری دارد پایین‌تر قرار می‌گیرد.

⑤ برای حل مسائل لوله‌ها ابتدا نقاط هم تراز از یک مایع را پیدا می‌کنیم و می‌دانیم که فشارهای برابر دارند. پس جمله‌ی فشار با بالاسر این دو نقطه را می‌نویسیم. اگر سر لوله باز باشد P_0 را لحاظ می‌کنیم.

نکته:



$P_2 > P_1$

چون P_2 پایین‌تر است لذا چگالی بیشتری دارد. برای ۲ مایع با چگالی متفاوت

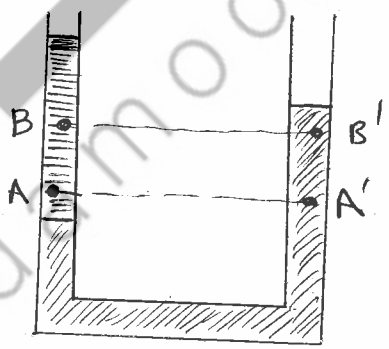
$(P_A > P_B)$ هر مایع که سطح آزاد بالاتری دارد فشار بیشتری دارد

و از خط تراز هرچه بالاتر برویم تغییرات فشار (ΔP) بیشتری میشود.

---

۹۴) آبا وقتی مطابق شکل در حال تعادل اند آیا اختلاف فشار بین نقاط A و A' برابر ΔP_1 و اختلاف فشار بین نقاط B و B' برابر ΔP_2 با شد کدام صحیح است؟

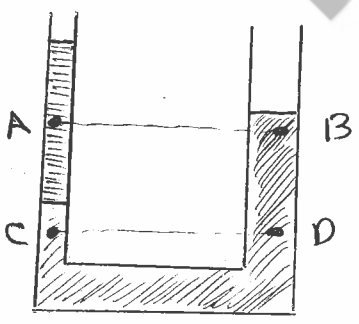
$\Delta P_1 = \Delta P_2$	$\Delta P_1 < \Delta P_2$
$\Delta P_1 > \Delta P_2$	$\Delta P_1 = \Delta P_2 = 0$



هرچه بالاتر برویم P افزایش می‌یابد

---

۹۵) در شکل روبرو در درون لوله دو مایع مخلوط نشدنی قرار دارند. اگر فشار در نقاط نشان داده شده در درون مایع‌ها را مقایسه کنیم کدام رابطه درست است؟



$P_C = P_D$ ← C و D هم ترازند

$P_A > P_B$ ← A سطح آزاد از B بالاتر است

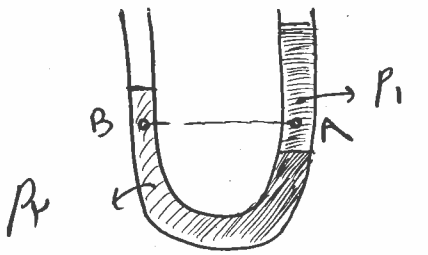
① $P_C < P_D$, $P_A = P_B$

② $P_C < P_D$, $P_A < P_B$

③ $P_C = P_D$, $P_A = P_B$

④ $P_C = P_D$, $P_A > P_B$ ✓

تجربی ۹۵ خ ، در شکل زیر درون لوله U شکل دو مایع مخلوط نشدنی با چگالی‌های ρ_1 و ρ_2 ریخته شده و فشار در نقاط A و B درون دو مایع به ترتیب P_A و P_B است کدام رابطه در این مورد درست است؟



① ✓ $P_B < P_A$ ، $\rho_2 > \rho_1$

② $P_B > P_A$ ، $\rho_2 > \rho_1$

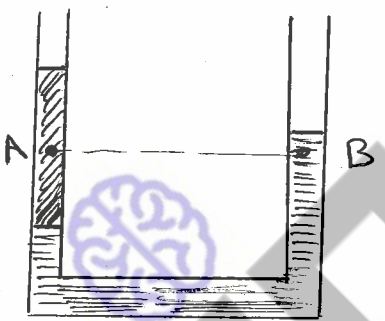
③ $P_B < P_A$ ، $\rho_2 < \rho_1$

④ $P_B > P_A$ ، $\rho_2 < \rho_1$

$\rho_2 > \rho_1$ ، $P_A > P_B$

---

۹۴ در شکل روبرو ۲ مایع مخلوط نشدنی به چگالی‌های $800\ kg/m^3$ و $1000\ kg/m^3$ در یک لوله U شکل قرار دارند. اگر فشار در نقاط A و B به ترتیب P_A و P_B باشد کدام رابطه در SI برقرار است؟



① $P_A = P_B$

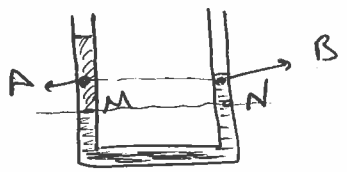
② $P_A = \frac{۴}{۵} P_B$

③ $P_A = P_B - 100$

④ ✓ $P_A = P_B + 100$

فقط در گزینه ④ رعایت شده $\longrightarrow$ روش اول $P_A > P_B$

روش دوم



$P_M = P_N \Rightarrow P_A + \rho_1 gh = P_B + \rho_2 gh$

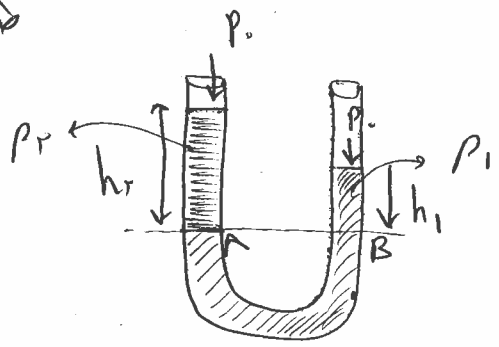
$P_A = P_B + (\rho_2 - \rho_1) gh$

$\rho_1 = 800$ ، $\rho_2 = 1000$ و $h = 0.05\ m$

$P_A = P_B + 200 \times 10 \times 0.05$

$P_A = P_B + 100$

مسئله :



$$P_A = P_B$$

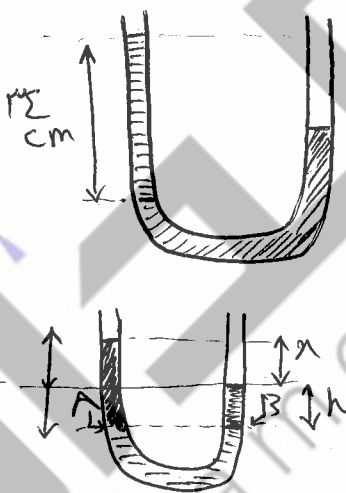
$$\rho_2 g h_2 + P_0 = \rho_1 g h_1 + P_0 \Longrightarrow \boxed{\rho_2 h_2 = \rho_1 h_1}$$

---

(۹۱) در شکل روبرو اختلاف ارتفاع آب و جیوه چند سانتی‌متر است؟

$\rho_{\text{آب}} = 1\ g/cm^3$

$\rho_{\text{جیوه}} = 13{,}6\ g/cm^3$



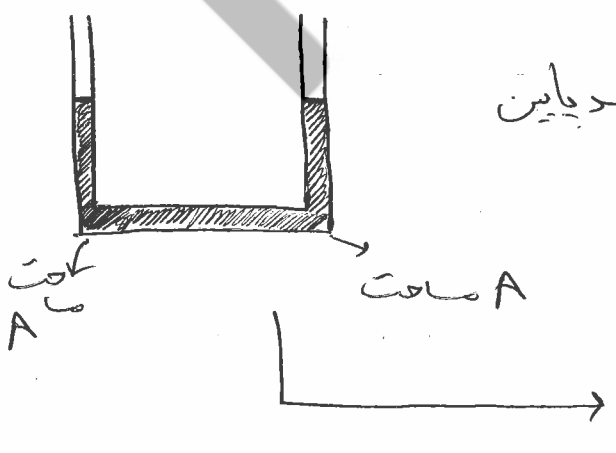
حل ⇐

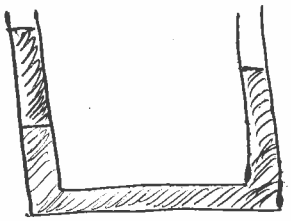
$$P_A = P_B$$

$$34 \times 1 = 13{,}6 \times h \longrightarrow h = \frac{34}{13{,}6} = \frac{34 \times 10}{136} = 2{,}5\ cm$$

$$x = 34 - 2{,}5 = \boxed{31{,}5\ cm}$$

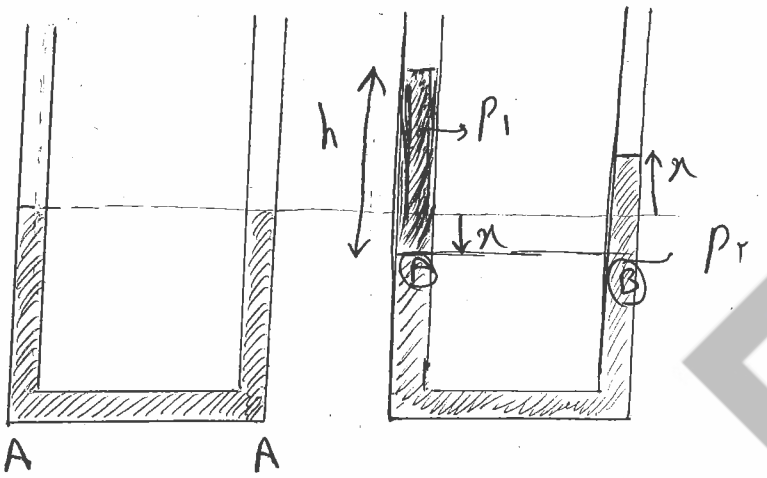
جابجایی در لوله‌ها : اگر سایع سمت چپ x واحد پایین بیاید سایع سمت راست x واحد بالا می‌رود.





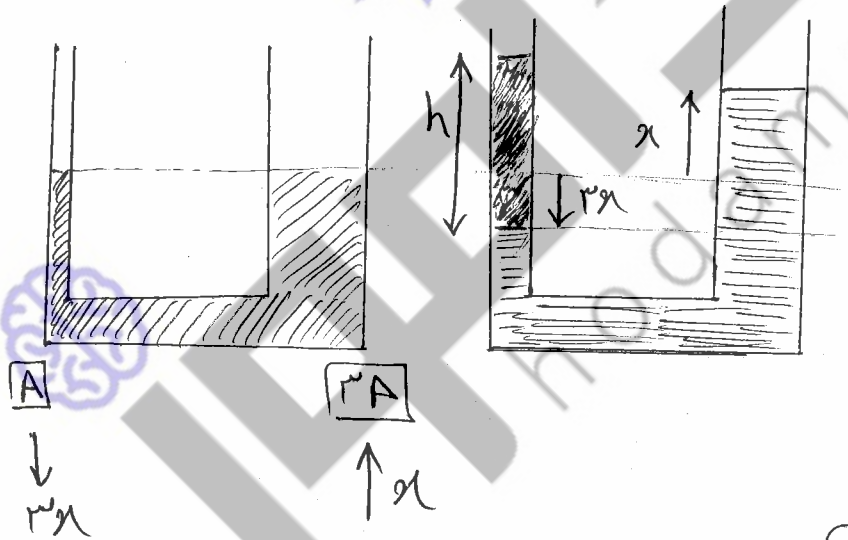
جابجایی در لوله‌ها: اگر ۲ ست لوله U شکل هم‌مقطع باشند (هم‌قطر) هرست که x واحد پایین بیاید، ست دیگر x واحد بالا می‌رود.

فرض می‌کنیم در لوله U شکل زیر بخواهیم در ست چپ مایع جدیدی به لوله اضافه کنیم:



$$\Rightarrow \rho_1 h = \rho_2 (2x)$$

اگر مقطع لوله‌ها یکسان نباشد باتوجه به ست‌ها نیست جابجایی‌ها به‌صورت رابطه مقدم بلکه به‌صورت برابری آید.



$$\rho_1 h = \rho_2 (4x)$$

جمع مساحت‌ها

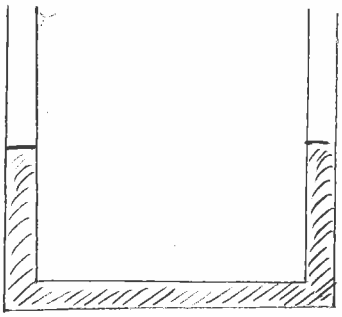
A → nA → (n+1)

ص ۳۰

(۹۱) در شکل روبرو در لوله U شکل آب ریخته شده و نقطه M روی لوله نشانه گذاری شده است.

اگر در قسمت چپ لوله روی آب به ارتفاع ۵cm نفت بریزیم در لوله سمت راست چند سانتی‌متر از نقطه M بالاتر می‌رود؟ چگالی نفت و آب ۰/۸ و ۱ گرم بر سانتی‌متر مکعب است!

۲	۱
۴	۲,۵



$$P_1 h = P_2 h_2$$

$$0.8 \times 5 = \rho_2 (2x)$$

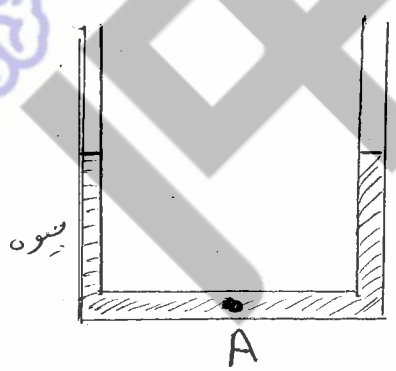
$$\Rightarrow x = 2\,cm$$

ست راست ۲cm پایین می‌آید و ست چپ ۲cm بالا می‌رود

---

(۹۲) در شکل روبرو سطح مقطع لوله در هر طرف برابر $2\,cm^2$ است. اگر در یکی از شاخه‌ها روی جیوه ۶۸ گرم آب بریزیم، فشار در نقطه A چند سانتی‌متر جیوه افزایش می‌یابد؟

$\rho_{آب} = 1\,g/cm^3$ $\quad \rho_{جیوه} = 13.6\,g/cm^3$



مساحت دو طرف برابر یعنی $\uparrow x \quad \downarrow x$

$$\Leftarrow$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 1 = \frac{68}{2 \times h} \rightarrow h = 34\,cm$$

آب

$$P_1 h = P_2 h$$

$$1 \times 34 = 13.6 \times 2x \longrightarrow x = \frac{34}{4 \times 3.4 \times 2}$$

$$x = \frac{10}{8} = 1.25\,cm$$

فشار در نقطه A به اندازه ارتفاع آبی که معادل اضافه ارتفاع ستون جیوه می‌باشد اضافه شده است.

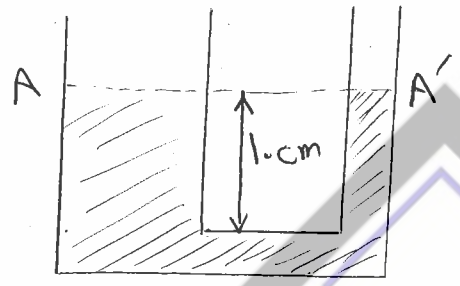
$$\Delta P = 1.25\,cm\,Hg$$

(۹۸) در دو لوله استوانه ای مربوط به هم تا سطح AA' آب وجود دارد و قطر قاعده یکی از استوانه‌ها ۳ برابر قطر قاعده استوانه دیگر است. اگر از لوله دست چپ با ارتفاع ۵cm نفت اضافه کنیم آب در لوله باریک چند سانتی متر نسبت به حالت اول بالا می رود؟

۱,۲	(۳,۶)
۴	۵

$P_{نفت} = ۰/۸ \ g/cm^3$

$P_{آب} = ۱ \ g/cm^3$



مساحت ۹ برابر ← قطر ۳ برابر x ، $۹x$

$$ph = p_2 h$$

$$۰/۸ \times ۵ = ۱ \times ۱۰x \rightarrow x = ۰/۴ \ cm$$

$$۹x = ۹ \times ۰/۴ = ۳,۶ \ cm$$

---

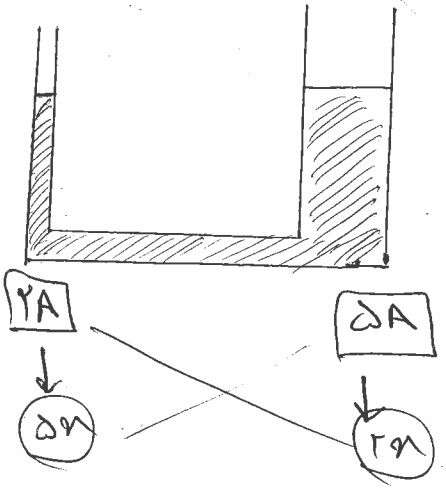
(۹۶) در یک لوله U شکل که مساحت قاعده لوله دست راست و چپ آن به ترتیب $۵cm^2$ و $۲cm^2$ آب وجود دارد در لوله دست چپ چند لیتر روغن بریزیم تا سطح آب در لوله دست راست ۴cm بالا برود؟

۲۸	۱۷,۵
۷۰	۳۵

$P_{روغن} = ۰/۸ \ gr/cm^3$

$P_{آب} = ۱ \ gr/cm^3$

$g = ۱۰ \ \frac{N}{kg}$



$۲x = ۴ \rightarrow x = ۲cm$

$۵x = ۱۰ \ cm \Rightarrow$

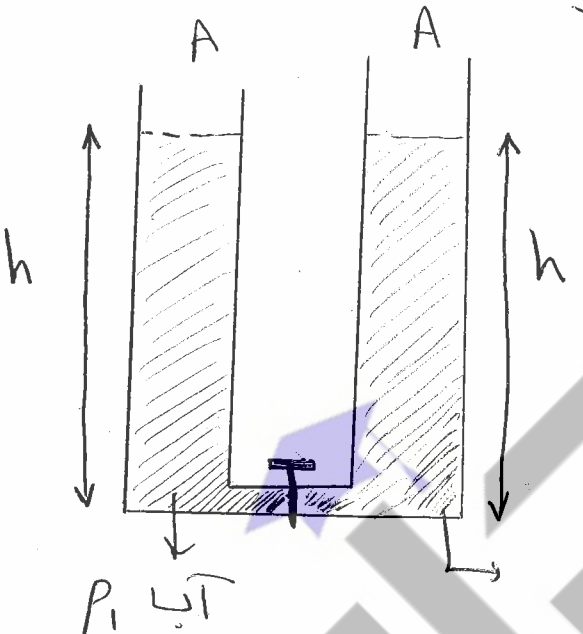
$۱۰ + ۴ = ۱۴ cm$

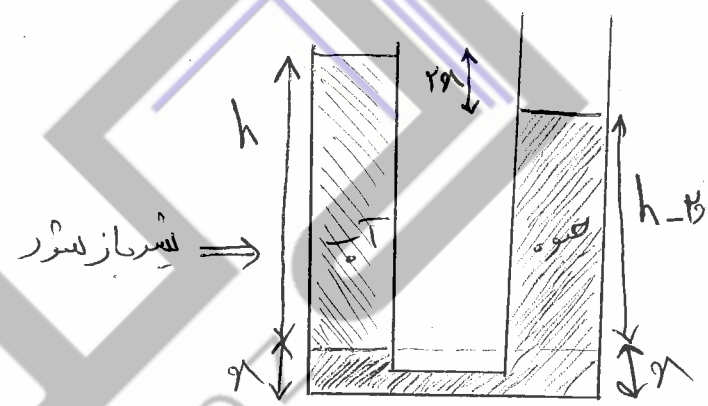
اختلاف ارتفاع

$$0/8h = 1\times(12)^{\nearrow 75} \longrightarrow h = \frac{12}{\frac{8}{20}} = \frac{120}{8} = 17/5\,cm$$

$$m = \rho V = \rho A h = 1/8 \times 2 \times 17/5 = 350 \times \frac{8}{20} = 280\,g$$

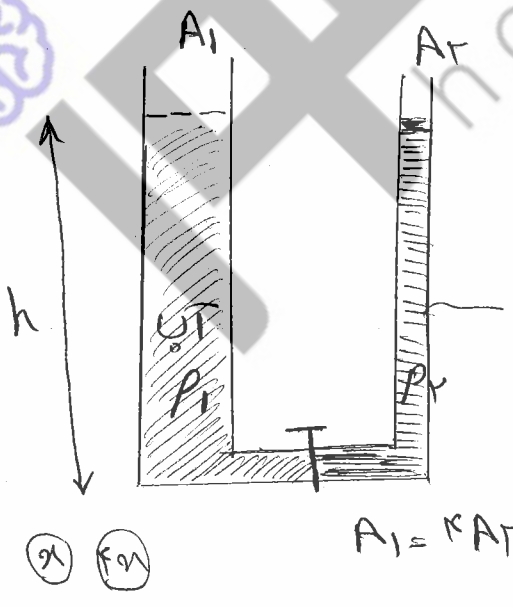
مسائل لوله‌هایی که شیر بین آن‌ها وجود دارد:





$$\rho_1 h = \rho_2 (h - 2x)$$

حالت دوم: اگر سطح مقطع ۲ طرف یک نباشد:



اگر به عنوان مثال $A_1 = 2A_2$

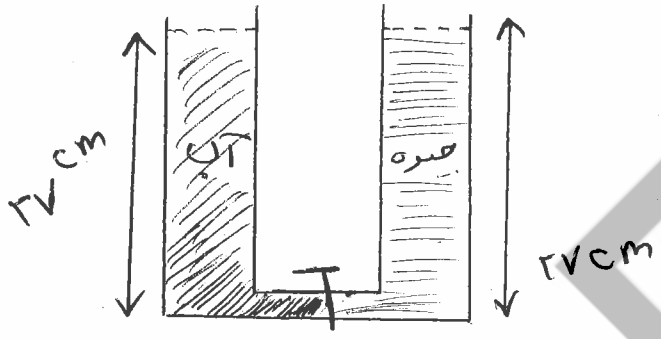
$$\Rightarrow \rho_1 h = \rho_2 (h - 3x)$$

و اگر $A_1 = 2A_2$ جون

$$\Rightarrow \rho_1 h = \rho_2 (h - 5x)$$

خ ۹۸ : دو ظرف استوانه‌ای شکل به وسیله لوله بسیار باریک با حجم ناچیز به یکدیگر مربوط‌اند و مطابق شکل زیر در یک استوانه آب و در دیگری جیوه قرار دارد. اگر شیر ارتباطی بین دو ظرف را باز کنیم سطح جیوه در لوله چند سانتی‌متر پایین می‌آید؟

۵	۲
۲۵	۱۲٫۵



$\rho_{Hg} = 13{,}5\ g/cm^3$ — $\rho = 1\ g/cm^3$

$$\rho_1 h = \rho_2 (h - 2x) \Rightarrow 1 \times 27 = 13{,}5(27 - 2x)$$

$$\Rightarrow 2 = 27 - 2x \rightarrow 2x = 25$$

$$x = 12{,}5\,cm$$

جیوه $12{,}5\,cm$ پایین می‌آید و آب $12{,}5\,cm$ بالا می‌رود. اگر بیرسد اختلاف سطح جیوه و آب چقدر است $25\,cm = 2x$.

مثال: اگر دهانه لوله سمت راست $3A_1$ و سمت چپ A_1 باشد جیوه چند cm پایین می‌آید؟

A_1 ← $(3x)$ — $3A_1$ ← (x)

$$\rho_1 h = \rho_2 (h - 4x)$$

$$1 \times 27 = h$$

$$1 \times 27 = 13{,}5(27 - 4x)$$

$$2 = 27 - 4x \Rightarrow 25 = 4x \rightarrow x = \frac{25}{4}$$

$$x = 6{,}25\,cm$$

آب $25\,cm \leftarrow 4x$ بالا می‌رود

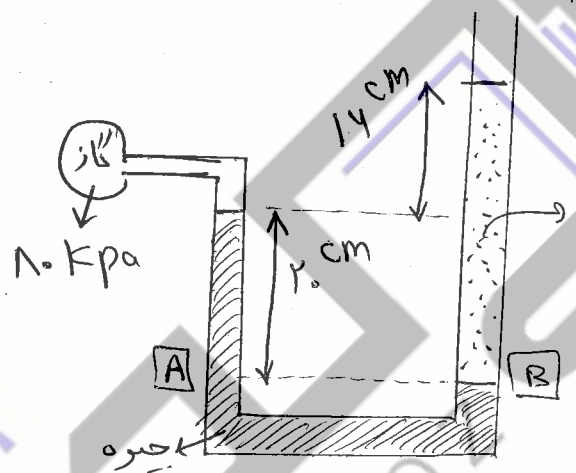
تجربی ۱۴۰۰ مشابه تمرین آخر فصل کتاب درسی

درون لوله U شکل که به یک مخزن محتوی گاز وصل شده است، جیوه به حالی
و مایعی به چگالی ρ وجود دارد. اگر فشار هوای بیرون لوله 10^5 Pa باشد
$13600 \frac{kg}{m^3}$

$g = 10 \frac{m}{s^2}$

ρ چند کیلوگرم بر مترمکعب است؟

۱۲۵۰۰	۱۰۰۰
۲۵۰۰	۲۰۰۰



$P_A = P_B \Longrightarrow P_{\text{گاز}} + \rho g h_{\text{جیوه}} = (\rho g h)_{\text{مایع}} + P_0$

$80000 + 13600 \times 10 \times \frac{20}{100} = \rho \times 10 \times \frac{36}{100} + 100000$

$80000 + 27200 = 3.6\rho + 100000$

$80000 + 27200 - 100000 = 3.6\rho$

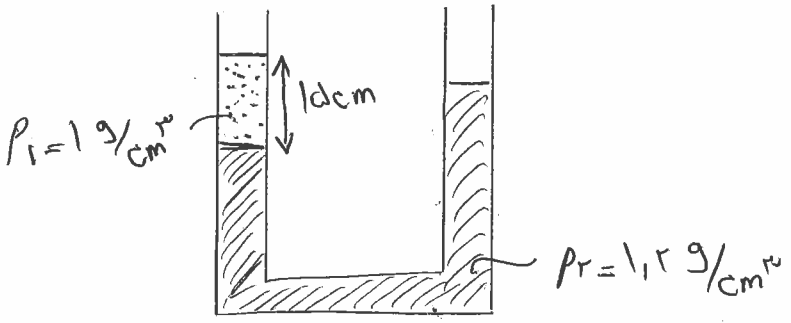
$7200 = 3.6\rho$

$\Longrightarrow \rho = \frac{72 \times 10^2}{36 \times 10^{-1}} = 2 \times 10^3$

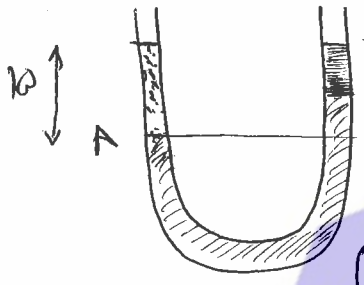
تجربی ۱۴۰۱: در شکل زیر سطح مقطع لوله $1cm^2$ است. درست راست لوله چند cm^3 مایع

مخلوط نشدنی به چگالی $\rho_3 = 0/8\ g/cm^3$ بریزیم تا سطح آزاد مایع‌ها در دو طرف لوله در یک سطح

باشد؟



۳/۵	V/۲
۹	۱۲



$P_A = P_B$

$$\begin{cases} 1\times 15 = 1/2 h_1 + 0/8 h_2 \xrightarrow{\times 10} 150 = 12h_1 + 8h_2 \\ h_1 + h_2 = 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12h_1 + 8h_2 = 150 \\ h_1 + h_2 = 15 \end{cases} \xrightarrow{-8} \begin{cases} 12h_1 + 8h_2 = 150 \\ -8h_1 - 8h_2 = -120 \end{cases}$$

$$5h_1 = 30$$

$$h_1 = 6\ cm$$

$$h_2 = 9\ cm \Longrightarrow V = Ah = 1\times 9 = 9\ cm^3$$

تجربی ۱۴۰۱ خ: در شکل زیر سطح مقطع لوله $2cm^2$ است. و در آن آب با چگالی $\rho_1 = 1\ g/cm^3$

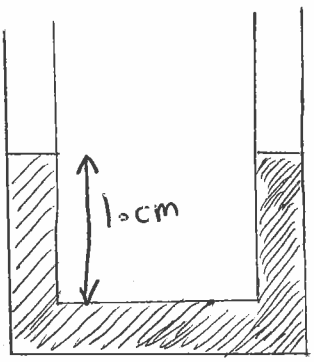
قرار دارد روی آب در یک طرف $20\ cm^3$ مایع مخلوط نشدنی با چگالی $\rho_2 = 0/8\ g/cm^3$ می‌ریزیم.

در لوله مقابل چند سانتی‌متر مکعب مایع مخلوط نشدنی دیگری با چگالی $\rho_3 = 0/75\ g/cm^3$ بریزیم

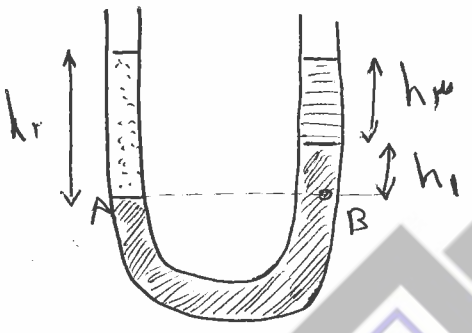
تا سطح آزاد مایع‌ها در دو شاخه در یک سطح باشد؟

۸	۱۲
۱۲/۸	۱۶

۲۴



$$h_2 = \frac{V_2}{A} = \frac{20}{2} = 10\,cm$$



$$P_A = P_B$$

$$\Rightarrow \quad \rho_2 h_2 = \rho_1 h_1 + \rho_2 h_3$$

$$0.8 \times 10 = 1 \times h_1 + 0.75 h_3$$

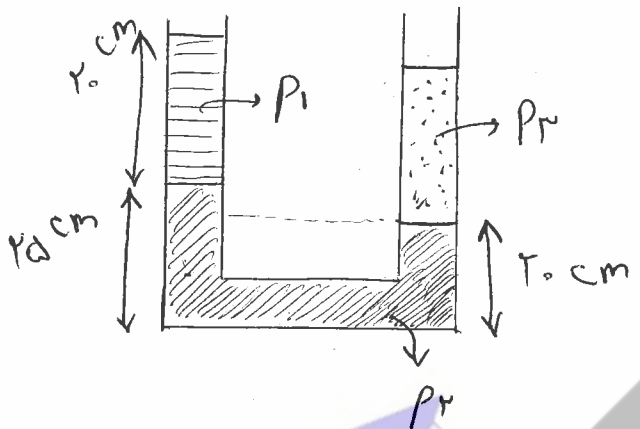
$$\Rightarrow \ominus \begin{cases} 8 = h_1 + 0.75 h_3 \\ 10 = h_1 + h_3 \end{cases} \Rightarrow 2 = (1 - 0.75) h_3$$

$$\Rightarrow \quad 2 = 0.25 h_3 \rightarrow h_3 = \frac{2}{\frac{1}{4}} = 8\,cm$$

$$V_2 = A \cdot h_3 = 8 \times 2 = 16\,cm^3$$

تجربی ۱۴۰۰ خ: درشکل زیر سایع مخلوط نشدنی به چگالی‌های $\rho_1 = 0/8\ g/cm^3$ و $\rho_2 = 2/4\ g/cm^3$ وسایع جسم با چگالی ρ_3 به حالت تعادل قرار دارند. اگر سطح مقطع لوله $2\ cm^2$ باشد جرم مایع جسم چند گرم است؟

۴۸	۵۶
۳۵	۴۲



$$P_A = P_B$$

$$\rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 = \underbrace{\rho_3 g h_3}_{\frac{mg}{A}}$$

$$\xrightarrow{\div g} \rho_1 h_1 + \rho_2 h_2 = \frac{m}{A}$$

$$800 \times \frac{20}{100} + 2400 \times \frac{5}{100} = \frac{m}{2 \times 10^{-4}}$$

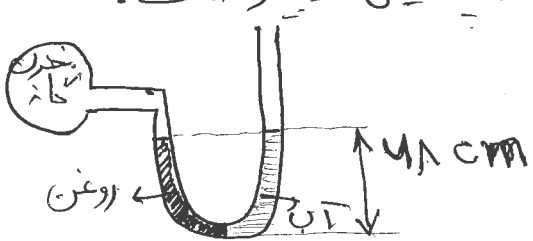
$$160 + 120 = 0/5 \times 10^4\, m$$

$$m = \frac{280}{0/5 \times 10^4}$$

$$\xrightarrow[g]{\times 10^3} m = \frac{560}{10^4} \times 10^3 = 56\ g$$

ریاضی ۱۴۰۰: مطابق شکل زیر درون لوله U شکلی که یک مخزن گاز متصل است، حجم مساوی از آب و روغن قرار دارد. فشار پیمانه‌ای مخزن گاز چند میلی‌متر جیوه است؟

۵	۱
۵۰	۱۰



$\rho_{جیوه} = 13/6\ g/cm^3$

$g = 10\ m/s^2$

$\rho_{روغن} = 0/8\ \rho_{آب} = 0/8\ g/cm^3$

$$P_{\text{مخزن}} + P_{\text{روغن}} = P_{\text{آب}} + P_{\text{هوا}}$$

$$P_{\text{مخزن}} + 4\,cmHg = 5\,cmHg + P_{\text{هوا}}$$

$$P_{\text{مخزن}} - P_{\text{هوا}} = 1\,cmHg = 10\,mmHg$$

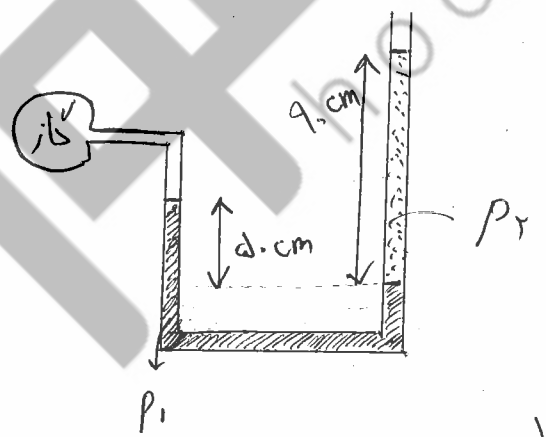
$$P_{\text{روغن}} = \frac{0.8}{13.6} \times 68 = \frac{8}{136} \times 68 = 4\,cm$$

$$P_{\text{فشار}} \Rightarrow \frac{1}{13.6} \times 68 = \frac{68}{136 \times 10^{-1}} = \frac{68 \times 10}{136} = 5\,cm$$

ریاضی ۱۴۰۰: در شکل زیر دو مایع به حالت تعادل قرار دارند. اگر چگالی آن‌ها $\rho_1 = 1.2\ g/cm^3$ باشد فشار پیمانه‌ای گاز چند پاسکال است؟ $\rho_2 = 1\ g/cm^3$

۳۶۰۰	۳۰۰۰
۵۸۰۰	۵۰۰۰

$$g = 10\ \frac{N}{kg}$$



$$P_A = P_B$$

$$P_{\text{گاز}} + \rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2 + P_0$$

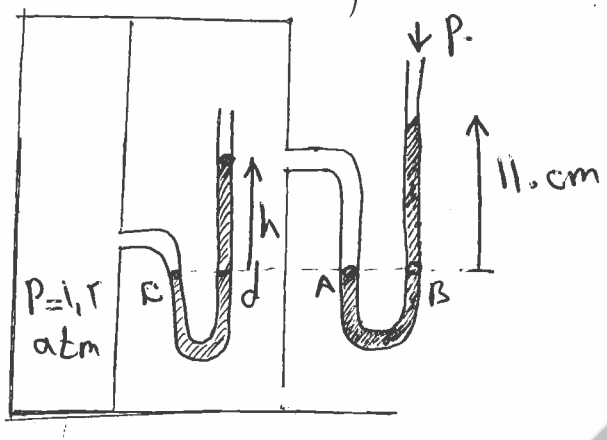
$$P_{\text{گاز}} + 1200 \times 10 \times \frac{5}{100} = 1000 \times 10 \times \frac{9}{100} + P_0$$

$$P_{\text{گاز}} + 6000 = 9000 + P_0$$

$$\Rightarrow \boxed{P_{\text{گاز}} - P_0 = 3000\ Pa}$$

درون لوله ها آب است و حجمی آن را یک گرم بر cm^3 فرض کنید مقدار h چند سانتی متر است؟

$P_0 = 1atm$



۹۵	۹۰
۱۱۰	۱۰۰

$$P_A = P_0 + \rho g h = P_0 + 1000 \times 10 \times \frac{110}{100}$$

$$= 10^5 + 0/11 \times 10^5 = 1,11 \times 10^5$$

$$P_c = P_d$$

$$1,2 \times 10^5 = \rho g h + 1,11 \times 10^5$$

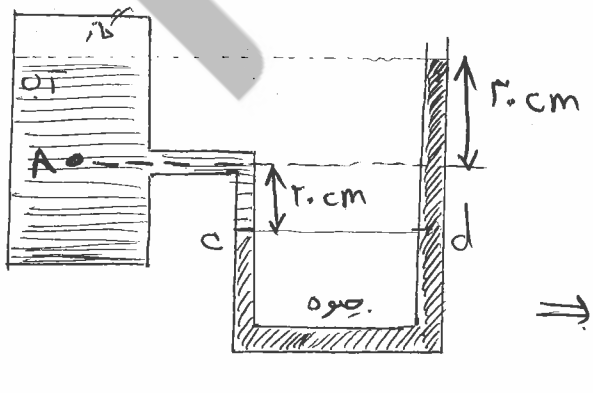
$$0/9 \times 10^5 = 1000 \times 10 \times h \Rightarrow h = 0/9m = 90cm$$

---

(۹۴) در شکل مقابل فشار در نقطه A چند کیلو پاسکال است؟

$P_0 = 10^5 Pa$

$P_{آب} = 1 gr/cm^3$ $P_{جیوه} = 13,6 gr/cm^3$



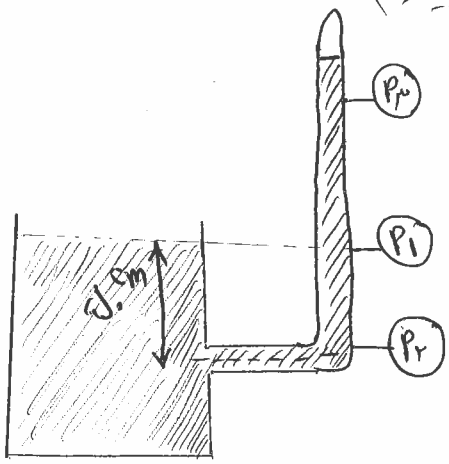
$$P_c = P_d$$

$$\Rightarrow P_A + \underset{آب}{\rho g h} = \underset{جیوه}{\rho g h} + P_0$$

$$\Rightarrow P_A + 1000 \times 10 \times \frac{20}{100} = 13600 \times 10 \times \frac{50}{100} + 10^5$$

$$\Rightarrow P_A + 2000 = 68000 + 100000 \Rightarrow P_A = 177000 Pa = 177 kPa$$

۱۰ در شکل روبرو آلبر درون لوله و ظرف جیوه باشد و فشارهای اطراف $76\ cmHg$ باشد فشارسنج چه عددی را نشان می دهد؟ (برحسب سانتی‌متر جیوه)



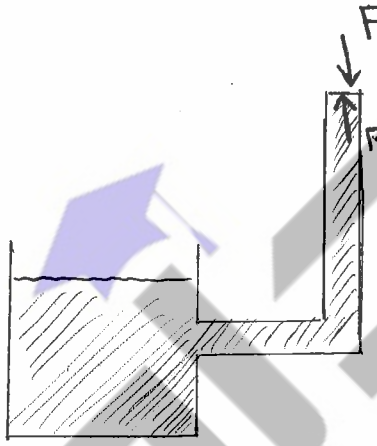
$P_3 = -50$

$P_1 = 0$

$P_2 = 50$

نیروی درون و بیرون:

حالت اول:



F_1: نیروی وارده از طرف مایع به دریوش

F_2: نیروی وارده از طرف جیوه به دریوش

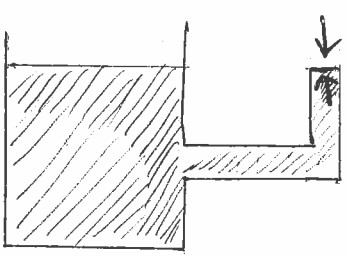
F: نیروی خالص (برآیند) وارد به دریوش

$F_1 = PA$ ✗

$F_2 = P_0 A \Rightarrow F = (P - P_0) A$

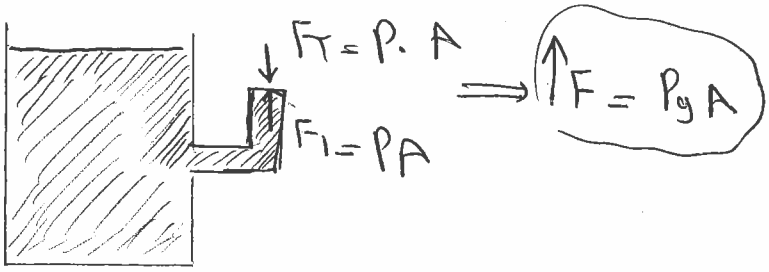
$F = P_{50} A$

حالت دوم

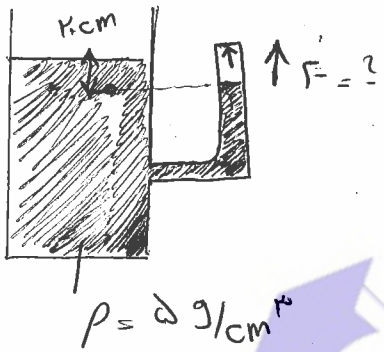


$\Rightarrow F = 0$

حالت سوم



مثال در شکل روبرو فشار هوای اطراف یک اتمسفر است. نیروی که هوای محبوس به انتهای لوله با مساحت $2\,cm^2$ وارد می‌کند چند نیوتن است؟



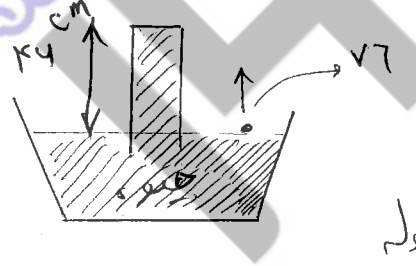
$$F = P_x A = (\rho g h + P_0) A$$

$$F = \left(5000 \times 10 \times \frac{20}{100} + 10^5\right) 2 \times 10^{-4}$$

$$F = \left(0.1 \times 10^5 + 10^5\right) \times 2 \times 10^{-4}$$

$$= 1.1 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-4} = 22\,N$$

مثال در شکل مقابل نیروی وارد از طرف جیوه بر ته لوله با مساحت $2.5\,cm^2$ تقریباً چند نیوتن است؟



$P_0 = 76\,cmHg$

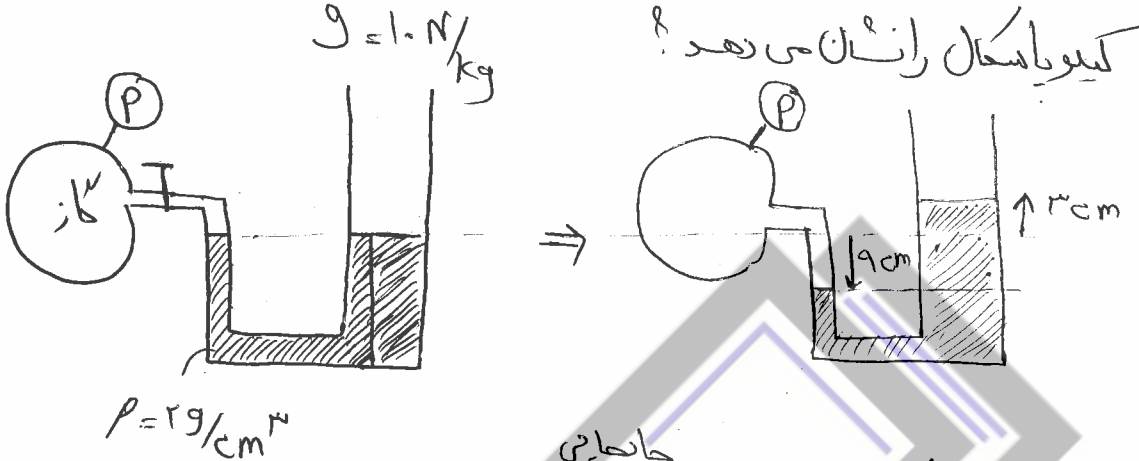
$\rho = 13.6\,g/cm^3$

فشار ته لوله $P = 76 - 46 = 30\,cmHg$

$$F = P_0 A = 30 \times 1360 \times 2.5 \times 10^{-4}$$

$$= 10.2 \simeq 10\,N$$

مثال ششم: در شکل زیر آیا سطح مقطع لوله سمت راست سه برابر سطح مقطع لوله سمت چپ باشد یا بازکردن شیر گاز مایع درست راست ۳ سانتی‌متر از جای اولیش بالا می‌رود. فشار سنج در این حالت چند کیلوپاسکال را نشان می‌دهد؟



جابجایی

$A \longrightarrow 3x \Rightarrow 9\,cm$

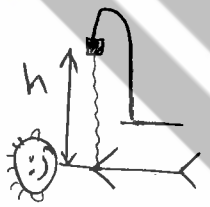
$3A \longrightarrow x \xrightarrow{\text{۳cm بالا می‌رود}} x = 3\,cm$

دو سطح ۱۲cm جابجا دارند

فشار سنج همان فشار پیمانه‌ای $P = \rho g h$ را نشان می‌دهد:

$$P = 2000 \times 10 \times \frac{12}{100} = 2400\,Pa$$
$$= 2{,}4\,Pa$$

مثال اگر فشار پیمانه‌ای در سیاهرگ ۱۲۰۰ Pa باشد ارتفاع کمینه h چند سانتی‌متر باشد تا محلول درون سیاهرگ نفوذ کند؟ چگالی محلول $1000\,kg/m^3$ در نظر بگیرید.



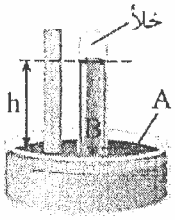
فشار مایع داخل سرم بیش از فشار داخل رگ باشد

$$P - P_0 = \rho g h$$
$$1200 = 1000 \times 10 \times h$$
$$\Rightarrow h = 0{,}12\,m$$

این قسمت شامل بخش‌های زیر است:

آ) جوسنج (بارومتر) ← ب) فشارسنج (مانومتر) ← پ) فشارسنج بوردون و گاز زیر پیستون

آ) جوسنج (بارومتر)



اگر مطابق شکل یک لولهٔ آزمایش بلند را پر از جیوه کرده و سپس دهانهٔ آن را با انگشت بگیرید و به طور بر عکس درون ظرف حاوی جیوه قرار دهید، سطح جیوه در لوله پایین آمده و ثابت می‌شود. در این حالت می‌گوییم فشار هوا معادل ارتفاع h از جیوه است. این وسیلهٔ ساده جوسنج نامیده می‌شود و اولین بار توسط توریچلی اختراع شد.

نکته ۱) اگر ارتفاع مایع درون لولهٔ آزمایش و جنس مایع را بیان کنید در حقیقت فشار هوا را بر حسب ستون مایع بیان کرده‌اید. مانند $P_0 = 76\,cmHg$

۲) اگر درون ظرفی تا ارتفاع h مایعی باشد، می‌توانید ارتفاع و جنس مایع را به عنوان فشار بیان کنید. به عنوان مثال اگر داخل استخری به ارتفاع ۲m آب باشد، فشار ناشی از آب در کف استخر برابر «۲ متر آب» است.

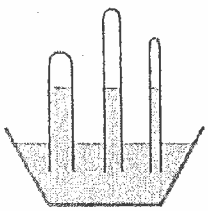
تست: ارتفاع ستون جیوه در جوسنجی برابر ۵۰cm است. فشار هوا در منطقهٔ مورد نظر چند کیلوپاسکال است؟

$(g = 10\,N/kg \;،\; \rho_{جیوه} = 13.6 \times 10^3\,kg/m^3)$

۱) ۶/۸ ۲) ۶۸ ۳) ۳/۴ ۴) ۳۴

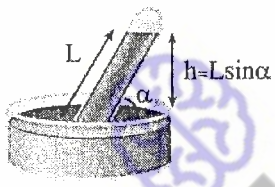
پاسخ: ارتفاع جیوهٔ داخل لوله برابر ۵۰cm است، بنابراین $P_0 = 50\,cmHg$

$P_0 = \rho gh = (13.6 \times 10^3)(10)(0.5) = 68000\,Pa = 68\,kPa \Rightarrow$ گزینهٔ (۲) درست است.



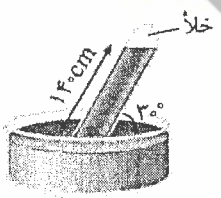
نکته آزمایش توریچلی، مطابق شکل با سه لوله آزمایش مختلف، هم‌زمان انجام شده است.

همان‌طور که می‌بینید سطح مقطع و طول لوله‌های آزمایش متفاوت است. ولی جیوه تا ارتفاع یکسان بالا آمده است. بنابراین سطح مقطع و طول لولهٔ آزمایش تأثیری بر آزمایش ندارد. توجه کنید که طول قسمتی از لولهٔ آزمایش که بیرون جیوهٔ داخل ظرف قرار می‌گیرد باید به اندازه‌ای باشد که در بالای لولهٔ آزمایش فضای خالی باقی بماند.



نکته اگر لولهٔ آزمایشی را کج کنید، باید ارتفاع قائم جیوه از سطح جیوهٔ داخل ظرف را اندازه‌گیری کنید.

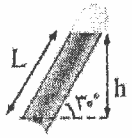
تست: در آزمایش توریچلی مقابل، فشار هوا چند سانتی‌متر جیوه (cmHg) است؟



۱) ۶ ۲) ۶۰

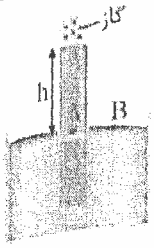
۳) ۷۰ ۴) ۱۴۰

پاسخ: ارتفاع قائم جیوه از سطح جیوهٔ داخل ظرف را به‌دست می‌آوریم:



$\sin 30^\circ = \frac{h}{L} \Rightarrow h = \frac{1}{2} \times (140) = 70\,cm$

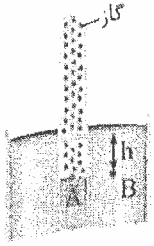
$P_0 = 70\,cmHg \Rightarrow$ گزینهٔ (۳) درست است.



نکته اگر مطابق شکل روبه‌رو درون لولهٔ جوسنج، گاز یا هوا حبس شود، می‌توان فشار آن را به‌صورت زیر محاسبه کرد:

حالت اول:

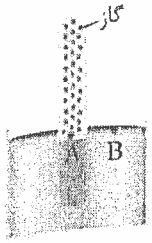
$$P_A = P_B \Rightarrow \underbrace{P_h}_{\text{فشار ناشی از اختلاف سطح مایع}} + P_{\text{گاز}} = P_0 \Rightarrow P_{\text{گاز}} = P_0 - P_h$$



حالت دوم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} = \underbrace{P_h}_{\text{فشار ناشی از اختلاف سطح مایع}} + P_0$$

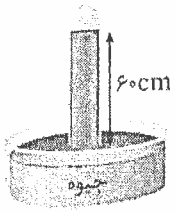
توجه کنید که اگر فشار گاز بر حسب پاسکال مورد سؤال باشد $P_h = \rho gh$ است و اگر فشار گاز بر حسب سانتی‌متر یا میلی‌متر جیوه مورد سؤال باشد، P_h را بر حسب سانتی‌متر یا میلی‌متر جیوه پیدا می‌کنیم و در رابطه قرار می‌دهیم.



حالت سوم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} = P_0$$

تست: فشار هوا در منطقه‌ای ۷۵cmHg است. فشار هوای محبوس در بالای لوله چند سانتی‌متر جیوه است؟



۱) ۶۰
۲) ۷۵
۳) ۱۵
۴) ۱۳۵

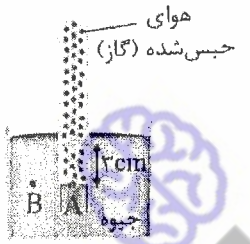
پاسخ:

گزینهٔ (۳) درست است. $P_{\text{گاز محبوس}} = ۱۵\text{cmHg} \Rightarrow P_0 = P_{\text{گاز محبوس}} + P_h \Rightarrow ۷۵ = P_{\text{گاز محبوس}} + ۶۰$

تست: لولهٔ انتها بسته‌ای را وارونه در ظرف جیوه فرو می‌بریم. سطح جیوه در درون لوله ۳ سانتی‌متر پایین‌تر از سطح آزاد جیوه قرار می‌گیرد. اگر فشار هوا ۷۶ سانتی‌متر جیوه باشد، فشار هوای محبوس در لوله چند سانتی‌متر جیوه است؟

۱) ۷۳
۲) ۷۹
۳) ۷۴/۵
۴) ۷۷/۵

پاسخ:



گزینهٔ (۲) درست است. $P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} = P_h + P_0 \Rightarrow P_{\text{گاز}} = ۳ + ۷۶ = ۷۹\text{cmHg}$

تبدیل ستون‌های مایع به یکدیگر

برای تبدیل یکای ستون مایع به مایعی دیگر از رابطهٔ روبه‌رو استفاده می‌شود:

$$\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$$

ρ و h به ترتیب چگالی مایع و ارتفاع ستون مایع می‌باشد.

نکته یکای ρ و h در طرفین باید مشابه یکدیگر باشد و لزومی ندارد یکاها بر حسب SI باشند.

تست: در آزمایش توریچلی، فشار هوا ۷۰cmHg اندازه‌گیری شده است. اگر به جای جیوه از آب استفاده شود، حداقل طول لولهٔ آزمایش مورد نیاز چند سانتی‌متر است؟ ($\rho_{\text{آب}} = ۱\text{g/cm}^3$ ، $\rho_{\text{جیوه}} = ۱۳/۶\text{g/cm}^3$)

۱) ۷۰۰
۲) ۸۶۰
۳) ۱۳۶۰
۴) ۹۵۲

پاسخ: فشاری که آب و جیوه نشان می‌دهند باید یکسان باشد:

گزینهٔ (۴) درست است. $P_{\text{جیوه}} = P_{\text{آب}} \Rightarrow \rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2 \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 \Rightarrow ۱۳/۶ \times ۷۰ = ۱ \times h_2 \Rightarrow h_2 = ۹۵۲\text{cm}$

تست: مایعی به چگالی $2\,g/cm^3$ تا ارتفاع ۲/۷۲ متر در ظرفی ریخته‌ایم. اگر فشار هوا ۷۶ سانتی‌متر جیوه و چگالی جیوه $13/6\,g/cm^3$ باشد، فشار وارد بر کف ظرف محتوی مایع بر حسب سانتی‌متر جیوه چقدر است؟

۱) ۱۲۰/۴ ۲) ۱۱۶ ۳) ۹۶ ۴) ۸۰

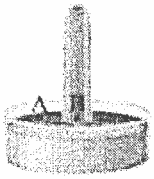
پاسخ: ابتدا فشار حاصل از ستون مایع را بر حسب سانتی‌متر جیوه پیدا می‌کنیم:

$$\rho h = \rho_{Hg} h_{Hg} \Rightarrow (2)(2/72) = (13/6)h_{Hg} \Rightarrow h_{Hg} = 0/4m = 40cm$$

یعنی فشار ستون مایع معادل $40cmHg$ است.

$P_{کل} = P_{مایع} + P_0 = 40 + 76 = 116\,cmHg \Rightarrow$ گزینهٔ (۲) درست است.

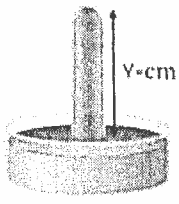
نکته اگر طول لولهٔ آزمایش در فشارسنج کم‌تر از فشار هوا باشد، بالای لولهٔ آزمایش خالی نمی‌ماند و به انتهای لولهٔ آزمایش فشار وارد می‌شود که این فشار مطابق شکل محاسبه می‌شود:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 = \rho g h_1 + P'$$

P' فشاری است که به انتهای لوله وارد می‌شود.

تست: مطابق شکل، اگر فشار هوا $75cmHg$ و سطح لوله $5\,cm^2$ باشد، چه نیرویی بر انتهای لوله وارد خواهد شد؟



$(g = 10N/kg ، \rho_{جیوه} = 13/6\,g/cm^3)$

۱) ۲/۵N ۲) ۵N ۳) ۱/۷N ۴) ۳/۴N

پاسخ: فشار وارد بر ته لوله را P' در نظر می‌گیریم:

$$P_0 = P_{مایع} + P' \Rightarrow 75 = 70 + P' \Rightarrow P' = 5cmHg$$

برای این‌که بتوانیم نیروی حاصل از این فشار را پیدا کنیم، باید این فشار را بر حسب پاسکال داشته باشیم:

$$P' = \rho_{Hg} g h_{Hg} \Rightarrow P' = (13/6 \times 10^3)(10)(5 \times 10^{-2}) = 6/8 \times 10^3\,Pa$$

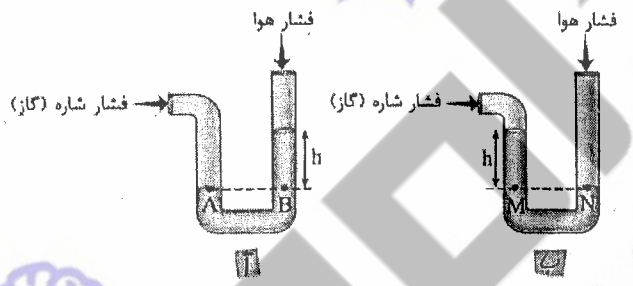
$$P' = \frac{F}{A} \Rightarrow F = P'A = (6/8 \times 10^3)(5 \times 10^{-4}) = 3/4\,N \Rightarrow$$ گزینهٔ (۴) درست است.

ب) فشارسنج (مانومتر)

از این فشارسنج برای محاسبهٔ فشار یک شارهٔ محصور استفاده می‌شود. اگر لولهٔ U شکل حاوی مایع را به ظرف حاوی گاز متصل کنید، دو حالت رخ می‌دهد:

آ) فشار گاز بیش‌تر از فشار هوا

ب) فشار گاز کم‌تر از فشار هوا

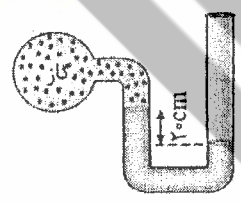


در هر دو حالت می‌توان با استفاده از نقاط هم‌تراز، فشار گاز محصور را به‌دست آورد:

شکل (آ): $P_A = P_B \Rightarrow P_{گاز} = P_0 + P_{ستون\ مایع}$

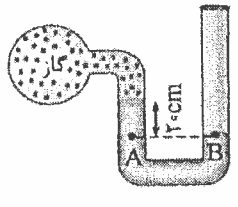
شکل (ب): $P_M = P_N \Rightarrow P_{گاز} + P_{ستون\ مایع} = P_0$

تست: مطابق شکل، مخزنی حاوی گاز را به مانومتر متصل می‌کنیم. اگر چگالی مایع داخل مانومتر $14\,g/cm^3$ باشد، فشار گاز ..... کیلوپاسکال ..... از فشار هوا است. $(g = 10N/kg)$



۱) ۱۴، بیش‌تر ۲) ۲۸، بیش‌تر ۳) ۱۴، کم‌تر ۴) ۲۸، کم‌تر

پاسخ: نقاط هم‌تراز A و B هم‌فشار هستند.



$$P_A = P_B \Rightarrow P_{گاز} + \rho gh = P_0$$

$$\Rightarrow P_{گاز} - P_0 = -\rho gh = -(14 \times 10^3)(10)(0/2) = -28 \times 10^3\,Pa = -28\,kPa$$

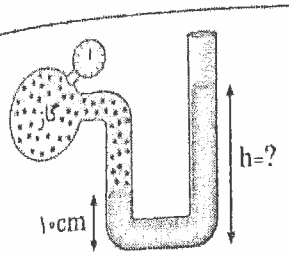
یعنی فشار گاز $28\,kPa$ از فشار هوای محیط کم‌تر است و گزینهٔ (۴) درست است.

می‌شود و طبق توضیحات قبل این اختلاف ممکن است مثبت یا منفی باشد.

$P_{گاز} - P_0 = P_g$ ← $P_{گاز} > P_0$ ⇒ $P_g > 0$; $P_{گاز} < P_0$ ⇒ $P_g < 0$

توجه فشارسنج‌های پزشکی و صنعتی فشار پیمانه‌ای را نشان می‌دهند.

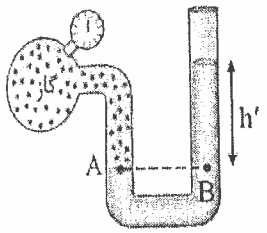
تست: در شکل مقابل، چگالی مایع استفاده‌شده $4g/cm^3$ است و فشارسنج عدد $8kPa$ را نشان می‌دهد. h چند سانتی‌متر است؟ $(g = 10\,N/kg)$



۱) ۱۰ ۲) ۲۰

۳) ۳۰ ۴) ۴۰

پاسخ: نقاط A و B هم‌فشار هستند و فشارسنج، فشار پیمانه‌ای را نشان می‌دهد:



$$P_A = P_B \Rightarrow P = P_0 + \rho g h' \Rightarrow P - P_0 = \rho g h'$$

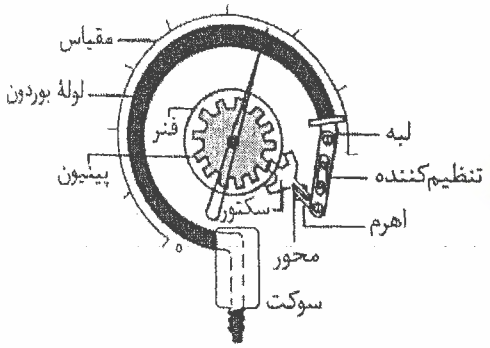
$$\Rightarrow P_g = \rho g h' \Rightarrow 8 \times 10^3 = (4 \times 10^3)(10) \times h'$$

$$\Rightarrow h' = 0/2m = 20cm \Rightarrow h = h' + 10 \Rightarrow h = 30cm \Rightarrow$$ گزینهٔ (۳) درست است.

پ) فشارسنج بوردون و فشار گاز زیر پیستون

در این بخش ابتدا فشارسنج بوردون و سپس فشار گاز زیر پیستون را بررسی می‌کنیم.

پ ـ ۱) فشارسنج بوردون



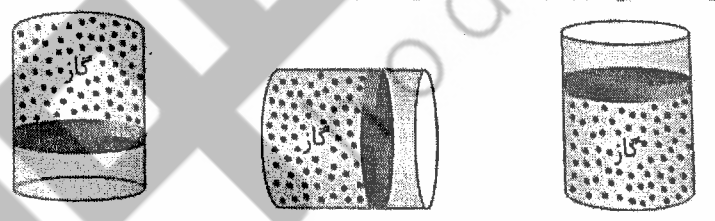
این فشارسنج، شامل لوله‌ای خمیده و توخالی است که به ورودی شاره متصل می‌شود. با افزایش فشار داخل لوله، قسمت خمیده تغییر شکل داده و باعث حرکت عقربه می‌شود.

از این فشارسنج برای اندازه‌گیری فشار باد لاستیک وسیله‌های نقلیه و اندازه‌گیری فشار در مخزن‌های گاز استفاده می‌شود.

در اغلب این فشارسنج‌ها از یکای psi برای نشان دادن فشار استفاده می‌کنند. به طوری‌که $1psi \approx 6900\,Pa$ است. (psi به معنای پوند ـ نیرو بر اینچ مربع است.)

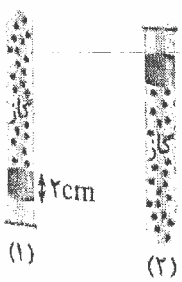
پ ـ ۲) فشار گاز زیر پیستون

اگر زیر پیستون مقداری گاز حبس شده باشد، با توجه به نوع قرار گرفتن ظرف، می‌توانیم فشار گاز را به‌دست آوریم. حالت‌های مختلف مطابق شکل‌های زیر است:



$P_{گاز} = P_{پیستون} + P_0$ $\quad P_{گاز} = P_0$ $\quad P_0 = P_{گاز} + P_{پیستون}$

تست: مطابق شکل درون یک لولهٔ آزمایش مقداری گاز توسط جیوه حبس شده است. اگر لولهٔ آزمایش را از حالت (۱) به (۲) برگردانیم، فشار گاز ..... سانتی‌متر جیوه زیاد می‌شود.



۱) صفر ۲) ۲

۳) ۳ ۴) ۴

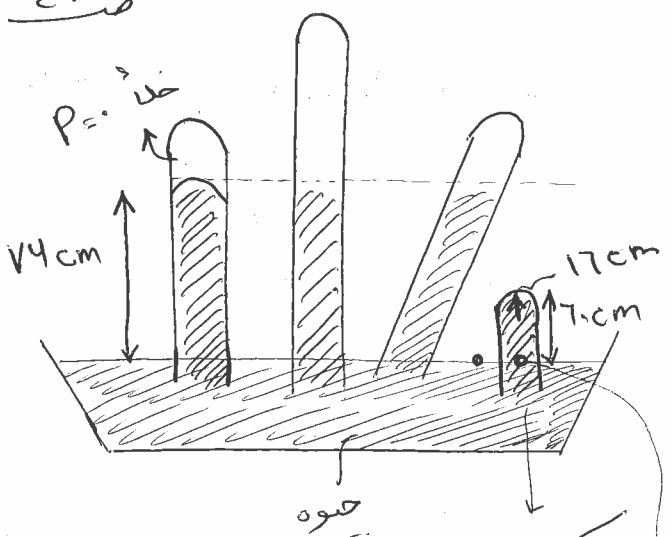
پاسخ: با توجه به مطالب گفته‌شده، اگر در شکل (۱) فشار گاز را P_1 و در شکل (۲) فشار گاز را P_2 بنامیم، می‌توان نوشت:

در شکل (۱): $P_0 = 2 + P_1 \Rightarrow P_1 = P_0 - 2$

در شکل (۲): $P_2 = P_0 + 2$

$\Rightarrow P_2 - P_1 = (P_0 + 2) - (P_0 - 2) = 4\,cmHg$

جیوسنج (یا بارومتر) جیوه ای :



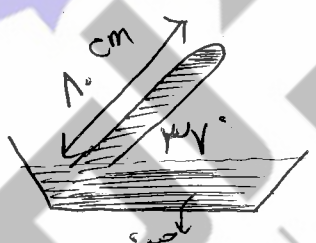
لوله بلندتر انتخاب شود بازهم جیوه درون لوله ۷۶cm خواهد بود

لوله کوتاه‌تر باشد ⟹ $76-60=16cm$ فشاری که به کف لوله وارد می‌شود.

در این تصمیم فشار ۷۶ می باشد به اندازه ۶۰cm درون لوله بالایی ردیم فشار $76-60=16^{cm}$

مثال در شکل زیر فشار هوا ۷۸cmHg است جیوه از داخل لوله چه فشاری برحسب سانتی‌متر جیوه به انتهای بسته لوله وارد می‌کند؟

$\sin 37 = 0.6$



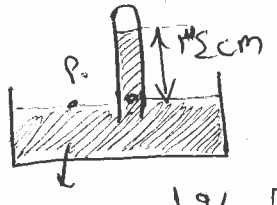
۳۰	۱۸
۴۸	۲۴

$h = 80 \sin 37 = 80 \times \frac{6}{10} = 48 cmHg$

$78 - 48 = 30 cmHg$

۹۳ : در شکل روبرو فشار گاز جمع شده در انتهای لوله، ۷۲cmHg است. فشار هوا چند سانتی‌متر جیوه است!

$P=13.6\ g/cm^3$ جیوه



$P_0 = 72 + \frac{1}{13.6} \times 34$

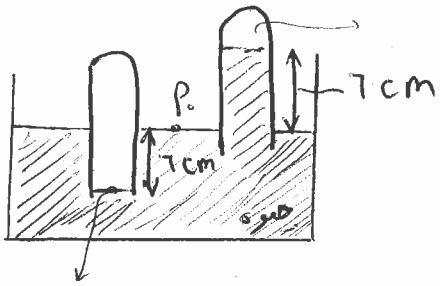
$P_0 = 72 + 2.5$

$= 74.5$

لوله‌های یک آزمایشگاه را مطابق شکل درظرف جیوه‌ای فرو برده‌ایم. فشار گاز درون لوله [۲] چند سانتی‌متر جیوه بیشتر از فشار گاز درون لوله [۱] است؟

۱۲ | ۶
۴۸ | ۲۴

(۶-P۰)

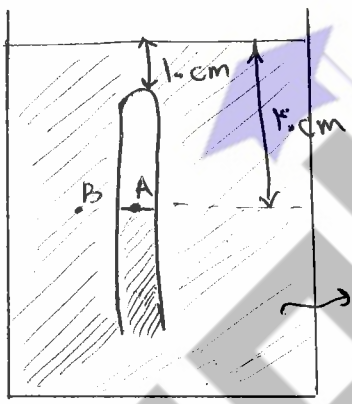


$P_0 + 6 \Rightarrow P_0 + 6 - (P_0 - 6) = 12$

۹۱
گزینه ۱۴.۱ : درشکل زیر فشارسنج گاز محبوس درلوله چند سانتی‌متر جیوه است؟

$g = 10\ m/s^2$

$\rho_{جیوه} = 13.6\ g/cm^3$



۱۲ | ۵
۸۱ | ۷۱

$\rho = 1.7\ g/cm^3$

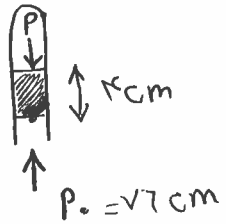
$P_A = P_B \Rightarrow P_A = \rho g h + P_0$

$P_A - P_0 = \rho g h = 1700 \times 10 \times \frac{4}{10} = 4800\ Pa$

$4800\ Pa \div 13.6 \longrightarrow 5\ cmHg$

روش دوم $\Longrightarrow$ $h_{جیوه} = \frac{1.7}{13.6} \times 20 = 5\ cmHg$

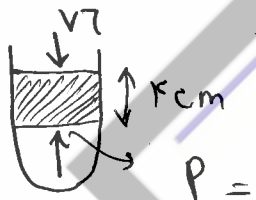
مقداری جیوه به ارتفاع ۴cm در لوله های آزمایش کیر افتاده است. اگر فشار هوای اطراف ۷۶cmHg باشد فشار هوای محبوس در لوله ها چند سانتی متر جیوه است؟



هر چیز بالا ببریم فشار کم می شود

۷۶cm ← ۴cm بالا ← $P = ۷۶ - ۴ = ۷۲ cmHg$

حالت دوم:



$P = ۷۶ + ۴ = ۸۰ cmHg$

(۹۷) لوله بلندی بصورت قائم ته دلت بسته است و در آن تا ارتفاع ۴cm جیوه ریخته شده است. فشار هوا $۱.۰۳۲ \times ۱۰^۵ Pa$ باشد ارتفاع جیوه درون لوله را به چند سانتی متر برسانیم تا فشار در ته لوله دو برابر شود؟

$g = ۱۰ m/s^۲$

$\rho = ۱۳.۶ g/cm^۳$

۸۲	(۸۲)
۷۸	۸۰

$P_۰ = ۷۶ cmHg$

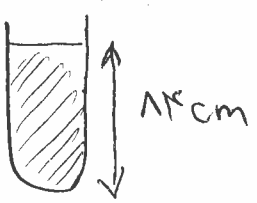
$P = P_۰ + \rho g h$

$P = ۷۶ + ۴ = ۸۰ cmHg$

$۲P \Longrightarrow ۱۶۰ cmHg$ فشار جدید

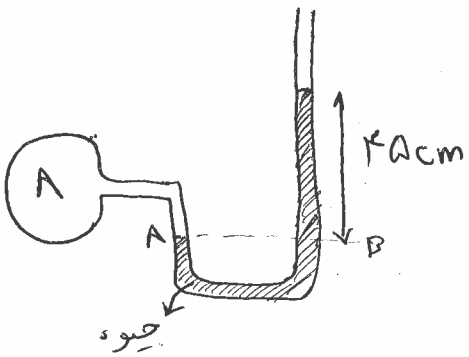
هوا $۱۶۰ = ۷۶ + h$

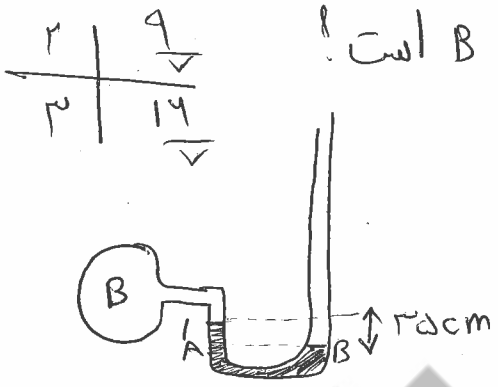
$\Rightarrow h = ۱۶۰ - ۷۶ = ۸۴ cmHg$



از سوال می گفت چقدر فشار را زیاد کنیم ← ۸۰cm

(۹۸) آلرت رهوا در حل آزمایش ۷۵cm Hg باشد فشار گاز درون مخزن A چند برابر فشار درون مخزن B است؟





$P_A = P_B$

$P_A = \rho gh + P_0 = 75 + 45 = 120$

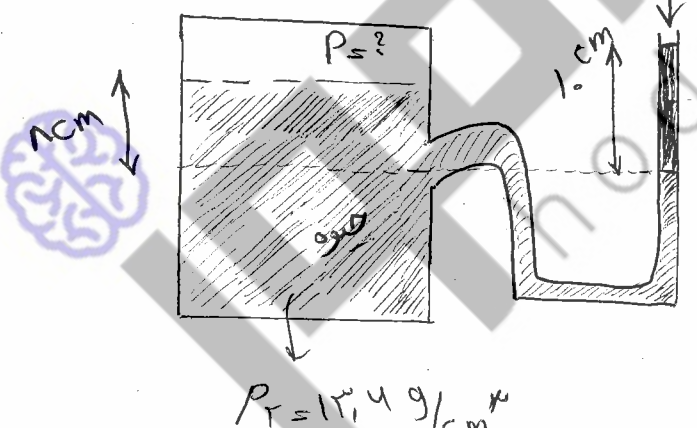
$P_B + \rho gh = P_0$

$P_B + 35 = 75$

$P_B = 40$

$\frac{P_A}{P_B} = \frac{120}{40} = 3$

در شکل مقابل مقدار P را بیابید.



$\rho h_{\text{مایع}} = \rho h_{\text{جیوه}}$

$13.6\, h_{\text{جیوه}} = 6.8 \times 10$

$h_{\text{جیوه}} = \frac{10 \times 6.8}{13.6} = 5cm$

یعنی 10cm از آن مایع معادل 5cm جیوه است. حال $5^{cm} + 76^{cm} = 81cm$ در لوله هم تراز

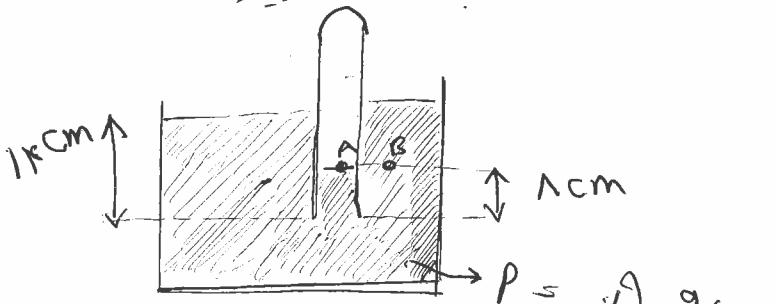
پس درون جیوه 8cm بالاتر می‌رویم $\leftarrow 81 - 8 = 73^{cm}$

مثال: فشار هوای داخل لوله چند سانتی‌متر جیوه است؟

$P_0 = 76\ cmHg$

$\rho_{Hg} = 13.6\ g/cm^3$

$g = 10\ N/kg$



$P_A = P_B$

$P_A = 76 + h_{\text{جیوه}}$

$h = \frac{0.9}{13.6} \times 6 = 0.4$

$P_A = 76 + 0.4 = 76.4$

مثال: اگر فشار هوا در سطح دریا 70 cm جیوه باشد در عمق چند متری آب فشار برابر 90 cmHg می‌شود؟

$\rho_{\text{جیوه}} = 13.6\ g/cm^3$ $\quad \rho_{\text{آب}} = 1\ g/cm^3$

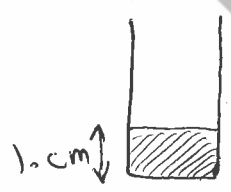
$90 - 70 = 20\ cmg$

20	2
27.2	2.72

$20 = \frac{1}{13.6} h \Rightarrow h = 272\ cm = 2.72\ m$

در یک ظرف استوانه‌ای به مساحت کف $10\ cm^2$، $1360\ g$ آب و $1360\ g$ جیوه ریخته‌ایم

فشار مایعات در کف ظرف چند سانتی‌متر جیوه است؟



20	10
30	22

$V_{\text{جیوه}} = \frac{m}{\rho} = \frac{1360}{13.6} = 100\ cm^3$

$V_{\text{جیوه}} = A \times h \Rightarrow 100 = 10 \times h \longrightarrow h_{\text{جیوه}} = 10\ cm$

$P = \frac{mg}{A}$ ← جرم آب و جیوه برابر و سطح مقطع یکسان است لذا فشارها برابر

$10 + 10 = 20\ cm_{\text{جیوه}}$

مهم ۳

مثال ۹) حجم‌های مساوی از آب و جیوه را در ظرف استوانه‌ای شکلی ریخته‌ایم. مجموع ارتفاع ۲ مایع ۲۹ cm شده است. فشار پیمانه‌ای ته ظرف چند سانتی‌متر جیوه است؟

$\rho_{\text{جیوه}} = 13.5\ g/cm^3$

$\rho'_{\text{آب}} = 1\ gr/cm^3$

$m_1 = m_2 \Rightarrow \rho_1 V_1 = \rho_2 V_2$

آب جیوه

$\rho \uparrow V \downarrow$

$V = Ah$

$\rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}} = 13.5\, V_{\text{جیوه}} \Rightarrow A\, h_{\text{آب}} = 13.5\, h_{\text{جیوه}}$

$h_{\text{آب}} + h_{\text{جیوه}} = 29 \Rightarrow 14.5\, h_{\text{جیوه}} = 29$

$h_{\text{جیوه}} = 2\ cm \Rightarrow h_{\text{آب}} = 27\ cm$

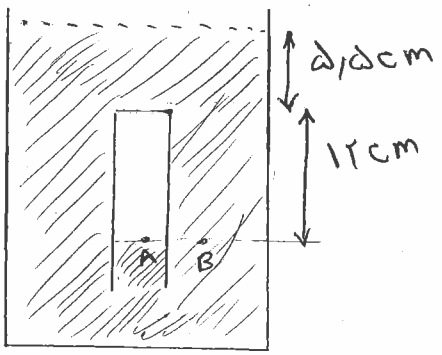
$P_{\text{کل}} = 2 + 2 = 4\ cm\ Hg$

نکته: جرم‌های برابر در یک سطح مقطع فشارهای برابر دارند

$P_{\text{جیوه}} = 2\ cm\ Hg$

$P_{\text{آب}} = 2\ cm\ Hg$

ریاضی ۱۴۰۰ خ : در شکل زیر مایع درون ظرف جیوه است و لوله‌ای که درآن هوا محبوس است بصورت وارونه درون جیوه نگه داشته شده است. اگر فشار هوا ۷۵cm جیوه باشد، ارتفاع لوله را در راستای قائم چند سانتی‌متر از سطح جیوه بالاتر ببریم تا جیوه درون ظرف و لوله در یک سطح قرار گیرند؟ (دما ثابت)

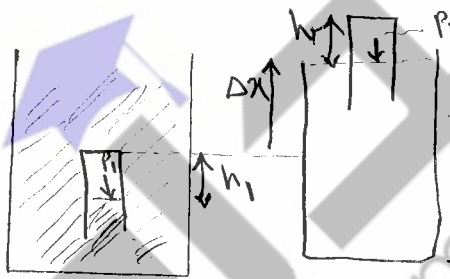


۱۸٫۶	۱۴۱۸
۲۷٫۲	۲۰٫۳

حالت اول $P_A = P_B$

$\Rightarrow P_A = ۷۵ + ۱۲ + ۵٫۵ = ۹۲ cmHg$

حالت دوم



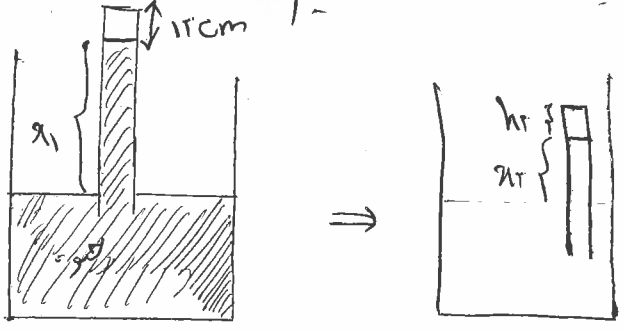
$T = ثابت \Rightarrow P_1V_1 = P_2V_2$

$V = Ah \Rightarrow ۹۲٫۵ h_1 = ۷۵ h_2$

$\Rightarrow h_2 = \frac{۹۲٫۵ \times ۱۲}{۷۵} = ۱۴٫۸ cm$

ΔH جابجایی لوله $= ۵٫۵ + ۱۴٫۸ = ۲۰٫۳ cm$

تجربی ۱۴۰۰ : در شکل زیر فشار هوا $۷۶ cmHg$ است و فشار گاز محبوس در لوله $۲ cmHg$ است. دردمای ثابت لوله را چند سانتی‌متر بیشتر در جیوه فرو ببریم تا فشار گاز درون لوله $۴ cmHg$ است.



سود!

۵	۴
۷	۶

$T = cte \Rightarrow P_1V_1 = P_2V_2$

$\Rightarrow P_1h_1 = P_2h_2 \Rightarrow$

$۲ \times ۱۲ = ۳ \times h_2 \rightarrow h_2 = ۸ cm$

$۲۰ + x_1 = ۷۶ \rightarrow x_1 = ۷۴ \Rightarrow H_1 = ۷۴ + ۱۲ = ۸۶ cm$

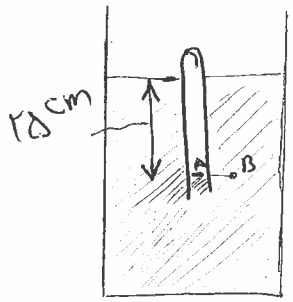
$۳ + x_2 = ۷۶ \Rightarrow x_2 = ۷۳ \Rightarrow H_2 = ۷۳ + ۸ = ۸۱ cm \rightarrow \Delta h = ۸۶ - ۸۱ = ۵ cm$

(۹۹) ریاضی: در شکل زیر آلرجکای مایع ۲ g/cm³ باشد فشار گاز محبوس درون لوله چند کیلو پاسکال است؟

$P_0 = 10^5 Pa$

$g = 10 m/s^2$

۹۵	۸۵
۱۲۵	۱۰۵



$P_A = P_B$

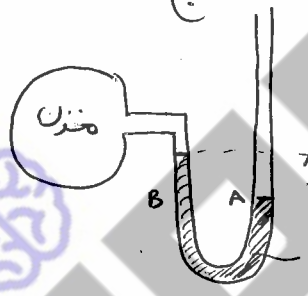
$\Rightarrow P_A = P_0 + \rho g h$

$= 10^5 + 2000 \times 10 \times \frac{25}{100}$

$P_A = 100000 + 5000 = 105000 Pa$

$= 105 kPa$

مثال) مخزن گازی مطابق شکل به لوله U شکل متصل است. اگر فشار هوای خارج ۷۶cm جیوه باشد فشار مخزن گاز چند cmHg است؟



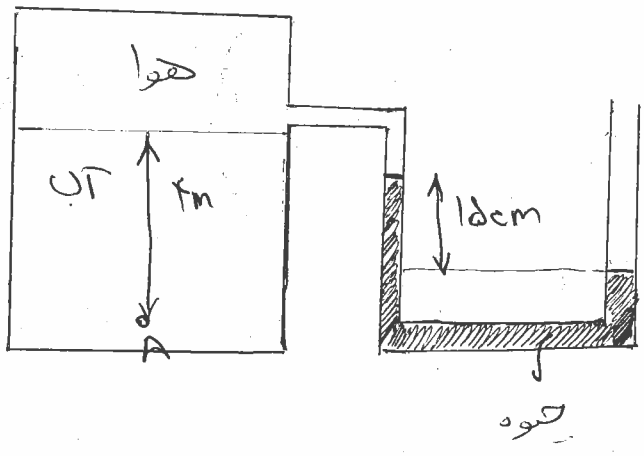
چیوه $\rho = 13.6 g/cm^3$

$P_A = P_B \Rightarrow \rho g h_B + P_{\text{مخزن}} = P_0$

$\frac{6.8}{13.6} \times 12 + P_{\text{مخزن}} = 76$

$6 + P_{\text{مخزن}} = 76 \longrightarrow P_{\text{مخزن}} = 70 cmHg$

(۹۴) فشار در نقطه A چند کیلو پاسکال است؟



$P_{\text{هوای درون مخزن}} + \rho gh = P_0 = 13600 \times 10 \times \frac{15}{100} + 100000$

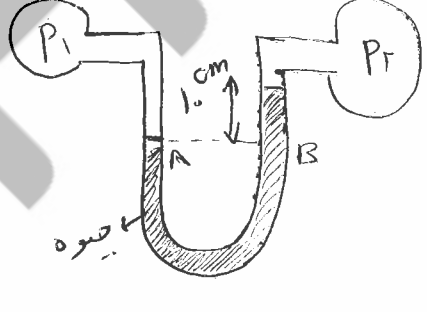
$= 79400\ Pa$

$P_A = P_{\text{هوای درون}} + \rho gh = 79400 + 1000 \times 10 \times 4$

$= 119400\ Pa$

مثال) در شکل زیر اختلاف فشار طرفین به اندازه ۲۰ درصد P_1 است مقدار P_1 چند سانتی‌متر جیوه است؟

$\frac{20}{50} \mid \frac{10}{40}$



$P_1 - P_2 = 0.2\ P_1$

$P_A = P_B$

$P_1 = \rho gh + P_2$

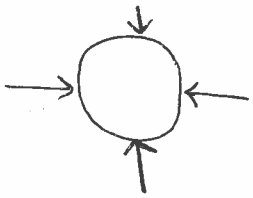
$\Rightarrow \begin{cases} P_1 - P_2 = 0.2\ P_1 \\ P_1 - P_2 = \rho gh \end{cases} \Rightarrow 0.2\ P_1 = \rho gh$ (10 cmHg)

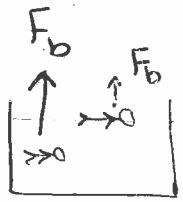
$\Rightarrow P_1 = 50\ cmHg$

$P_2 = 40\ cmHg$

نیروی شناوری چرا برای جسمی که در یک شاره قرار دارد رو به بالا می باشد؟

برآیند نیروهای جانبی (افقی) صفر است ولی برآیند نیروهای دیگر رو به بالاست زیرا فشار در زیر جسم (عمق بیشتر) بزرگ‌تر است و نیروهای بالاسو بزرگتر خواهد بود.



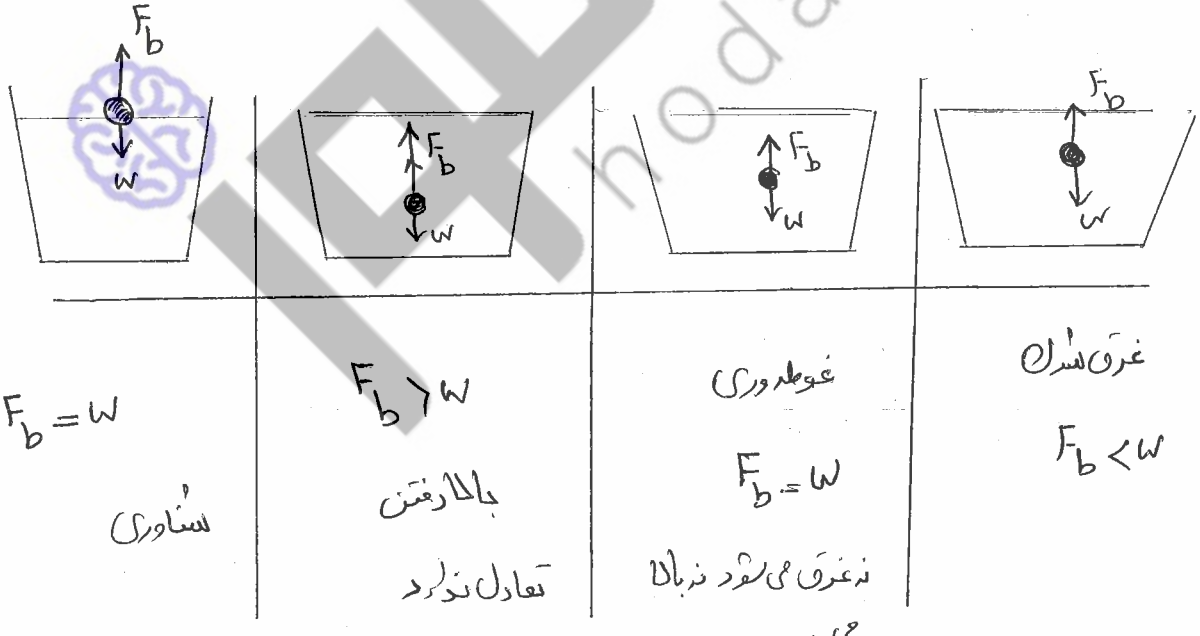


نیروی شناوری وارد بر یک شناگر به چه صورتی می باشد؟

① روی سطح آب باشیم. همه بدن داخل آب نباشد.

② کاملا درون آب فرو رویم. حجم آب بیشتری جابجا می‌شود لذا نیروی شناوری بیشتری دارد.

نیروی شناوری



اصل ارشمیدس: وقتی تمام یا قسمتی از یک جسم در شاره‌ای فرو رود شاره نیروی بالاسو بر آن وارد می‌کند که با وزن شاره جابجا شده توسط جسم برابر است.

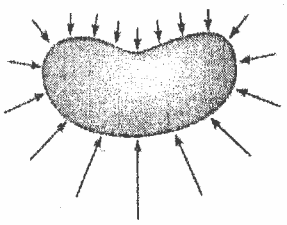
این قسمت شامل بخش‌های زیر است:

ب) اندازهٔ نیروی شناوری (ارشمیدس) ← **ا) شناوری و اصل ارشمیدس**

ا) شناوری و اصل ارشمیدس

پدیده‌هایی مانند شناور ماندن اجسام سنگین مثل کشتی روی آب و یا سهولت جابه‌جایی اجسام سنگین غوطه‌ور در آب را با مفهومی به نام نیروی ارشمیدس توجیه می‌کنند.

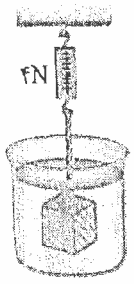
ارشمیدس دانشمند یونانی بیان کرد: (۱) به جسم‌های درون یک شاره (مایع و گاز)، همواره نیرویی بالاسو وارد می‌شود. (۲) اندازهٔ این نیروی بالاسو برابر وزن شارهٔ جابه‌جاشده توسط جسم است.



علت نیروی ارشمیدس: مطابق شکل، نیروی ناشی از فشار شاره، در نقاط پایین‌تر بزرگ‌تر است، بنابراین برایند نیروهایی که شاره به جسم درون شاره وارد می‌کند، در راستای قائم و به سمت بالا می‌شود.

توجه اگر جسمی را درون شاره (گاز یا مایع) در حالت تعادل قرار دهید و رها کنید در جهت افقی حرکت نمی‌کند، یعنی برایند نیروهای ناشی از فشار، در راستای افقی صفر است.

تست: مطابق شکل، جسمی توسط یک نیروسنج داخل آب قرار گرفته و در تعادل است. اگر نیروسنج ۴ نیوتون را نشان دهد، کدام گزینه ممکن است وزن این جسم باشد؟



۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۶

پاسخ: وقتی یک جسم درون آب قرار می‌گیرد، از طرف آب نیروی شناوری (رو به بالا) به جسم وارد می‌شود و وزن ظاهری جسم کم‌تر از وزن واقعی آن خواهد شد. پس وزن این جسم باید از ۴ نیوتون بزرگ‌تر باشد. بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

مقایسهٔ نیروی وزن و نیروی شناوری: نیروی شناوری را با F_b نمایش می‌دهند و طبق توضیحات بالا نیروی F_b در راستای قائم و رو به بالا وارد می‌شود. با توجه به مقدار F_b و W سه حالت رخ می‌دهد:

۱) $F_b < W \Rightarrow$ ته‌نشینی جسم درون شاره

۲) $F_b = W \Rightarrow$ غوطه‌ور شدن جسم درون شاره

۳) $F_b > W \Rightarrow$ بالا آمدن جسم درون شاره و خروج قسمتی از جسم از شاره و در نهایت شناوری

نکته هنگامی‌که یک جسم درون مایع بالا می‌آید، $F_b > W$ است. ولی هنگامی که قسمتی از جسم از مایع خارج شده و جسم در سطح آب شناور می‌شود، نیروی شناوری جدید برابر نیروی وزن می‌شود، یعنی $F'_b = W$

تست: در چه تعداد از پدیده‌های زیر، نیروی شناوری هم‌اندازهٔ نیروی وزن جسم است؟

آ) پایین رفتن آرام سنگ در آب
ب) شناور ماندن یک قطعه چوب در سطح آب
پ) معلق ماندن یک جسم درون آب
ت) بالارفتن توپ پلاستیکی تا قبل از رسیدن به سطح آب

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

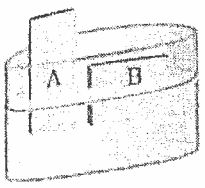
پاسخ: اگر نیروی شناوری را با F_b و وزن جسم را با W نشان دهیم، می‌توان در هر پدیدهٔ گفته‌شده، این دو را مقایسه کرد.

آ) $F_b < W$
ب) $F_b = W$
پ) $F_b = W$
ت) $F_b > W$

بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

نکته هنگامی‌که چگالی یک جسم از چگالی مایعی که جسم در آن قرار دارد، کم‌تر باشد، جسم به سطح مایع آمده و روی سطح مایع شناور می‌شود. در این صورت، هر چه چگالی جسم کم‌تر باشد، حجم بیش‌تری از جسم از مایع خارج می‌شود تا زمانی‌که $F_b = W$ شده و جسم روی سطح مایع شناور شود.

۵۸



۱) $\rho_A = \rho_B$ ۲) $\rho_A > \rho_B$

۳) $\rho_A < \rho_B$ ۴) بسته به شرایط هر سه ممکن است.

پاسخ: مطابق شکل، در هنگام شناوری، تقریباً نیمی از حجم جسم B از مایع خارج شده، در حالی‌که بیش از نیمی از جسم A از مایع خارج شده است. بنابراین چگالی جسم B بزرگ‌تر از چگالی جسم A بوده و گزینهٔ (۳) درست است.

نکته STP اگر چگالی جسم ρ' و چگالی مایع ρ باشد و جسم روی مایع شناور باشد، حجم قسمتی از جسم که درون مایع قرار می‌گیرد (V') به حجم کل جسم (V) از رابطهٔ روبه‌رو به‌دست می‌آید:

$$\frac{V'}{V} = \frac{\rho'}{\rho}$$

تست: چگالی چوب $0/8\,g/cm^3$ و چگالی آب $1\,g/cm^3$ است. اگر تکه چوبی به حجم $2\,m^3$ را روی آب قرار دهیم، حجم قسمتی از چوب که بیرون از آب قرار می‌گیرد، چند مترمکعب می‌شود؟

۱) ۱/۸ ۲) ۱/۶ ۳) ۰/۸ ۴) ۰/۴

پاسخ: حجم قسمتی از چوب که درون آب قرار می‌گیرد، برابر است با:

$$\frac{V'}{V} = \frac{\rho'}{\rho} \Rightarrow \frac{V'}{2} = \frac{0/8}{1} \Rightarrow V' = 1/6\,m^3$$

بنابراین $0/4\,m^3$ از حجم تکه چوب بیرون آب قرار می‌گیرد و گزینهٔ (۴) درست است.

ب) اندازهٔ نیروی شناوری (ارشمیدس)

به دو روش آزمایشی و روش تئوری اثبات می‌شود که اندازهٔ نیروی شناوری برابر با وزن شارهٔ جابه‌جا شده است:

$$F_b = \rho_{\text{شاره}} Vg$$

تست: یک توپ پلاستیکی به قطر $20\,cm$ و جرم $200\,g$ را به طور کامل داخل آب قرار می‌دهیم و رها می‌کنیم. وضعیت نهایی توپ از لحاظ ته‌نشینی و شناوری و یا غوطه‌وری چگونه است؟ ($\rho_{\text{آب}} = 10^3\,kg/m^3$ ، $g = 10\,N/kg$ ، $\pi = 3$)

۱) غوطه‌ور می‌ماند. ۲) شناور می‌شود. ۳) ته‌نشین می‌شود. ۴) گزینه‌های (۱) یا (۳) رخ می‌دهد.

پاسخ: تمام توپ داخل آب است.

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times (10)^3 = 4 \times 10^3\,cm^3 = 4 \times 10^3 \times 10^{-6}\,m^3 = 4 \times 10^{-3}\,m^3$$

$$\text{وزن}: W = mg = (0/2)(10) = 2N \quad ; \quad F_b = \rho_{\text{آب}} Vg = (10^3)(4 \times 10^{-3})(10) = 40\,N$$

$F_b > W$، بنابراین توپ به سمت بالا حرکت کرده و به سطح آب می‌رسد و قسمتی از توپ از آب خارج می‌شود تا $F_b = 2N$ شود و سپس روی آب شناور می‌شود، بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

تست: در تست قبل، در وضعیت نهایی، چند درصد از حجم توپ درون آب قرار می‌گیرد؟

۱) ۵ ۲) ۲۰ ۳) ۵۰ ۴) ۷۵

پاسخ: حجم قسمتی از توپ که داخل آب می‌ماند را با V' نمایش می‌دهیم. در هنگام شناور ماندن F_b با نیروی وزن یکسان می‌شود:

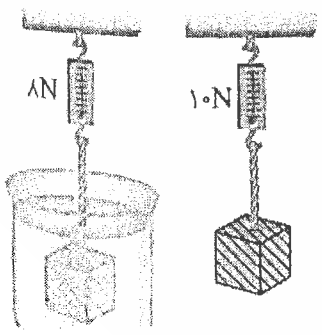
$$F_b = W \Rightarrow \rho_{\text{مایع}} \times V' \times g = mg \Rightarrow V' = \frac{m}{\rho_{\text{مایع}}} = \frac{0/2}{10^3} = 2 \times 10^{-4}\,m^3$$

$$\frac{V'}{V_{\text{کل}}} \times 100 = \frac{2 \times 10^{-4}}{4 \times 10^{-3}} \times 100 = \frac{2}{4} \times 10 = 5\% \Rightarrow$$

گزینهٔ (۱) درست است.

تست: نیروسنجی وزن جسمی را در هوا $10\,N$ و درون آب $8\,N$ نشان می‌دهد، چگالی جسم چند g/cm^3 است؟ ($\rho_{\text{آب}} = 10^3\,kg/m^3$ ، $g = 10\,N/kg$)

۱) ۵ ۲) ۱/۲۵ ۳) ۲/۵ ۴) ۰/۸



پاسخ: نیروی ارشمیدس برابر اختلاف این دو عدد می‌باشد:

$$F_b = 10 - 8 = 2N$$

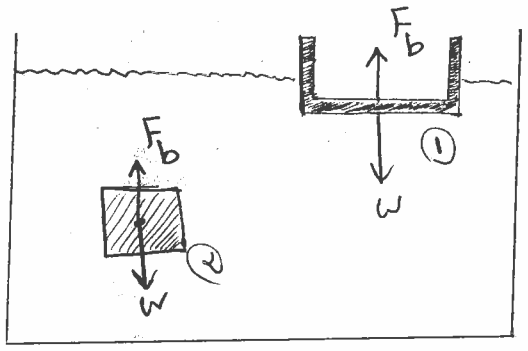
$$F_b = \rho_{\text{آب}} Vg \Rightarrow 2 = (10^3) \times V \times (10) \Rightarrow V = 2 \times 10^{-4}\,m^3$$

$$m = \frac{W}{g} = \frac{10}{10} = 1kg$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{1}{2 \times 10^{-4}} = 5 \times 10^3\,kg/m^3 = 5\,g/cm^3$$

مثال: فرض جسمی دارای وزن ۱۲N است آن را داخل آب قرار می‌دهیم و در آب وزن می‌کنیم مشاهده می‌شود وزن آن ۱۰N شده است یعنی ۲N آب بخاطر حضور جسم در آب جابجا شده که برابر نیروی ارشمیدس است.

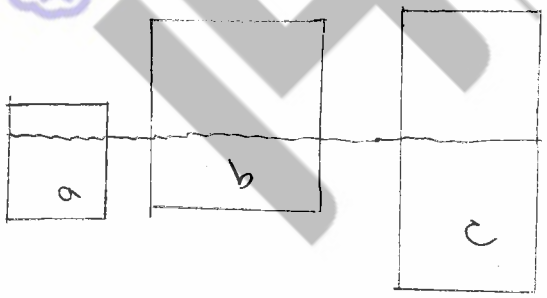
مثال کتاب درسی مهم: جرم قطعه‌های آهنی در شکل با یکدیگر برابر است دریافت خود را از این شکل بیان کنید.



در هر دو شکل mg یکسان است اما در شکل شماره 1 چون توخالی است و سطح بیشتری دارد آب بیشتری جابجا می‌کند لذا نیروی شناوری بیشتری دارد و شناور می‌ماند اما در شکل شماره ② جسم توپر است و سطح کمتری دارد لذا آب کمتری جابجا می‌کند لذا نیروی $F_b < w$ است و درون آب رفته است.

اما با ساختار توخالی نیروی شناوری بزرگتری تولید می‌کند به علت آن که شکل آن‌ها شاره بیشتری را جابجا می‌کند.

مثال سه جسم a و b و c با حجم‌های متفاوت مطابق شکل درون آب شناورند. کدام گزینه حجم این ۳ جسم را به درستی مقایسه کرده است؟



$P_A > P_C > P_B$

$P_A < P_C < P_B$

$P_C < P_A < P_B$

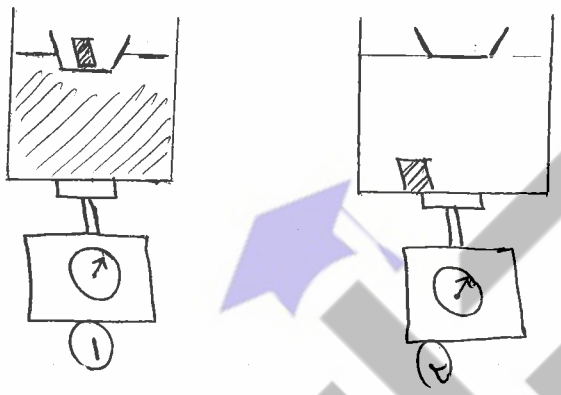
$P_A > P_B > P_C$

چون که حجم‌ها تره بخش بیشتری از آن داخل آب است.

$P_a > P_c > P_b$

بالون ها (حاوی گاز هلیم هستند که چگالی آن از هوا کمتر است) بصورت نامحدود نمی توانند بالا بروند بدلیل آن که رفته رفته هوا رقیق می شود چگالی هوا کاهش می یابد آن قدر که با چگالی هلیم برابر می شود. در ابتدا $F_b > W$ لذا بالا می رود. در انتها $F_b = W$ خواهد شد.

مثال: یک جسم مطابق شکل در مایعی در آب شناور است اگر آن را از مایع درآوریم و در آب غرق کنیم عدد ترازو چه تغییری می کند؟

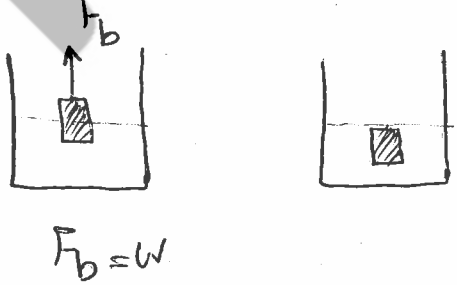


① تغییری نمی کند ✓
② زیاد می شود
③ کم می شود
④ بستگی به چگالی مایع دارد.

ترازو جرم نشان می دهد و تساوی نداریم اما نیروی شناوری حالت اول بیش تر از حالت دوم است.

مثال: یک قطعه یخ روی آب درون لیوانی شناور است. اگر یخ ذوب شود سطح آب نسبت به اول

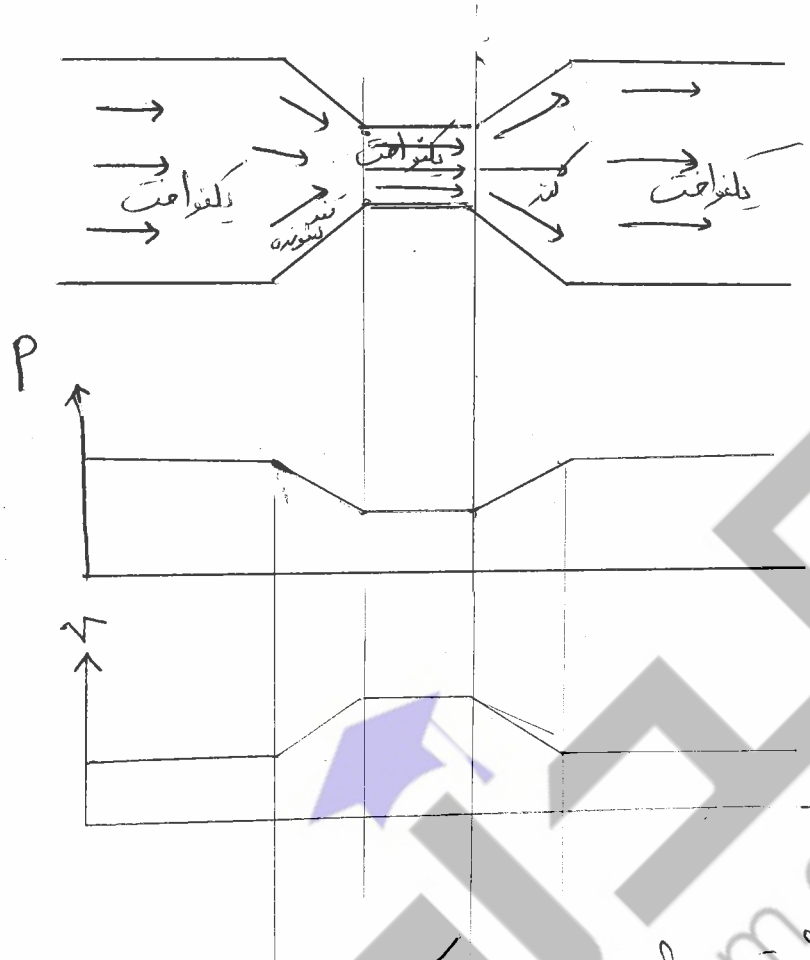
① بالاتر می رود. ② پایین تر می رود ③ ثابت می ماند ④ هر سه حالت ممکن است.



یخ آب شود داخل آب می رود چون با آب هم چگالی شده.

حجم بیش تری داخل آب فرو رفته اما چگالی هم عوض شده (حجم جسم کم شده) و آن قسمت که بیرون آب بود، داخل آب شده لذا سطح آب تغییری نمی کند.

شاره در حرکت و اصل برنولی :

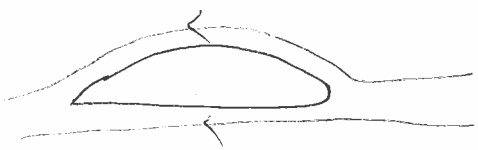


در مسیر حرکت شاره با افزایش تندی شاره، فشار آن کاهش می‌یابد.

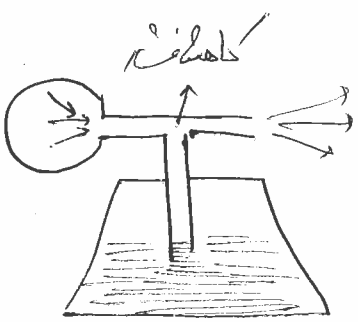
سطح مقطع کمتر (دهانه کمتر) سرعت بیشتر می‌شود.

$v \uparrow \; P \downarrow$

بال هواپیما :

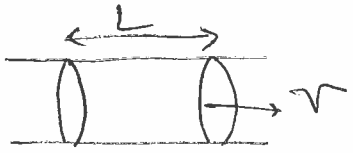


تندی بالا زیاد می‌شود و فشار کم ← در زیر بال تندی کم فشار زیاد. لذا بافت بالا رفتن هواپیما می‌شود.



مکنده پاش ـ شیشه پاک کن :

حجم شاره $V = A \cdot L$



آهنگ جریان شاره $= \frac{\text{حجم شاره جابجا شده}}{\text{زمان}} = \frac{AL}{t} = Av \rightarrow \frac{m^3}{s}$

(v: سرعت)

معادله پیوستگی $\Rightarrow A_1 v_1 t = A_2 v_2 t \Longrightarrow A_1 v_1 = A_2 v_2$

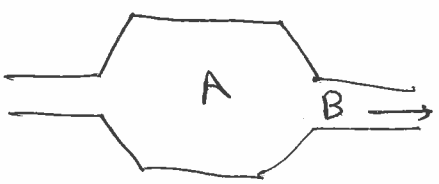
$A = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4}$

$A_1 v_1$: مساحت مقطع ۱ × سرعت مقطع ۱

نکته: آهنگ جریان شاره (حجم گذرنده در واحد زمان) مقداری ثابت است و به شکل و مقطع لوله بستگی ندارد.

طبق اصل برنولی هرجا فشار زیاد شود سرعت کم می‌شود و بالعکس: با افزایش تندی شاره فشار داخل شاره کاهش می‌یابد.

۹۸ غ: در شکل زیر آب حجم لوله‌ها را پر کرده و بصورت پیوسته و پایدار در لوله‌های افقی با سطح مقطع‌های متفاوت جاری است. اگر تندی آب را با v و فشار آن را با P نشان دهیم کدام رابطه درست است؟



✓ ① $P_A > P_B$, $v_A < v_B$

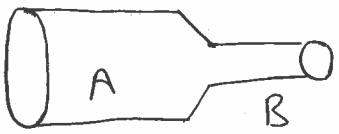
② $P_A > P_B$, $v_A > v_B$

③ $P_A < P_B$, $v_A < v_B$

④ $P_A < P_B$, $v_A > v_B$

(۹۸) در شکل زیر آب بصورت پیوسته در لوله جاری است. اگر قطر مقطع بزرگ ۲ برابر قطر مقطع کوچک باشد تندی حرکت آب در نقطه A چند برابر تندی آن در نقطه B است؟

۴	۲
۱/۴	۱/۲



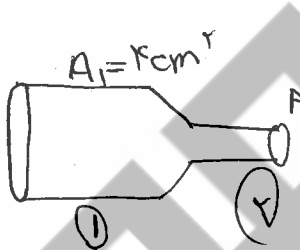
$$d_A = 2d_B \longrightarrow A_A = 4A_B$$

$$A_A v_A = A_B v_B$$

$$4A_B v_A = A_B \times v_B \Longrightarrow v_A = \frac{v_B}{4}$$

مثال: در شکل زیر آهنگ خروج آب از مقطع (۲) برابر با $20\ lit/s$ است. تندی آب در مقطع (۱) چند متر بر ثانیه است؟

۵۰	۵
۰/۵	۵۰

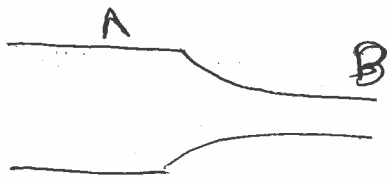


$$\text{آهنگ خروج آب} = A_2 v_2 \Longrightarrow A_2 v_2 = 20\ lit/s = 20 \times 10^{-3}\ m^3/s$$

$$\Longrightarrow 4 \times 10^{-4} \times v_1 = 20 \times 10^{-3} \rightarrow v_1 = \frac{20}{4 \times 10^{-1}} = 50\ m/s$$

(۹۹) در شکل زیر سیال تراکم ناپذیری که حجم لوله را پر کرده است در راستای افقی جاری است و شعاع مقطع لوله در قسمت A دو برابر شعاع مقطع لوله در قسمت B است. آهنگ شارش سیال در مقطع A چند برابر آهنگ شارش در مقطع B است؟

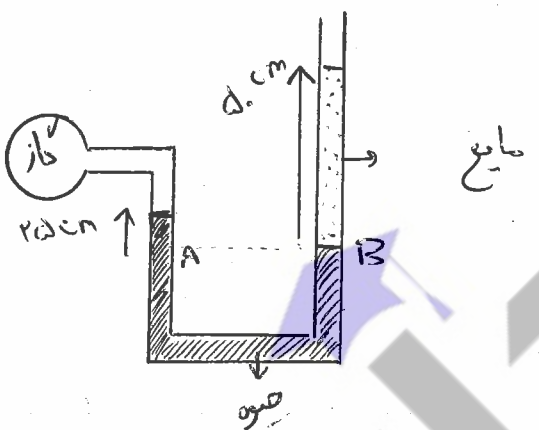
۱/۲	۱/۴
۱	۲



برای حرکت آرام و لایه‌ای جریان شاره،
آهنگ جریان شاره همه‌جای لوله یکسان است.
لذا برابر یک می‌باشد.

خودآزمایی ۱۴.۱ تجربی: در شکل زیر فشار پیمانه‌ای گاز $25kPa$ است. چگالی مایع چند $\frac{kg}{m^3}$ است؟

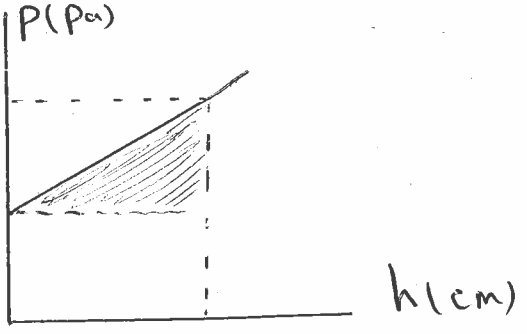
$g = 10\ \frac{m}{s^2}$ $\quad \rho_{\text{جیوه}} = 13.6\ g/cm^3$



۲۵۰۰ | ۳۶۰۰
۹۰۰ | ۱۸۰۰

$$P_A = P_B \Rightarrow$$
$$\rho gh_{\text{جیوه}} + P_{\text{گاز}} = \rho gh_{\text{مایع}} + P_0$$
$$P_{\text{گاز}} - P_0 = \rho gh_{\text{مایع}} - \rho gh_{\text{جیوه}}$$
$$-25\times10^3 = \rho\times10\times0.5 - 13600\times10\times0.25$$
$$\Rightarrow \rho = 1800\ \frac{kg}{m^3}$$

ریاضی دی‌ماه ۱۴۰۱: شکل زیر فشار یک درون یک مایع را برحسب h نشان می‌دهد و h فاصله تا سطح آزاد مایع است. فشار پیمانه‌ای در عمق $10\ cm$ این مایع چند پاسکال است؟ (چگالی مایع ثابت و $g=10$)



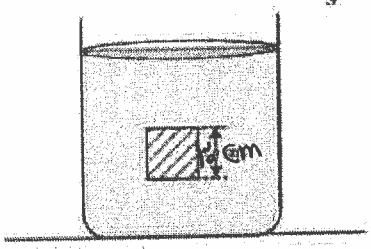
می‌دانیم شیب نمودار $P-h$ برابر با ρg می‌باشد:

$$\text{شیب} = \frac{(1,71-1,03)\times10^5}{50\times10^{-2}} = 1,36\times10^5$$

$$\Rightarrow P=\rho gh = (1,36\times10^5)\times 0/1 = 1,36\times10^4 \text{ Pa}$$ فشار مایع در ته لوله

تجربی دی ماه ۱۴۰۱

مطابق شکل، جسمی مکعبی به طول ضلع ۲۰ cm درون شاره‌ای غوطه‌ور و در حال تعادل است. فشار در بالا و زیر جسم، ۱۰۱ kPa و ۱۰۵ kPa است. چگالی مایع، چند گرم بر لیتر است؟ ($g=10\frac{m}{s^2}$)



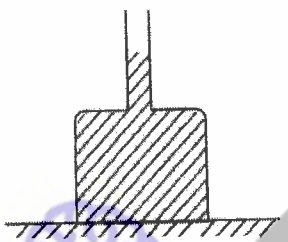
۱) ۲
۲) ۳
۳) ۲۰۰۰
۴) ۳۰۰۰

$$\Delta P=\rho gh$$
$$(105-101)\times10^3 = \rho\times10\times\frac{2}{10}$$
$$\Rightarrow \rho = 2000\ kg/m^3 = 2000\ gr/lit$$

ریاضی دی ماه ۱۴۰۱

در شکل زیر، ظرف مکعب‌شکلی به ابعاد ۱۰ cm روی سطح افقی قرار دارد و به سطح بالایی ظرف، لولهٔ قائمی به سطح مقطع $2\,cm^2$ وصل است و درون آن تا اندازهٔ نشان‌داده شده آب قرار دارد. در این حالت به ازای هر قطره آبی به وزن W_1 که به آب درون لوله اضافه شود، به‌ترتیب نیرویی که آب به کف ظرف وارد می‌کند و نیرویی که ظرف به سطح افقی وارد می‌کند، چقدر افزایش می‌یابد؟

۱) W_1 و $50W_1$ ✓
۲) W_1 و $100W_1$
۳) $50W_1$ و $50W_1$
۴) $100W_1$ و $100W_1$



$$a=2cm^2$$
$$A=100\ cm^2$$
$$\frac{\Delta F}{mg}=\frac{A}{a} \rightarrow \frac{\Delta F}{W_1}=50$$

نیرویی که ظرف به سطح افقی زیر خود وارد می‌کند $\Delta F = 50W_1$

همان مجموع وزن ظرف و وزن آب است لذا $\Delta F' = W_1$

تجربی ۱۴۰۲ تیرماه: در یک لوله U شکل استوانه‌ای که مساحت قاعده آن $20\,cm^2$ است، ۲۷۲ گرم جیوه و ۵۴۴ گرم آب می‌ریزیم. فشار در ته لوله چند پاسکال می‌شود؟

$g=10\frac{m}{s^2}$ ، $P_0=75\,cmHg$ ، $\rho_{جیوه}=13,6\ gr/cm^3$ ، $\rho_{آب}=1\ gr/cm^3$

۱۰۴۷۲۰	۱۰۳۳۶۰
۱۰۷۴۴۰	۱۰۶۰۸۰

$$P = \left(\frac{mg}{A}\right)_{\text{جیوه}} + \left(\frac{mg}{A}\right)_{\text{آب}} + P_0$$

$$P = \frac{(۲۷۲+۵۴۴)\times۱۰^{-۳}\times۱۰}{۲۰\times۱۰^{-۴}} + ۷۵\times۱۳۶۰ =$$

$$P = \frac{۸۱۶\times۱۰^{-۲}}{۲\times۱۰^{-۳}} + ۷۵\times۱۳۶۰ = ۴۰۸۰ + ۱۰۲۰۰۰$$

$$= \boxed{۱۰۶۰۸۰\ Pa}$$

تجربی ۱۴۰۲ خارج

در یک لولهٔ استوانه‌ای که مساحت قاعدهٔ آن $۱۵\ cm^۲$ است، تا ارتفاع $۲۰\ cm$ مایعی به چگالی $۲\frac{g}{cm^۳}$ قرار دارد. چند لیتر از مایع دیگری به چگالی $۱/۰۶\frac{g}{cm^۳}$ به مایع درون لوله اضافه کنیم تا فشار در ته لوله ۱۰ درصد افزایش یابد؟ ($P_۰ = ۷۵ cmHg$، $\rho_{\text{جیوه}} = ۱۳/۶\frac{g}{cm^۳}$ و $g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$)

۱) ۲ ۲) ۲/۵ ۳) ۱ ۴) ۱/۵

$$۱۳/۶h = ۲\times۲۵ \longrightarrow h = \frac{۵۰}{۱۷} = ۳\ cmHg$$

$$P_۱ = ۷۵ + ۳ = ۷۸\ cmHg$$

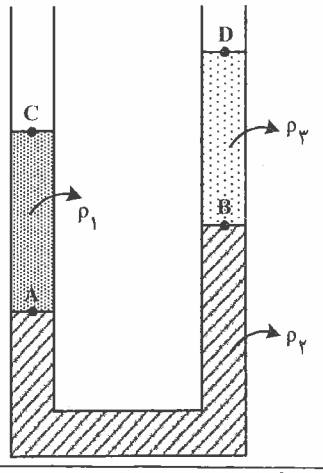
فشارناسنج زیر ظرف $\Delta P = ۱۰\%\ P_۱ = ۷/۸\ cmHg$

$$۷/۸\times۱۳/۶ = h\times۱/۰۶ \longrightarrow h = ۱۰۱/۵$$

$$V_{\text{مایع}} = Ah = ۱۵\times۱۰۱/۵ = ۱۵۲۳\ cm^۳ = ۱/۵۲۳\ L$$

ریاضی ۱۴۰۲

مطابق شکل، سه مایع مخلوط نشدنی در لوله ریخته شده‌اند. کدام رابطه بین فشار در نقاط مشخص‌شده درست است؟



۱) $P_A > P_B > P_C = P_D$

۲) $P_A = P_B > P_C > P_D$

۳) $P_A - P_C = P_B - P_D$

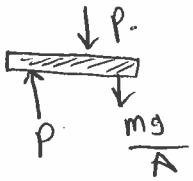
۴) $P_A + P_C = P_B + P_D$

$P_C = P_D = P_0$

ریاضی ۱۴۰۲

در یک دیگ زودپز، مساحت روزنهٔ خروج بخارآب ۵ میلی‌متر مربع است. جرم وزنهٔ روی روزنه چند گرم باشد، تا فشار پیمانه‌ای بخار داخل دیگ در 10^5 پاسکال نگه داشته شود؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

۱) ۲۰ ۲) ۲۵ ۳) ۴۰ ۴) ۵۰



$P = P_0 + \frac{mg}{A}$

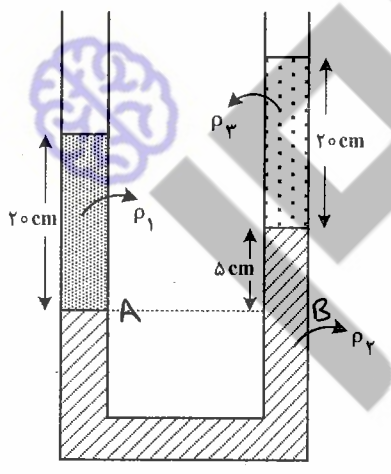
$P - P_0 = \frac{mg}{A}$

$10^5 = \frac{m \times 10}{5 \times 10^{-4}} \Rightarrow m = \frac{5 \times 10^{-4} \times 10^5}{10}$

$\Rightarrow m = 5 \times 10^{-2}\ kg \xrightarrow{\times 10^3} 50\ g$

ریاضی ۱۴۰۲ خ

در شکل زیر، سه مایع مخلوط نشدنی مطابق شکل به حالت تعادل قرار دارند. اگر $\rho_1 = 2\rho_3$ باشد، نسبت $\frac{\rho_2}{\rho_1}$ چقدر است؟



۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

$P_A = P_B$

$\rho_1 g h_1 + P_0 = \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3 + P_0$

$20\rho_1 = 5\rho_2 + 20\rho_3$

$20\rho_1 = 5\rho_2 + 20\left(\frac{\rho_1}{2}\right) \rightarrow 10\rho_1$

$10\rho_1 = 5\rho_2 \rightarrow \rho_2 = 2\rho_1$

ریاضی ۱۴۰۲ خ

مساحت یکی از پنجره‌های یک زیردریایی ۱۲۰۰ سانتی‌متر مربع است. اگر نیروی وارد بر سطح خارجی این پنجره ۷۳۲۰۰ نیوتون باشد، این پنجره در عمق چند متری آب دریا قرار دارد؟

$(\rho = 1020 \frac{kg}{m^3}$ و $g = 10 \frac{m}{s^2}$ ، $P_0 = 10^5\ Pa)$

آب دریا

۱) ۴۰ ۲) ۴۵ ۳) ۵۰ ۴) ۶۵

۶۸

$$P = \frac{F}{A} = \rho g h + P_0$$

$$\frac{۷۴۲۰۰}{۱۲۰۰ \times ۱۰^{-۲}} = ۱۰۲۰ \times ۱۰ \times h + ۱۰^۵$$

$$\Longrightarrow \quad \frac{۷۴۲۰۰}{۱۲ \times ۱۰^{-۲}} = ۱۰۲۰۰ h + ۱۰^۵$$

$$۶۱۰۰۰۰ = ۱۰۲۰۰ h + ۱۰^۵ \Longrightarrow h = \frac{۵۱۰۰۰۰}{۱۰۲۰۰} = ۵۰ m$$

hodamooz

جزوه فصل سوم فیزیک دهم

کار، انرژی، توان

تالیف: مهندس رهبری

آبان ۱۴۰۱

hodamooz

hodamooz

انرژی جنبشی : انرژی وابسته به حرکت یک جسم را انرژی حرکتی یا انرژی جنبشی می نامیم. انرژی جنبشی کمیتی نرده‌ای است که هرگز منفی نمی شود و به جرم (m) و تندی جسم (v) بستگی دارد و به جهت حرکت جسم وابسته نیست.

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

- K: انرژی جنبشی (ژول)
- m: جرم (kg)
- v: تندی (m/s)

$m > 0$, $v^2 > 0 \Rightarrow K > 0$

$$\Rightarrow \boxed{J = kg \cdot \frac{m^2}{s^2}}$$

---

① محاسبه تغییرات انرژی جنبشی یک جسم: (افزایش - کاهش - تغییرات)

$$\Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = \underbrace{\frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)}_{\text{همواره مثبت}}$$

$$\begin{cases} \Delta K > 0 \Rightarrow v_2 > v_1 \longrightarrow \text{افزایش سرعت - شتاب دار} \\ \Delta K = 0 \Rightarrow v_1 = v_2 \longrightarrow \text{سرعت ثابت (شتاب صفر)} \\ \Delta K < 0 \Rightarrow v_2 < v_1 \longrightarrow \text{کاهش سرعت} \end{cases}$$

انرژی جنبشی هیچ گاه منفی نیست، اما تغییرات انرژی جنبشی (ΔK) می تواند منفی هم باشد.

---

② مقایسه انرژی جنبشی: $\left(\frac{K_2}{K_1}\right)$

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{\frac{1}{2} m_2 \times v_2^2}{\frac{1}{2} m_1 \times v_1^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2}$$

③ محاسبه درصد تغییر انرژی جنبشی :

$$\frac{\Delta K}{K_1} \times 100$$

خلاصه موارد قبل : ① تغییر انرژی جنبشی ـ افزایش ، کاهش انرژی جنبشی ← ΔK

② انرژی جنبشی ضد برابر می‌شود $\frac{K_2}{K_1}$

③ درصد تغییرات انرژی جنبشی $\frac{\Delta K}{K_1} \times 100$

$\frac{km}{h} \div 3,6 \rightarrow \frac{m}{s}$ $\qquad$ $72 \rightarrow \frac{m}{s}$

۱۴۰۰ ریاضی خ : آلرسها با سنگی به جرم $2,1 \times 10^4\ kg$ با تندی $8\frac{km}{s}$ به زمین برخورد کند انرژی جنبشی آن در لحظه برخورد معادل انرژی حاصل از انفجار چند تن TNT است؟

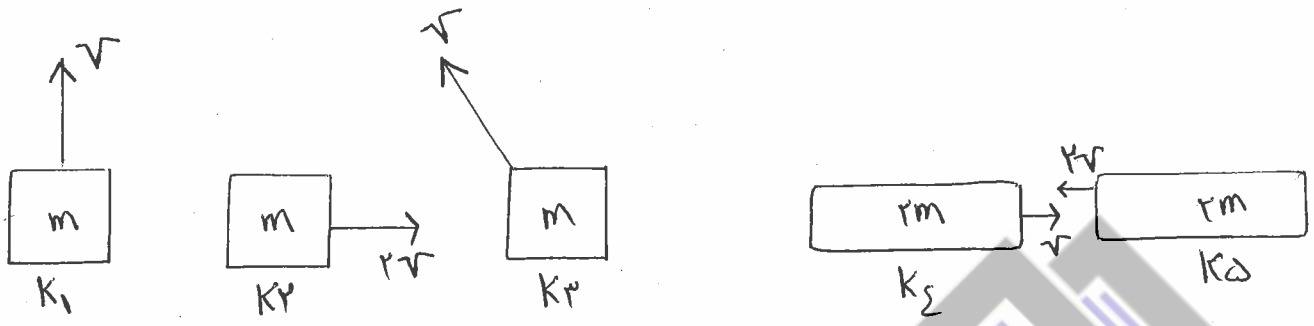
(انرژی حاصل از انفجار هر تن TNT برابر $4,2 \times 10^9\ J$ است)

$$\begin{array}{c|c} 32 & 16 \\ \hline 320 & 160 \end{array}$$

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow K = \frac{\frac{1}{2} \times 2,1 \times 10^4 \times (8 \times 10^3)^2}{4,2 \times 10^9}$$

$$K = \frac{\frac{1}{2} \times 10^4 \times 64 \times 10^6}{2 \times 10^9} = \frac{14 \times 10}{(40n} \text{ TNT})$$

مثال: انرژی جنبشی هریک از اجسام زیر را با هم مقایسه کنید و مقدار آن‌ها را به ترتیب از کم‌ترین تا بیش‌ترین بنویسید.



$K_1 = \frac{1}{2}mv^2 \longrightarrow mv^2$

$K_2 = \frac{1}{2}m(2v)^2 = \frac{1}{2}m \times 4v^2 \longrightarrow 4mv^2$

$K_3 = \frac{1}{2}mv^2 \longrightarrow mv^2$

$K_4 = \frac{1}{2} \times 2m \times v^2 = \frac{1}{2} \times 2mv^2 \longrightarrow 2mv^2$

$K_5 = \frac{1}{2} \times 2m \times (2v)^2 = \frac{1}{2} \times 2m \times 4v^2 \longrightarrow 8mv^2$

$K_5 > K_2 > K_4 > K_3 = K_1$

جرم خودرویی به همراه راننده‌اش ۸۴۰ kg است تغییرات انرژی جنبشی خودرو را بین ۲ لحظه حساب کنید.

$$\Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 840 \times (25^2 - 18^2)$$

(اتحاد مزدوج)

$$= \frac{1}{2} \times 840 \times (25-18)(25+18) = 126420\ J$$

مثال: جرم خودرویی به همراه راننده‌اش ۸۴۰ kg است این خودرو با تندی ۵۴ $\frac{km}{h}$ در حرکت است. انرژی جنبش آن چند ژول است؟

$$54 \div 3.6 = 54 \times \frac{10}{36} = \frac{90}{6} = 15\ m/s$$

$$K = \frac{1}{2} \times 840 \times 15^2 = 94500\ J$$

مثال: اگر تندی جسمی از ۳۶ به ۳۷ تغییر کند تغییر انرژی جنبش آن چند برابر انرژی جنبش اولیه‌اش خواهد شد؟

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{37}{36}\right)^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = 9 \Rightarrow K_2 = 9K_1$$

$$\Delta K = K_2 - K_1 = 9K_1 - K_1 = 8K_1$$ ✓

اگر سرعت جسم ۲ برابر شود $\Rightarrow v_2 = 2v_1$

اگر سرعت جسم ۲ واحد افزایش یابد $\Rightarrow v_2 = v_1 + 2$ یا $\Delta v = 2$

اگر سرعت جسم ۲۰ درصد افزایش یابد $\Rightarrow v_2 = (100+20)\%\, v_1 = \frac{120}{100} v_1 = 1.2 v_1$

$\Rightarrow \frac{\Delta v}{v_1} = \frac{20}{100} = 0.2$

اگر سرعت جسم ۲۰ درصد کاهش یابد $\Rightarrow v_2 = (100-20)\%\, v_1 = \frac{80}{100} v_1 = 0.8 v_1$

$\frac{\Delta v}{v_1} = -\frac{20}{100} = -0.2$

اگر سرعت جسم ۲ واحد کاهش یابد $\Rightarrow v_2 = v_1 - 2 \rightarrow \Delta v = -2$

انرژی جنبشی جسمی برابر با ۸J و تندی آن $10\frac{m}{s}$ است. تندی جسم را چند متر بر ثانیه افزایش دهیم تا انرژی جنبشی اش به ۷۲J برسد؟

۳۰	۲۰
۵۰	۴۰

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{72}{8} = \frac{v_2^2}{10^2}$$

$$\Rightarrow 9 = \frac{v_2^2}{100} \Rightarrow v_2^2 = 900 \xrightarrow{\sqrt{}} v_2 = 30\ m/s$$

$$\Delta v = v_2 - v_1 = 30 - 10 = 20$$

تندی یک جسم با جرم ثابت را چند درصد زیاد کنیم تا انرژی جنبشی آن ۴۴ درصد زیاد شود؟

$$K_2 = (100 + 44)\%\, K_1 \Rightarrow K_2 = 1{,}44\, K_1$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{1{,}44\,K_1}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \xrightarrow{\sqrt{}}$$

$$\frac{v_2}{v_1} = 1{,}2 \Rightarrow v_2 = 1{,}2\, v_1$$

$$\frac{\Delta v}{v_1} = \frac{1{,}2v_1 - v_1}{v_1} = \frac{0{,}2v_1}{v_1} \times 100 = 20\%$$

یا $v_2 = 1{,}2\, v_1$

۱۰۰٪ ۲۰٪

اگر تندی خودرویی $10\frac{m}{s}$ افزایش پیدا کند، انرژی جنبشی آن ۹ برابر می‌شود. تندی اولیه خودرو چند متر بر ثانیه بوده است؟

۵	۷٫۵
۳۰	۲۲٫۵

$$\frac{K_2}{K_1} = 9 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \hookrightarrow 9 = \left(\frac{v_1 + 10}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{v_1 + 10}{v_1} = 3$$

$$\Rightarrow 3v_1 = v_1 + 10 \Rightarrow v_1 = 5$$

متحرکی با تندی ۳ متر بر ثانیه در حرکت است چند متر بر ثانیه به تندی آن اضافه کنیم تا انرژی جنبشی آن ۱۶ برابر شود؟

۶	۹
۱۲	۱۶

$$\frac{K_2}{K_1}=16$$

$$v_1=3\ m/s$$

$$\Delta v=?$$

$$\Rightarrow \frac{K_2}{K_1}=\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow 16=\left(\frac{v_2}{3}\right)^2$$

$$\frac{v_2}{3}=4 \Rightarrow v_2=12\ m/s \Rightarrow \Delta v=12-3=9\ m/s$$

(خ ۹۵) اگر سرعت متحرکی به جرم m و به اندازه $5\ m/s$ افزایش پیدا کند افزایش انرژی جنبشی آن $\frac{5}{4}$ انرژی جنبشی اولیه می‌شود سرعت اولیه متحرک چند متر بر ثانیه بوده است؟

$$v_2=v_1+5 \Rightarrow \Delta v=5$$

$$\Delta K=\frac{5}{4}K_1 \Rightarrow K_2-K_1=\frac{5}{4}K_1 \Rightarrow K_2=\frac{9}{4}K_1$$

$$\frac{K_2}{K_1}=\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{\frac{9}{4}K_1}{K_1}=\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

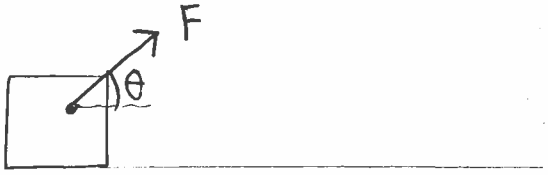
$$\frac{9}{4}=\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1}=\frac{3}{2} \Rightarrow v_2=1.5v_1$$

$$v_2=v_1+5 \xrightarrow{v_2=1.5v_1} 1.5v_1=v_1+5$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}v_1=5 \rightarrow v_1=10\ m/s$$

کار: هرگاه به یک جسم نیروی F وارد شود و جسم جابجایی داشته باشد کار نیروی F را می‌توان بصورت مقابل محاسبه کرد.

$$W = (F\cos\theta)\,d$$



F: نیروی وارد بر جسم
θ: زاویه نیرو و جابجایی
d: جابجایی برحسب متر

واحد کار → $J = N.m$

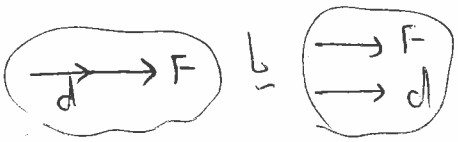
هرگاه نیرو بر جابجایی عمود باشد کار آن نیرو صفر است مانند کار نیروی عمودی سطح و کار نیروی وزن در یک جابجایی افقی.

$\theta = 90 \Rightarrow \cos 90 = 0 \Rightarrow W = 0$

$\theta = 180 \Rightarrow \cos 180 = -1 \Rightarrow W < 0$

مانند کار نیروی اصطکاک

$\theta = 0 \Rightarrow \cos 0 = 1 \Rightarrow W > 0$

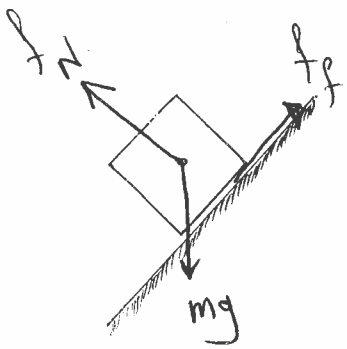


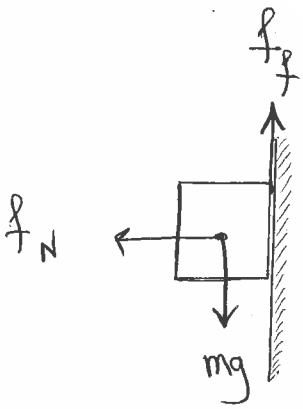
انواع نیروها: ① نیروی وزن ($W = mg$) ② نیروی عمودی سطح (N یا f_N) ③ نیروی اصطکاک

نیروی وزن: نیرویی است عمودی و همواره رو به پایین می‌باشد.

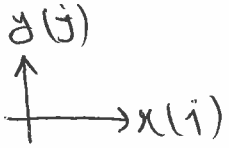
نیروی عمودی سطح: هرگاه ۲ جسم یا ۲ سطح به هم تکیه بدهند نیروی عمودی سطح ایجاد می‌شود و همواره به سطح تکیه داده شده عمود است.

نیروی اصطکاک: نیرویی است که همواره با عامل برجسته آورنده حرکت مخالفت می‌کند.





بردارهای یکه : برداری است به اندازه یک واحد که بصورت آوند نمایش می دهیم.

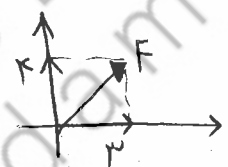


بردار $\vec{4i}$ ← به طول ۴ در جهت محور x

بردار $-3\vec{j}$ ← به طول ۳ واحد خلاف محور y

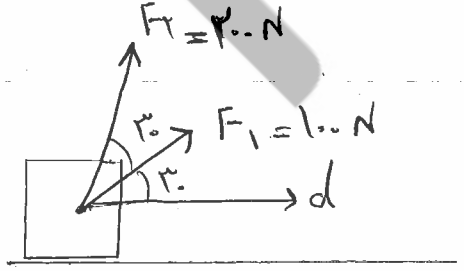
هرگاه برداری بصورت آوند باشد برای محاسبه اندازه آن کافی است از فیثاغورس استفاده کنیم.

$$\vec{F} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$$



$$|F| = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$$

در شکل مقابل کار نیروی F_1 و F_2 را محاسبه کنید. (جابجایی ۲m باشد)

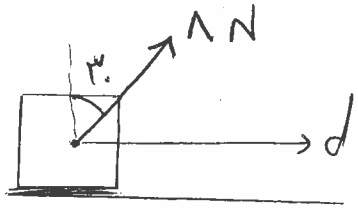


$$W_{F_1} = 100 \times 2 \times \cos 30 = 200 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 100\sqrt{3}\ N.m$$

$$W_{F_2} = 200 \times 2 \times \cos 60 = 400 \times \frac{1}{2} = 200\ N.m$$

مثال: در شکل مقابل کار نیروی ۸ N را محاسبه کنید.

(جابجایی 10m)

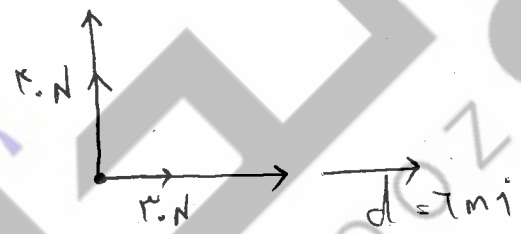


$$W_F = 8 \times 10 \times \cos 60^\circ = 80 \times \frac{1}{2} = 40\,J$$

یادآوری: θ: زاویه نیرو با جابجایی است لذا $\theta = 90 - 30 = 60^\circ$

ت ۹۸: نیروی $\vec{F} = 30\vec{i} + 40\vec{j}$ (N) بر جسمی به جرم 5 kg وارد می‌شود و آن را روی سطح افقی به اندازه $\vec{\Delta x} = 6m\vec{i}$ جابجا می‌کند. کار نیروی $\vec{F}$ در این جابجایی چند ژول است؟

۲۴۰	۱۸۰
۴۲۰	۳۰۰



نیروی ۴۰N بر جابجایی عمود است لذا کار آن نیرو صفر است: $W_{40N} = 0$

$$W_{30N} = 30 \times 6 \times \cos 0^\circ = 180\,J$$

نکته

اگر بردار نیرو بصورت $\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j}$ و

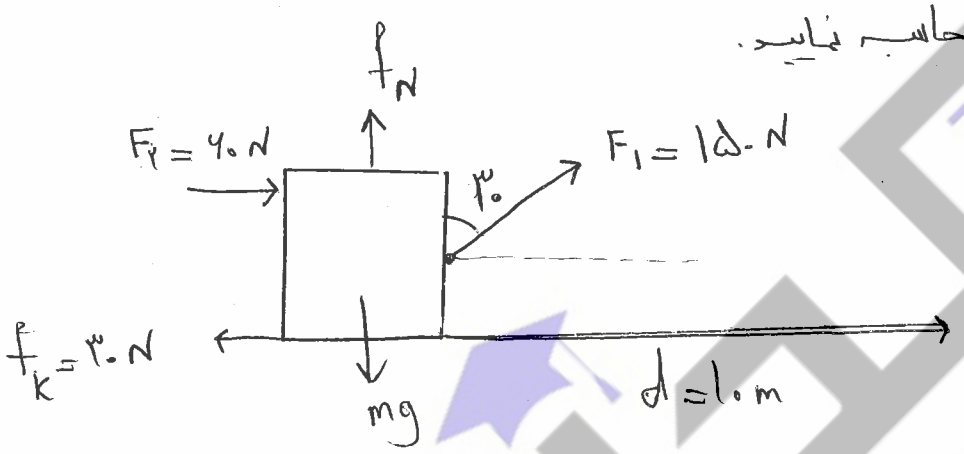
جابجایی بصورت $\vec{d} = d_x\vec{i} + d_y\vec{j}$ باشد کار نیروی F برابر است با:

$$W = \underbrace{F_x d_x}_{W_x} + \underbrace{F_y d_y}_{W_y}$$

کار کل (w_t): اگر کار تمام نیروهای وارد بر جسم را حساب کنیم و سپس همه را جمع کنیم کار کل محاسبه می‌شود. یا می‌توان برآیند همه نیروها را محاسبه کرد سپس در جابجایی ضرب کرد.

$$\begin{cases} w_t = w_1 + w_2 + \cdots \\ w_t = f_t \times d \end{cases}$$

مثال: در شکل زیر کار کل نیروها را حساب نمایید.



روش اول:

$$w_{f_N} = w_{mg} = 0 \quad \text{چون هر دو نیرو بر جابجایی عمودند}$$

$$w_{F_1} = F_1 \cos\theta \times d = 150 \times \cos 60 \times 10 = 750\ j$$

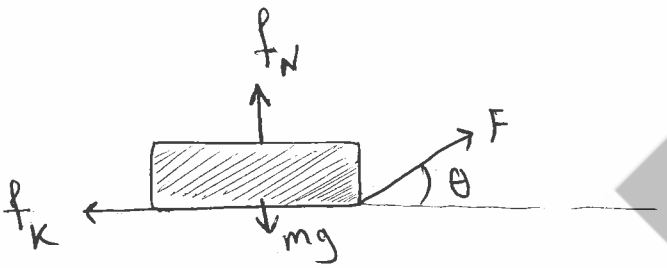
$$w_{F_2} = 40 \times \cos 0 \times 10 = 600\ j$$

$$w_{f_k} = 30 \times \cos 180 \times 10 = -300\ j$$

$$w_t = 750 + 600 - 300 = \boxed{1050\ j}$$

روش دوم $\quad w_t = (150\cos 60 + 60 - 30) \times 10 = \boxed{1050\ j}$

مثال: کشاورزی توسط تراکتور به جرم ۱۵۰۰kg در راستای یک زمین هموار به اندازه ۲۰۰m جابجا می‌کند. وزن کل سورتمه و بارآن $mg = 15000N$ است. تراکتور نیروی ثابت $F_1 = 5500N$ را در زاویه $\theta = 45°$ بالای افق به سورتمه وارد می‌کند. نیروی اصطکاک جنبشی $f_k = 3500N$ است که برخلاف جهت حرکت به سورتمه وارد می‌شود. کار کل انجام شده روی سورتمه را حساب کنید.



$$W_t = (5500\cos 45 - 3500) \times 200 = 77817\,J$$

قضیه کار و انرژی جنبشی:

$$W_t = \Delta K$$

کار کل انجام شده روی یک جسم با تغییر انرژی جنبشی آن برابر است.

① اگر سرعت ثابت باشد $\Rightarrow K_2 = K_1 \Rightarrow \Delta K = 0 \Rightarrow W_t = 0$

② اگر سرعت افزایش یابد $\Delta K > 0 \Rightarrow W_t > 0$

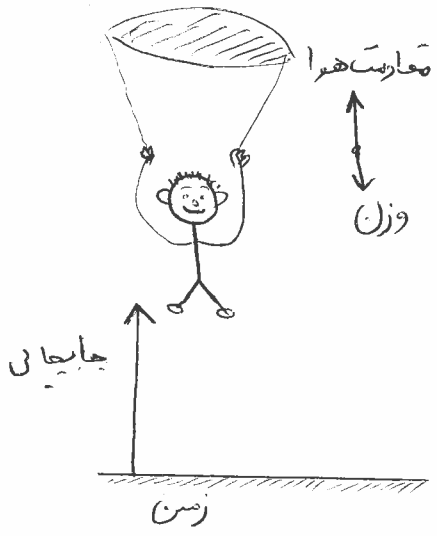
③ اگر سرعت کاهش یابد $\Delta K < 0 \Rightarrow W_t < 0$

مثال: توپ فوتبالی به جرم ۴۵۰g از نقطه‌ٔ پنالتی با تندی $20\frac{m}{s}$ به طرف دروازه شوت می‌شود. توپ با تندی $18\frac{m}{s}$ به دستان دروازه‌بان برخورد می‌کند. کار کل انجام شده روی توپ را که سبب کاهش تندی آن شده است حساب کنید.

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$W_t = \frac{1}{2} \times 0.45 \times (18^2 - 20^2) = -17.1\,J$$

مثال ۴: چتربازی به جرم کل ۷۵kg از بالونی که در ارتفاع ۸۰۰m از سطح زمین است، با تندی $1,2\frac{m}{s}$ به بیرون بالون می‌پرد. اگر او با تندی $4,8\frac{m}{s}$ به زمین برسد کار نیروی مقاومت هوا روی چترباز را در طول مسیر سقوط محاسبه کنید. $(g=10m/s^2)$



$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{\text{هوا}\cdot 2} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$(75\times10\times800) + W_{\text{هوا}\cdot 2} = \frac{1}{2}\times75(4,8^2 - 1,2^2)$$

$$6\times10^5 + W_{\text{هوا}\cdot 2} = \frac{1}{2}\times75\times(4,8-1,2)(4,8+1,2)$$

$$600000 + W_{\text{هوا}\cdot 2} = 810$$

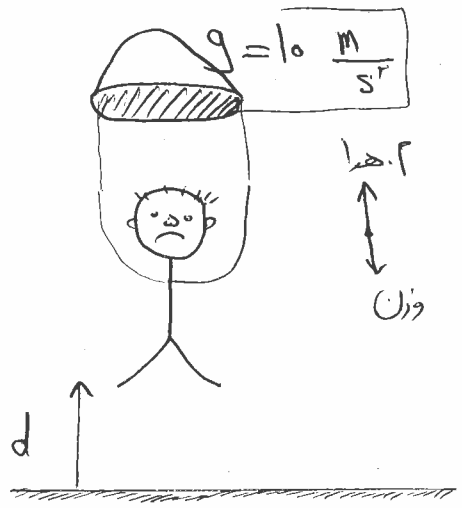
$$W_{\text{هوا}\cdot 2} = -599190\,J$$

بین ۲ نیروی مقاومت هوا و وزن طبیعتاً نیروی وزن برآیندتر است در نتیجه کار نیروی وزن از کار نیروی مقاومت هوا برآیندتر است. اما اختلاف چندانی ندارند چون گرچه اختلاف زیاد بود چترباز سرعت با زمین برخورد می‌کرد

$$W_{\text{وزن}} = 600000\,J$$

$$W_{\text{هوا}\cdot 2} = -599190\,J$$

تجربی ۹۹ خ : چتربازی به جرم کل $100\,kg$ از بالونی در ارتفاع $500\,m$ از سطح زمین با سرعتی به بزرگی $1/5\,\frac{m}{s}$ به بیرون بالون می‌پرد. اگر او با سرعتی به بزرگی $4/5\,m/s$ به زمین برسد کار نیروی مقاومت هوا روی چترباز در طول مسیر سقوط چند کیلوژول است؟



$$-5000,9 \mid -900$$
$$-499,1 \mid -500$$

روش اول

$$w_{mg} + w_{هوا} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$100 \times 10 \times 500 + w_{هوا} = \frac{1}{2} \times 100 \times \underbrace{(4,5^2 - 1,5^2)}_{(4,5-1,5)(4,5+1,5)}$$

$$5000000 + w_{هوا} = 50 \times 9 \times 4$$

$$w_{هوا} = -499100\,j \xrightarrow{\div 1000} -499,1\,kj$$

روش دوم

چون چترباز به سمت پایین می‌آید لذا

$$w_{هوا} < w_{mg}$$

$$w_{mg} = 500 \times 10 \times 100 = 500000\,j = 500\,kj$$

$$w_{هوا} < 500\,kj$$

- تنها گزینه‌ای که از ۵۰۰ کمتر است $-499,1$ ✓

مثال: جرم یک خودرو به همراه راننده ۸۴۰ kg است وقتی این خودرو از موقعیت A به موقعیت B می رود کار کل انجام شده روی خودرو ۷۳۵۰۰ J است. اگر تندی خودرو در موقعیت A ۵۴ $\frac{km}{h}$ باشد تندی آن در موقعیت B چند متر بر ثانیه است؟

$$W_t = \Delta K$$

$$W_t = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2)$$

$$۷۳۵۰۰ = \frac{1}{2} \times ۸۴۰ \times (v_B^2 - ۱۵^2)$$

$$۷۳۵۰۰ = ۴۲۰ (v_B^2 - ۲۲۵)$$

$$\frac{۷۳۵۰۰}{۴۲۰} = v_B^2 - ۲۲۵ \Longrightarrow ۱۷۵ = v_B^2 - ۲۲۵$$

$$\Rightarrow v_B^2 = ۴۰۰ \xrightarrow{\sqrt{\ }} v_B = \boxed{۲۰ m/s}$$

مثال: برای آن که تندی خودرویی از حال سکون به v برسد باید کار کل W_{1t} روی آن انجام شود همچنین برای آن که تندی خودرو از v به $۲v$ برسد باید کار کل W_{2t} روی آن انجام شود نسبت $\frac{W_{1t}}{W_{2t}}$ چیست؟

سکون
$v = ۰ \longrightarrow v \longrightarrow W_{1t}$

$v \longrightarrow ۲v \longrightarrow W_{2t}$

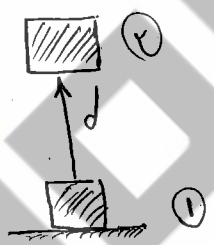
$$\frac{W_{1t}}{W_{2t}} = \frac{\frac{1}{2}m(v^2 - ۰^2)}{\frac{1}{2}m((۲v)^2 - v^2)} = \frac{v^2}{۴v^2 - v^2} = \frac{v^2}{۳v^2} = \boxed{\frac{1}{۳}}$$

۹۸ تجربی خ : برای این که سرعت وزنه‌ای با جرم ثابت از صفر به v برسد باید کار W_1 روی آن انجام شود و برای آن که سرعت این وزنه از v به $2v$ برسد باید کار W_2 روی آن انجام شود نسبت $\frac{W_2}{W_1}$ چقدر است؟

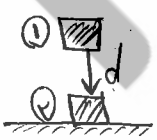
۲	۳
۸	۹

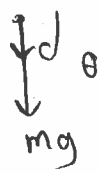
$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{\frac{1}{2}m\left((3v)^2 - v^2\right)}{\frac{1}{2}m\left(v^2 - 0^2\right)} = \frac{9v^2 - v^2}{v^2} = \frac{8v^2}{v^2} = 8$$

کار نیروی وزن : هر جا جسمی را رو به بالا جابجا نمایم کار نیروی وزن منفی می‌باشد به همین دلیل است که بلند کردن یک جسم سنگین مستلزم نیروی زیادی می‌باشد چون وزن در حال مخالفت کردن است. و هر جا جسمی را رو به پایین جابجا نمایم کار نیروی وزن مثبت است و به همین دلیل یک جسم سنگین را با نیروی کم می‌توان به دست پایین انتقال داد چون نیروی وزن در حال کمک کردن است.



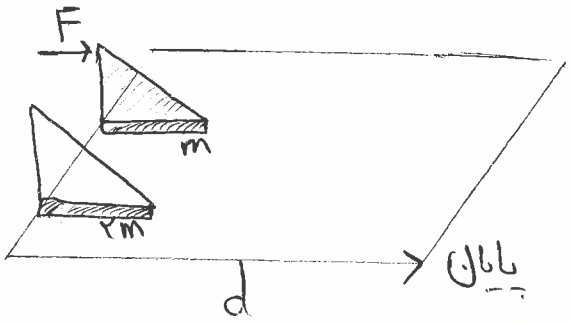
$W_{mg} < 0$





$W_{mg} > 0$

مثال: دو قایق بادبانی مخصوص حرکت روی سطوح یخ زده، دارای جرم‌های m و $2m$، روی دریاچه‌ی افقی و بدون اصطکاکی قرار دارند و نیروی ثابت و یکسان $\vec{F}$ پاروزدن یاد بهره‌ور وارد می‌شود (شکل زیر). هر دو قایق از حال سکون شروع به حرکت می‌کنند و از خط پایان به فاصله‌ی d می‌گذرند. انرژی جنبشی و تندی قایق‌ها را درست پس از عبور از خط پایان با هم مقایسه کنید.



$$\Delta K = K_2 - K_1 \xrightarrow{K_1 = 0} W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = K_2$$

$$\Rightarrow F \times d = K_2$$

F ثابت، d ثابت $\Rightarrow$ انرژی جنبشی‌ها برابر

$$K_{\text{قایق اول}} = K_{\text{قایق دوم}}$$

$$\frac{1}{2} \times m \times v_2'^2 = \frac{1}{2} \times 2m \times v_2'^2 \Rightarrow v_2^2 = 2v_2'^2 \xrightarrow{\sqrt{\ }}$$

$$v_2 = \sqrt{2}\, v_2'$$

انرژی پتانسیل گرانشی:

انرژی پتانسیل گرانشی سامانه‌ی متشکل از زمین و جسمی به جرم m که در ارتفاع h از سطح زمین است به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$U = mgh$$

$$\Delta U = U_2 - U_1 = mgh_2 - mgh_1 = mg(h_2 - h_1) = mg\Delta h$$

$$\begin{cases} \Delta U = 0 \Rightarrow h_2 = h_1 & \text{ارتفاع ثابت} \Rightarrow W_{mg} = 0 \\ \Delta U > 0 \Rightarrow h_2 > h_1 & \text{افزایش ارتفاع} \Rightarrow W_{mg} < 0 \\ \Delta U < 0 \Rightarrow h_2 < h_1 & \text{کاهش ارتفاع} \Rightarrow W_{mg} > 0 \end{cases}$$

نکته مهم: کار نیروی وزن برابر است با منفی تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی

$$W_{mg} = -\Delta U \quad \text{یا} \quad W_{mg} = -mg(h_2 - h_1)$$

اگر کار وزن برابر $100J$ باشد تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی برابر $-100J$ است.

۹۹ ریاضی خ) گلوله‌ای به جرم ۴۰ گرم با سرعت افقی که بزرگی آن $300 \frac{m}{s}$ است به دیواری برخورد می‌کند و پس از طی مسافت $20cm$ داخل دیوار متوقف می‌شود کار نیروی که دیوار به گلوله وارد می‌کند چند ژول است؟

-1800	-18
-600	-6

$$W_t = \Delta K$$

$$W_t = \frac{1}{2} \times \frac{40}{1000} \times (0^2 - 300^2)$$

$$W_t = \frac{1}{2} \times \frac{1}{25} \times (-90000) = -1800J$$

کار نیروی گلوله برابر تغییرات انرژی جنبشی است.

پایستگی انرژی مکانیکی:

$E = K + U$ ← انرژی پتانسیل

↓ انرژی مکانیکی

↓ انرژی جنبشی

در غیاب مقاومت‌ها و اصطکاک می‌توان نوشت:

$$E_1 = E_2$$

$$\Downarrow$$

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 \xrightarrow[\times 2]{\div m}$$

$$v_1^2 + 2gh_1 = v_2^2 + 2gh_2$$

نکته: اگر مقاومت‌ها وجود داشته باشد:

$E_1 \neq E_2$

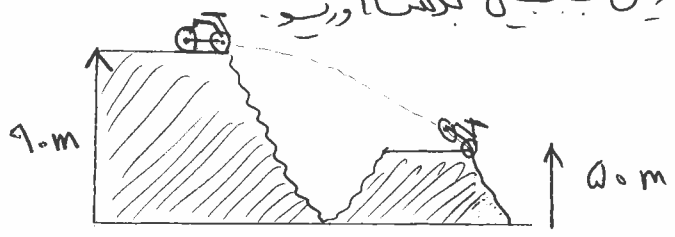
$E_2 - E_1 = W_f$ ← کار نیروهای اتلافی (مقاومت‌ها - اصطکاک)

$E = K + U \Rightarrow \Delta E = \Delta K + \Delta U$

مثال: جرم موتورسواری با موتورش ۱۵۰kg است. این موتورسوار پرشی مطابق شکل زیر انجام می‌دهد.

الف: انرژی پتانسیل گرانشی موتورسوار را در هریک از نقطه‌ها حساب کنید.

ب: کار نیروی وزن موتورسوار به همراه موتورش را در این جابجایی بدست آورید.



$$U_1 = mgh_1 = 150 \times 10 \times 90 = 135000\,J$$

$$U_2 = mgh_2 = 150 \times 10 \times 50 = 75000\,J$$

ب) $W_{mg} = -\Delta U = -(U_2 - U_1) = -(75000 - 135000)$

$$= -(-60000)$$

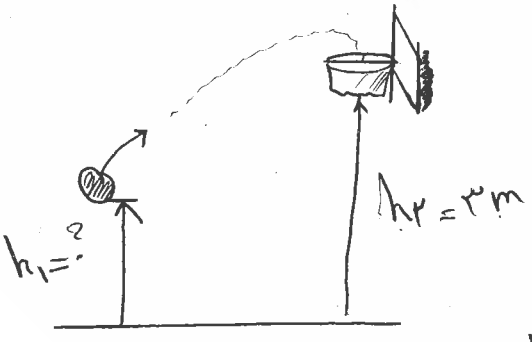
$$= 60000\,J$$

مشابه ترین حل شده داخل کتاب

ریاضی ۹۹: در شکل زیر ورزشکار توپ را با تندی (سرعت) اولیه $6\frac{m}{s}$ پرتاب می‌کند و اندازه سرعت توپ در لحظه ورود به سبد $5\frac{m}{s}$ است. فاصله نقطه پرتاب توپ تا سطح زمین h_1 چند متر است؟

(مقاومت هوا ناچیز و $g = 10\frac{m}{s^2}$)

۲,۴۶	۲,۴۵
۲,۴۴	۲,۵۵



$$E_1 = E_2 \Rightarrow$$

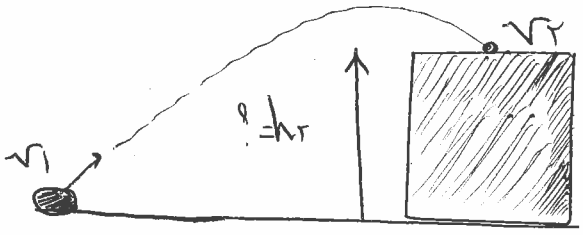
$$v_1^2 + 2gh_1 = v_2^2 + 2gh_2$$

$$6^2 + 2 \times 10 \times h_1 = 5^2 + 2 \times 10 \times 3$$

$$36 + 20h_1 = 25 + 60 \Rightarrow 20h_1 = 85 - 36$$

$$20h_1 = 49 \Rightarrow h_1 = \frac{49}{20} = 2{,}45\,m$$

مثال توپی مطابق شکل از سطح زمین با تندی $v_1 = 40\frac{m}{s}$ به طرف صخره‌ای پرتاب می‌شود. توپ با تندی $v_2 = 25 m/s$ به بالای صخره برخورد می‌کند. ارتفاع h_2 را بدست آورید. مقاومت هوا را ناچیز بگیرید.



$$E_1 = E_2 \Longrightarrow$$

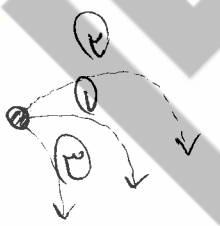
$$v_1^2 + 2gh_1 = v_2^2 + 2gh_2 \xrightarrow{h_1 = 0}$$

$$40^2 = 25^2 + 2 \times 10 \times h_2 \Longrightarrow 1600 - 625 = 20 h_2$$

$$975 = 20 h_2 \Longrightarrow h_2 = \frac{975}{20} = 48{,}75 m$$

---

۹۸ ریاضی: مطابق شکل ۳ توپ مشابه از بالای ساختمانی، از یک نقطه با سرعت یکسان پرتاب می‌شوند. آرکا نیروی وزن روی هر توپ از لحظه پرتاب تا رسیدن به زمین W_3, W_2, W_1 باشد. کدام رابطه درست است؟



① ✓ $W_1 = W_2 = W_3$

② $W_2 > W_1 > W_3$

③ $W_3 < W_2 < W_1$

④ $W_2 = W_3 > W_1$

$$W_{mg} = \pm mg\Delta h$$

h: فاصله جسمی از پرتاب تا سطح زمین است که برای هر ۳ گلوله یکسان است.

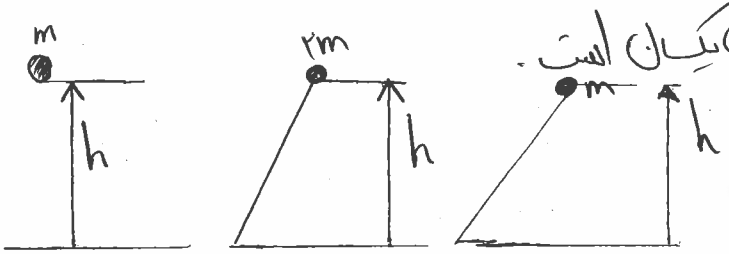
۹۸ ریاضی خارج: سه گلوله مطابق شکل زیر از حال سکون و از ارتفاع h نسبت به سطح افق رها می‌شوند و نیروی اصطکاک و مقاومت هوا بر آن‌ها وارد نمی‌شود. کدام مورد درست است؟

۱) انرژی جنبشی هر سه گلوله در لحظه رسیدن به زمین یکسان است.

۲) بزرگی سرعت هر سه گلوله در لحظه رسیدن به زمین یکسان است. ✓

۳) تکانه هر سه گلوله در لحظه رسیدن به زمین یکسان است.

۴) هر سه مورد درست است.

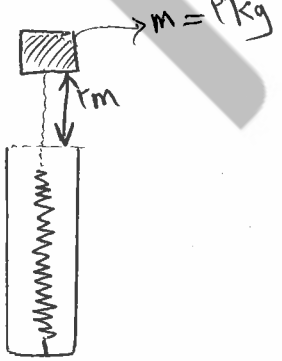


چون مقاومت هوا وجود ندارد ⟵ $E_1 = E_2 \Rightarrow \cancel{v_1^2} + 2gh_1 = v_2^2 + 2gh_2$

$$v_2^2 = 2gh_2 - 2gh_1 = 2g(\Delta h)$$

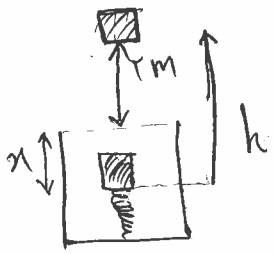
سرعت رسیدن به زمین تابع ارتفاع است نه جرم (البته در غیاب مقاومت هوا)

تجربی ۹۹: مطابق شکل زیر وزنه‌ای به جرم ۲ کیلوگرم را با سرعت اولیه $2\frac{m}{s}$ از ۲ متری بالای یک فنر رها می‌کنیم به سمت فنر پرتاب می‌کنیم. اگر از جرم فنر و مقاومت هوا صرف نظر کنیم و بیشینه انرژی ذخیره شده در فنر ۴۶ ژول باشد بیشینه تراکم طول فنر چند سانتی‌متر است؟ $g = 10\frac{m}{s^2}$



۵	۱,۳
۱۰	۸

$E_1 = E_2$



$h = 2 + x$

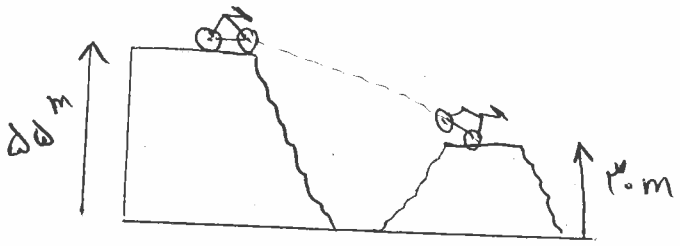
$$\frac{1}{2}mv^2 + mgh = U_e \Rightarrow \frac{1}{2}\times 2\times 2^2 + 2\times 10\times h = 46$$

$$\Rightarrow 4 + 20h = 46 \rightarrow 20h = 42 \Rightarrow h = 2.1\,m \Rightarrow x = 0.1\,m = \boxed{10\,cm}$$

۹۹ خارج ریاضی : در شکل زیر موتورسوار با سرعتی به بزرگی $20\frac{m}{s}$ از نقطه اول جدا می‌شود آیا تنها نیروی موتور، نیروی وزن باشد بزرگی سرعت آن در لحظه رسیدن به نقطه دوم چند متر برثانیه است؟

$g = 10 m/s^2$

۲۸	۲۵
۴۰	۳۰



$E_1 = E_2 \Rightarrow$

$v_1^2 + 2gh_1 = v_2^2 + 2gh_2$

$20^2 + 2\times10\times55 = v_2^2 + 2\times10\times30$

$400 + 1100 = v_2^2 + 600 \Rightarrow v_2^2 = 900$

$\Rightarrow v_2 = 30 m/s$

ریاضی ۱۴۰۰ : هواپیمایی به جرم 60 ton با تندی $80\frac{m}{s}$ از باند فرودگاه بلندی می‌شود و در مدت یک دقیقه تندی آن ۲ برابر می‌شود و به ارتفاع 600m از سطح زمین می‌رسد. در این یک دقیقه، کار نیروی وزن روی هواپیما چند ژول است؟ و انرژی مکانیکی هواپیما چند ژول افزایش می‌یابد؟ $g = 10\frac{N}{kg}$

$2,16\times10^8$ و $-3,6\times10^8$	$9,36\times10^8$ و $3,6\times10^8$
$9,36\times10^8$ و $-3,6\times10^8$	$2,16\times10^8$ و $3,6\times10^8$

$\Delta E = \Delta K + \Delta U = (576 - 360)\times10^6 = 216\times10^6$

$\Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2}\times60\times10^3(160^2 - 80^2)$

$= 30\times10^3 \times (160-80)(160+80) = 576\times10^6$

$\Delta U = -Wmg = -60\times10^3\times10\times600 = -360\times10^6$

روش دوم: با توجه به گزینه‌ها واضح است که

$|W_{mg}| = 3{,}6\times10^{8}$

چون همراهیما از زمین بلند شده لذا کار وزن منفی است ⟸

$W_{mg} = -3{,}6\times10^{8}$

↳ $\Delta U = 3{,}6\times10^{8}$

از طرفی $\Delta E = \Delta K + \Delta U$

ΔK: عددی است ⊕ چون سرعت زیاد شده

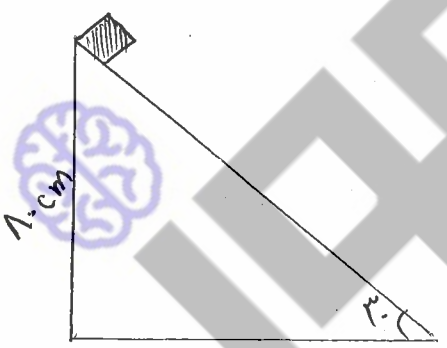
ΔU: $3{,}6\times10^{8}$

لذا جواب ΔE عددی است از $3{,}6\times10^{8}$ بیشتر ⟸ گزینه ۴

این سوال نیاز به محاسبه نداشت فقط تشخیص علامت مهم بود.

۱۴.۱ تجربی: در شکل زیر جسمی به جرم ۵۰۰ گرم را از نقطه A رها می‌کنیم. جسم می‌لغزد و با تندی $3\frac{m}{s}$ به سطح افقی می‌رسد. کار نیروی وزن و کار نیروی اصطکاک در این جابجایی چند ژول است؟ $g = 10\frac{m}{s^2}$

۱,۷۵- ,۴	۲,۲۵- ,۴
۵,۷۵- ,۸	۶,۲۵- ,۸



$W_{mg} = +mg\Delta h = \frac{500}{1000}\times10\times\frac{80}{100} = 4$

$W_{mg} + W_{f_k} = \Delta K \rightarrow \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$

$4 + W_{f_k} = \frac{1}{2}\times\frac{500}{1000}\times(3^2 - 0)$

$4 + W_{f_k} = \frac{9}{4} \Rightarrow W_{f_k} = \frac{9}{4} - 4$

$= -2{,}25$

روش دوم محاسبه W_{mg} از فرمول کار،

$W_{mg} = mg\times d\times\cos\theta$

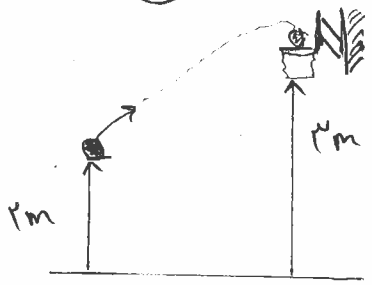
$= \frac{500}{1000}\times10\times\frac{160}{100}\times\cos60$

$= \frac{1}{2}\times\frac{1600}{100}\times\frac{1}{2} = 4$

تجربی ۱۴۰۱: در شکل زیر توپی با جرم $\frac{۸m}{s^۲}$ پرتاب می‌شود. اگر کار نیروی مقاومت هوا تا رسیدن توپ به سبد، $-\frac{۱}{۸}K_۰$ باشد، تندی توپ در لحظه ورود به سبد چند برابر انرژی جنبشی اولیه است؟

$g = ۱۰ \frac{m}{s^۲}$

$K_۰$ انرژی جنبشی اولیه



$۴\sqrt{۲}$	$۲\sqrt{۲}$
۶	۵

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{f_{هوا}} = \Delta K$$

$$W_{mg} + W_{f_{هوا}} = K_۲ - K_۱ \xrightarrow{W_{f_{هوا}} = -\frac{۱}{۸}K_۱} W_{mg} - \frac{۱}{۸}K_۱ = K_۲ - K_۱ \Rightarrow W_{mg} = K_۲ - \frac{۷}{۸}K_۱$$

$$-mgh = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ - \frac{۷}{۸} \times \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ \xrightarrow[\times ۲]{\div m} -۲gh = v_۲^۲ - \frac{۷}{۸}v_۱^۲$$

$$-۲ \times ۱۰ \times ۱ = v_۲^۲ - \frac{۷}{۸} \times ۸^۲$$

$$-۲۰ = v_۲^۲ - ۵۶ \longrightarrow v_۲^۲ = ۳۶ \Rightarrow v_۲ = ۶$$

$v_۲ = ۶$

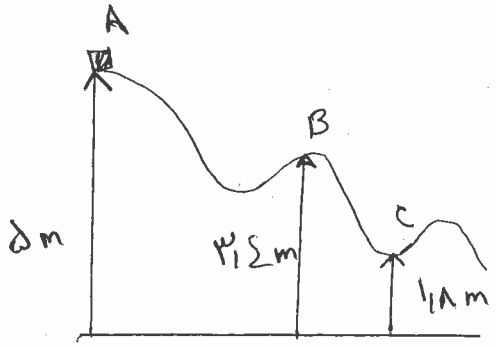
روش دوم $\Rightarrow$ $E_۲ - E_۱ = W_{f_{هوا}}$

$$(K_۲ + U_۲) - (K_۱ + U_۱) = -\frac{۱}{۸}K_۱$$

$$\frac{۱}{۲}mv_۲^۲ + mgh_۲ = \frac{۷}{۸}K_۱ \Rightarrow v_۲^۲ + ۲ \times ۱۰ \times ۱ = \frac{۷}{۸}$$

$$\Rightarrow v_۲^۲ = ۳۶ \longrightarrow v_۲ = ۶ m/s$$

تجربی ۱۴۰۱ خ: جسمی به جرم m روی سطح جدول اصطکاکی مطابق شکل زیر از نقطه A رها می‌شود. تندی جسم در نقطه C چند برابر تندی آن در نقطه B است؟



$\frac{\sqrt{17}}{3}$	۲
$\frac{17}{9}$	$\sqrt{2}$

روش اول:

$$E_A = E_B$$

رها شده: $K_A^{\nearrow 0} + U_A = K_B + U_B$

$$mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B \xrightarrow{\div m,\ \times 2} 2gh_A = v_B^2 + 2gh_B$$

$$2\times 10\times 5 = v_B^2 + 2\times 10\times 3{,}6 \Rightarrow v_B^2 = 32$$

$$v_B = 4\sqrt{2}$$

$$E_A = E_C \Rightarrow K_A^{\nearrow 0} + U_A = K_C + U_C$$

$$mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C$$

$$\Rightarrow 2gh_A = v_C^2 + 2gh_C$$

$$2\times 10\times 5 = v_C^2 + 2\times 10\times 1{,}8 \rightarrow v_C^2 = 64$$

$$\Rightarrow v_C = 8$$

$$\frac{v_C}{v_B} = \frac{8}{4\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

روش دوم: دریاچه تعاریف ها (اصطکاک) سرعت رسیدن به زمین $v = \sqrt{2gh}$

لذا

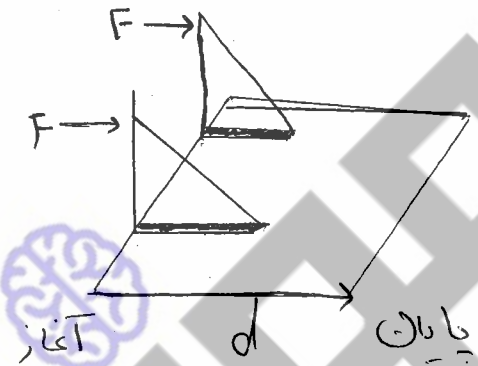
$$\frac{v_C}{v_B} = \sqrt{\frac{h_C}{h_B}}$$

$h_{AB} = 5 - 3.4$
$= 1.6\,m$

$$\frac{v_C}{v_B} = \sqrt{\frac{3.2}{1.6}} = \sqrt{2}$$

$h_{BC} = 5 - 1.8 = 3.2$

ریاضی ۱۴۰۱ خ: دو قایق مخصوص روی سطح افقی یخ زده و بدون اصطکاک دریاچه‌ای مطابق شکل زیر قرار دارند. جرم یکی از قایق‌ها، ۴ برابر دیگری است. قایق‌ها تحت اثر نیروی ثابت و هم‌راستای F شروع به حرکت می‌کنند و از خط پایان به فاصله d می‌گذرند. درست پس از عبور آن‌ها از خط پایان، تندی قایق سبک‌تر چند برابر تندی قایق دیگر است؟



۲	۲√۲
۴	۸

$W_t = \Delta K$

$F \times d = K_2 - K_1$

(ثابت) (ثابت)

قایق دوم $K_2 = K_2$ قایق اول

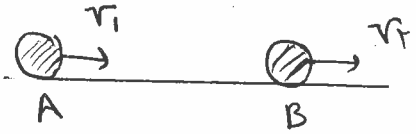
$$\frac{1}{2} \times m \times v_2^2 = \frac{1}{2} \times m \times v_2'^2$$

$$\frac{1}{4} \times 4m \times v_2^2 = \frac{1}{2} \times m \times v_2'^2$$

$$v_2^2 = 4v_2'^2 \rightarrow \boxed{v_2 = 2v_2'}$$

مهم ۳ گلدوری

مثال: توپی به جرم $0.45kg$ با تندی $v_1 = 8\frac{m}{s}$ از نقطه A می‌گذرد (شکل روبرو) نیروی مقاومت هوا و نیروی اصطکاک در سطح تماس توپ با زمین، ۲۰ درصد انرژی جنبشی اولیه توپ را تا رسیدن به نقطه B تلف می‌کنند. تندی توپ را در این نقطه بدست آورید.



$$E_2 - E_1 = W_{f,هوا}$$

$$(K_B + U_B) - (K_A + U_A) = -\frac{20}{100} K_A$$

$$K_B = -\frac{20}{100} K_A + K_A$$

$$K_B = 0.8\, K_A \Longrightarrow \frac{1}{2} \times m_B \times v_B^2 = 0.8 \times \frac{1}{2} \times m \times v_A^2$$

$$v_B^2 = 0.8 \cdot v_A^2 \Longrightarrow v_B^2 = 0.8 \times 8^2 = 51.2 \xrightarrow{\sqrt{\ }} v_B = 7.15\, m/s$$

مثال: از بالونی که در ارتفاع ۵۰ متری سطح زمین و با تندی $4\,m/s$ در پرواز است، بسته‌ای به جرم $3.0\,kg$ رهایی شود و با تندی $25\,m/s$ به زمین برخورد می‌کند. کار انجام شده توسط نیروی مقاومت هوا بر روی بسته را از لحظه رها شدن تا هنگام رسیدن به زمین حساب کنید.

$$W_t = \Delta K \Longrightarrow W_{mg} + W_{هوا} = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

$$+30 \times 10 \times 50 + W_{هوا} = \frac{1}{2} \times 30 \left(25^2 - 4^2\right)$$

$$15000 + W_{هوا} = 9135 \Longrightarrow W_{هوا} = -5865\,J$$

روش دوم

$$E_2 - E_1 = W_{f_{\text{هوا}}}$$

$$(K_2 + U_2) - (K_1 + U_1) = W_{f_{\text{هوا}}}$$

$$\frac{1}{2} \times 30 \times 25^2 + \cdots - \frac{1}{2} \times 30 \times 4^2 - 30 \times 10 \times 50 = W_{f_{\text{هوا}}}$$

$$\Rightarrow W_{f_{\text{هوا}}} = -5865\,J$$

توان: آهنگ انجام کار را توان می‌نامیم که کمیتی نرده‌ای است.

توان متوسط:

$$\bar{P} = \frac{W}{\Delta t} \rightsquigarrow \frac{J}{s} = \text{وات}$$

$$1hp = 746\,w$$

↓ اسب بخار

طبق تعریف توان هراندازه کار معینی در زمان کم‌تری انجام شود و یا در زمان معینی کار بیش‌تری انجام گیرد توان دارای مقدار بیش‌تری است.

محاسبهٔ توان در حالت‌های مختلف:

(۱) تندی و نیروی وارد بر جسم ثابت باشد.

$$P = \frac{W}{t} = \frac{Fd}{t} = F \cdot v \Rightarrow P = F \cdot v$$

(۲) کار کل یا تغییر انرژی جنبشی ثابت باشد:

$$P = \frac{W_t}{t} = \frac{\frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2)}{t}$$

③ محاسبه توان دستگاه‌ها با ثابت ارتفاع مطرح باشد:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t}$$

بازده یا راندمان:

کار غیرمفید + کار مفید = کار کل

انرژی تلف شده + انرژی خروجی = انرژی ورودی

نسبت انرژی خروجی یا انرژی ورودی در یک سامانه بازده ⟵ بازده آن سامانه نام دارد.

$$\text{بازده} = \frac{W_{\text{مفید}}}{W_{\text{تولیدی}}} \times 100 = \frac{E_{\text{مفید}}}{E_{\text{تولیدی}}} \times 100 = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{تولیدی}}} \times 100$$

یا ⟵ $R_a = \frac{\text{انرژی خروجی}}{\text{انرژی ورودی}} \times 100 = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100$

مثال: خودرویی به جرم 1200kg برای سبقت گرفتن از کامیونی در مسیری افقی در مدت ۳ ثانیه تندی خود را از $v_1 = 12\ m/s$ به $v_2 = 15\ m/s$ تغییر داده است. توان متوسط موتور خودرو برای انجام این کار حداقل چند کیلووات می‌باشد؟ (از اصطکاک صرف نظر شود)

$$P = \frac{W_t}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2} \times 1200 \times (15^2 - 12^2)}{3}$$

$$P = \frac{600 \times (15-12) \times (15+12)}{3} = 600 \times 27 = 16200\ W = 16.2\ kW$$

مثال: هریک از دو موتور جت یک هواپیما پیشرانه‌ای برابر $2\times10^5\ N$ ایجاد می‌کند. اگر هواپیما در هر دقیقه $15\ km$ در استاد این نیرو حرکت کند توان متوسط هریک از موتورهای هواپیما چند مگاوات است؟

۲۵	۵۰
۱۰۰	۲۰۰

$$P=\frac{F\cdot d}{\Delta t}=F\cdot v=2\times10^5\times\frac{15000}{60}=5\times10^6$$
$$=50\ MW$$

۹۸ت: یک پمپ آب در هر ساعت 252 تن آب را تا ارتفاع 12 متر بالا می‌کشد. اگر بازده پمپ 80 درصد باشد توان پمپ چند کیلووات است؟

۸	۷٫۵
۱۰٫۵	۸٫۴

$$R_9=\frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{ورودی}}}\quad\leftarrow\text{کاری که پمپ انجام می‌دهد}$$

$$P_{\text{مفید}}=\frac{mgh}{t}=\frac{252\times10^3\times10\times12}{3600}=\frac{252\times12\times10^4}{36\times10^2}$$

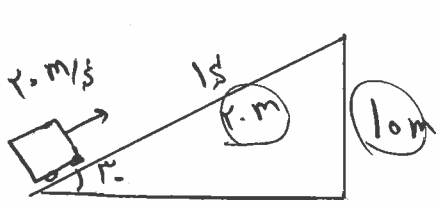
$$0.8=\frac{\frac{252000}{3}}{P_{\text{ورودی}}}\Rightarrow$$

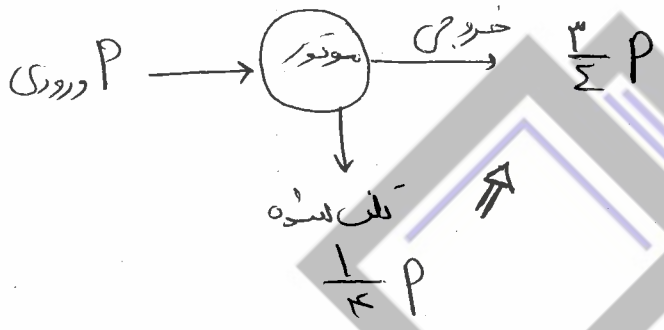
$$0.8=\frac{8400}{P}\Rightarrow P=\frac{8400}{\frac{8}{10}}=\frac{84000}{8}=\frac{84}{8}\ kW$$

$$\frac{80+4}{8}=10+0.5=10.5\ kW$$

مثال: یک اتومبیل به جرم ۱۲۰۰kg روی سطح شیب‌دار ۳۰ درجه با تندی ثابت $۲۰\frac{m}{s}$ بالا می‌رود. اگر $\frac{۱}{۴}$ نیروی موتور صرف غلبه بر اصطکاک شود توان موتور چند کیلووات است؟ $g=۱۰\frac{m}{s^۲}$

۱۶۰	۱۲۰
۲۴۰	۲۰۰





- موتور با توان خروجی بالا می‌رود.

$$\frac{۳}{۴}P=\frac{mgh}{t}$$

$۲۰\frac{m}{s}$ ← هر یک ثانیه ۲۰ متر بالا می‌رود

$$\frac{۳}{۴}P=\frac{۱۲۰۰\times۱۰\times۱۰}{۱}\Rightarrow P=\frac{۴\times۱۲\times۱۰^۴}{۳}=۱۶\times۱۰^۴W$$
$$=۱۶۰kW$$

$\frac{۱}{۴}P=۴۰kW$ تلف شده

۱۶۰kW توان ورودی ←
۱۲۰kW خروجی

مثال: تلمبه‌ای با توان ورودی ۲۰kW در هر ثانیه ۵۰ لیتر آب دریاچه‌ای به چگالی $۱۰۰۰\frac{kg}{m^۳}$ را مطابق شکل روبرو تا ارتفاع ۲۰ متری مخزنی می‌فرستد. بازده تلمبه چند درصد است؟

$$P_{\text{مفید (خروجی)}}=\frac{mgh}{t}=\frac{\rho vgh}{t}=\frac{۱۰^۳\times۱۰\times۵۰\times۱۰^{-۳}\times۲۰}{۱}$$

$P_{\text{مفید}}=۱۰۰۰۰W=\boxed{۱۰kW}$ $\quad Ra=\frac{۱۰}{۲۰}\times۱۰۰=۵۰٪$

مثال: اگر ۵۰ درصد کار نیروی کرانش در سولد رودرو به انرژی الکتریکی تبدیل شود در هر ثانیه چند متر مکعب آب از ارتفاع ۱۰۰ متری پایه روی آبشار بریزد تا توان الکتریکی خروجی سولد نیروگاه به ۲۰۰MW برسد؟ جرم هر متر مکعب آب را ۱۰۰۰kg در نظر بگیرید.

$$R_{\eta} = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} = \frac{E_{\text{خروجی}}}{E_{\text{ورودی}}}$$

$$\frac{50}{100} = \frac{200\times10^{6}}{mgh} \Rightarrow 0.5mgh = 200\times10^{6}$$

ρV

$$0.5\times1000\times V\times10\times100 = 200\times10^{6}$$

$$V\times10^{3}\times0.5 = 200\times10^{6}$$

$$\Rightarrow V = 400m^{3}$$

نکته: در هر یک ثانیه توان = انرژی

مثال: در یک نیروگاه با بازده ۴۰ درصد از سوختن هر لیتر گازوئیل ۲۰ مگاژول انرژی گرمایی تولید می‌شود برای تأمین توان ۶۴ کیلووات به مدت ۱۰۰۰ ثانیه چند لیتر سوخت باید مصرف شود؟

$$\frac{40}{100} = \frac{64\times10^{3}}{P_1}$$

$$\Rightarrow P_1 = 160kW$$

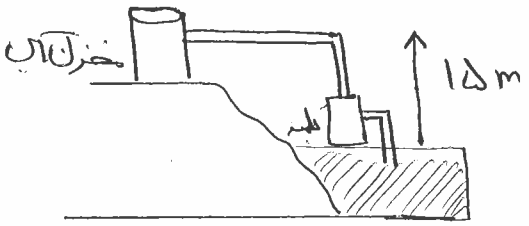
$$W_1 = 160\times10^{3}\times10^{3}$$

$$= 160\times10^{6}\ j$$

1 lit	$20\times10^{6}\ j$
V	$160\times10^{6}\ j$

$$\Rightarrow V = 8\ lit$$

تجربی ۱۴۰۱ خ : توان ورودی تلمبه برقی ۵ کیلووات است و در هر دقیقه ۱۲۰۰ لیتر آب با چگالی $\rho = 1\ g/cm^3$ را وارد مخزن می‌کند. بازده این تلمبه چند درصد است؟ $g = 10\ \frac{N}{kg}$



۶۵	۶۰
۸۰	۷۵

$P_{ورودی} = 5\ kW$

$P_{خروجی} = \frac{mgh}{t} = \frac{\rho V g h}{t}$

$= \frac{10^3 \times 1200 \times 10^{-3} \times 10 \times 15}{60} = 3 \times 10^3\ W = 3\ kW$

$R_a = \frac{P_{خ}}{P_{و}} = \frac{3}{5} \times 100 = 60\ \%$

تجربی ۱۴۰۰ : یک ماشین بالابر برای بالابردن وزنه‌ای به جرم ۵۰kg تا ارتفاع معینی از سطح زمین ۲۰۰۰J انرژی مصرف می‌کند. اگر این وزنه از ارتفاع فوق بدون سرعت اولیه در شرایط خلأ رها شود با تندی $8\ \frac{m}{s}$ به زمین می‌رسد. بازده این ماشین چند درصد است؟ $g = 10\ \frac{N}{kg}$

۶۰	۵۵
۸۰	۷۵

$W_{ورودی} = 2000\ J$

کار مفید ← انرژی جنبشی ← بعد از رها شدن

$R_a = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{2000} = \frac{\frac{1}{2} \times 50 \times 8^2}{2000} \times 100 = 80\ \%$ ← 1600

بصورت گرما تلف شده $2000 - 1600 = 400\ J$

تجربی ۱۴۰۰ خ: اگر تندی جسم در یک مسیر ثابت بماند کدام مورد الزاماً درست است؟

الف: کار نیروی خالص وارد بر جسم صفر است.

ب: انرژی مکانیکی جسم ثابت می‌ماند.

پ: نیروی خالص وارد بر جسم صفر است.

الف	پ
الف و ب	ب و پ

$$\text{تندی ثابت} \Rightarrow \Delta K = 0 \Rightarrow W_t = 0$$

ریاضی ۹۹: پمپ آبی در هر دقیقه ۳ مترمکعب آب رودخانه‌ای را به نقطه‌ای منتقل می‌کند که ارتفاع آن تا سطح آب رودخانه ۲۴ متر است. اگر توان ورودی پمپ ۲۰ کیلووات باشد بازده پمپ چند درصد است؟

۴۰	۳۰
۷۰	۶۰

$$g = 10 \frac{m}{s^2}$$

$$\rho = 1 \frac{g}{cm^3}$$

$$P_{\text{ورودی}} = 20\ kw$$

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{mgh}{t} = \frac{\rho V g h}{t} = \frac{10^3 \times 3 \times 10 \times 24}{60}$$

$$= \frac{720 \times 10^3}{60} = 12\ kw$$

$$R_a = \frac{12}{20} \times 100 = 60\%$$

مثال: بالابری باتندی ثابت، باری به جرم ۶۵۰kg را در مدت ۳ دقیقه تا ارتفاع ۷۵m بالا می برد. اگر جرم بالابر ۳۲۰kg باشد توان متوسط مفید موتور آن چند وات و چند اسب بخار است؟

$$P = \frac{mgh}{t} = \frac{(650 + 320) \times 10 \times 75}{3 \times 60} = 4041\ w$$

$$watt \div 746 \rightarrow hp \Longrightarrow P = \frac{4041}{746} = 5{,}41\ hp$$

مثال: شخصی به جرم 72kg در مدت زمان ۹۰ ثانیه از تعداد ۵۰ پله بالای رود توان متوسط مفید او چند وات است؟ ارتفاع هر پله را ۳۰cm فرض کنید.

$$h = 50 \times 30\,cm = 1500\,cm = 15m$$

$$P = \frac{mgh}{t} = \frac{72 \times 10 \times 15}{90} = 120\ w$$

مثال: در یک مرکز انتقال نیروی برق که در ارتفاع 2050m از سطح دریای آزاد قرار دارد، در این مرکز در هر ثانیه یک مترمکعب مواد نفتی از طریق لوله‌ای با قطر ۳۲ اینچ (81,2cm) توسط ایستگاه پمپ تا ارتفاع 2700m از سطح دریای آزاد فرستاده می‌شود. اگر بازده هر پمپ ۲۸ درصد باشد توان ورودی هر یک از آن‌ها برحسب کیلووات و اسب بخار چقدر است؟ $P = 860\ kg/m^3$

$$m = \rho V = 860 \times 1 = 860\ kg$$

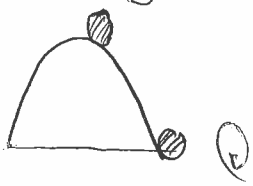
$$W_{\text{خروجی}} = \Delta U = mg(h_2 - h_1) = 860 \times 10 \times (2700 - 2050) = 5590000\ j$$

$$\text{بازده} = \frac{\text{خروجی}}{\text{ورودی}} \Rightarrow 0{,}28 = \frac{5590000}{E_{\text{ورودی}}} \Rightarrow E_{\text{ورودی}} = 19964285\ j$$

$$E_{\text{ورودی}} = 13380\ hp \qquad E_{\text{ورودی}} = 9{,}98\ MW$$

هر دو جواب را به ۲ تقسیم می‌کنیم تا توان یک پمپ به دست آید

مثال: گلوله‌ای به جرم ۲kg از ۱۰۰متری بالای سطح زمین از بالای کوهی رها شده و در لحظه ۱۰۰ثانیه با تندی $50\frac{m}{s}$ به پایین کوه می‌رسد. اگر نیروی اصطکاک ثابت فرض شود در این جابجایی اندازه توان متوسط نیروی اصطکاک چند وات است؟



$$W_t = \Delta K$$

$$W_{mg} + W_f = K_2 - K_1 \quad \text{رها شده}$$

$$2\times10\times1000 + W_f = \frac{1}{2}\times2\times50^2$$

$$W_f = -17500\,J$$

$$P = \frac{W_f}{t} = \frac{|-17500|}{100} = 175\,W$$

روش دوم:

$$\Delta E = W_f$$

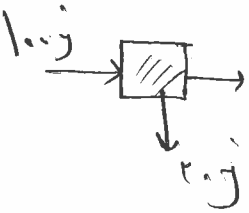
$$(K_2 + U_2) - (K_1 + U_1) = W_f$$

$$\frac{1}{2}\times2\times50^2 - 2\times10\times1000 = W_f$$

$$W_f = -17500\,J$$

مثال: یک ماشین برای بالا بردن یک جسم ۲kg از سطح زمین به ارتفاع معین ۱۰۰J انرژی مصرف کرده است. اگر جسم از این ارتفاع در شرایط خلأ شروع کند و سرعت آن هنگام رسیدن به زمین $4\sqrt{5}\ m/s$ باشد بازده ماشین چند درصد است؟

۲۰	۴۰
۶۰	۸۰



$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\times2\times(4\sqrt{5})^2 = 80\,J$$

$$R_a = \frac{80}{100} = \frac{4}{5} = 80\%$$

مثال در یک ماشین، نسبت توان تلف شده به توان مفید، $\frac{1}{9}$ است بازده این ماشین چند درصد است؟

$10P \rightarrow 9P$

P

$\frac{P_{تلف}}{P_{مفید}} = \frac{1}{9} \Rightarrow P_{تلف} = 9P$

$R_9 = \frac{9P}{10P} \times 100 = \%90$

توان خروجی یک موتور الکتریکی ۴۸۰ وات و بازده‌اش ۸۰ درصد است. در هر دقیقه چند کیلوژول انرژی در این موتور الکتریکی تلف می‌شود؟

$\%80 = \frac{480}{P} \rightarrow P = \frac{480}{\frac{80}{100}} = \frac{48000}{80} = 600\,W$

$600\,W \rightarrow 480\,W$

$\rightarrow 120\,W$

در هر ۱ ثانیه ۱۲۰ ژول تلف می‌شود

در $60\,s \leftarrow 60 \times 120 = 7200\,J$

$= 7.2\,kJ$

پمپی می‌تواند حجم معینی آب را با توان ثابت تا ارتفاع معینی منتقل کند برای آن که بتواند همان حجم نفت را با توان ۳ برابر تا ارتفاع سی منتقل کند توان پمپ باید چند برابر شود؟

$\rho_{نفت} = \%80\,\rho_{آب}$

$\frac{P_2}{P_1} = \frac{(Fv)_2}{(Fv)_1} = \frac{(mgv)_2}{(mgv)_1} = \frac{0.8\rho \times g \times 3v}{\rho \times g \times v} = 2.4$

مثال‌هایی از درس و حل:

بیماری به جرم ۷۲kg روی تختی به جرم ۱۵kg دراز کشیده است. پرستاری این تخت را با نیروی افقی ثابت F روی سطحی هموار و با اصطکاک ناچیز هل می‌دهد مجموعه تخت و بیمار با شتاب $0.6\ \frac{m}{s^2}$ حرکت می‌کند کار این نیرو در طول ۲m چند ژول است؟ $g=10\ m/s^2$

۵۲	۲۶
۲۰۸	۱۰۴

$$F = ma$$

$$F = (15+72) \times 0.6 \simeq 52\ N$$

$$W = Fd\cos\theta = 52 \times 2 \times \cos 0 = 104\ J$$

مثال) ورزشکاری وزنه‌ای به جرم ۹۸kg را بطور یکنواخت ۵۰cm بالای سر خود می‌برد. کاری که این ورزشکار روی وزنه انجام داده است، و کار نیروی وزن از راست به چپ چند ژول است؟

$g = 10\ \frac{N}{kg}$

$$W_F = 980 \times 10 \times 0.5 = +3400\ j$$

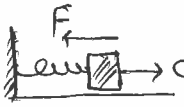
$$W_{mg} = -3400\ j$$

اگر شخص وزنه را پایین آورد نیروی F شخص رو به بالا است لذا $W_F = -3400\ j$

مثال: کدام مورد مثبت است؟

۱) کار فنر در موقعی که آن را فشرده می‌کنیم. ۲) کار فنر در موقعی که آن را می‌کشیم.

۳) کار نیروی وزن موقع بالا بردن اجسام ✓ ۴) کار نیروی وزن موقع پایین آوردن اجسام

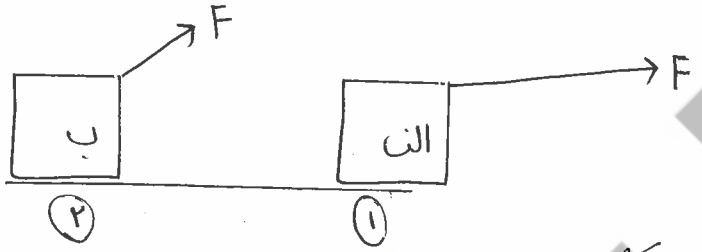


نکته: ضد را یکبیم یا فشرده کنیم کار فنر منفی است اما اگر فنر را یکبیم یا فشرده کنیم کار نیروی مثبت است.

✱ هرگاه تندی (سرعت) ثابت باشد آنگاه نیرو برجابجایی عمود است چون باید شتاب = ۰

مثال مهم: یکبیم پوشی از اصطکاک اگر جابجایی وکاری که این شخص درهردو شکل روی یک جعبه انجام می دهد یکسان باشد در کدام حالت شخص نیروی بزرگتری وارد کرده است؟

الف) ب) کار نیروی ا است به وزن جعبه وابسته است.



وقتی طناب کوتاه تر باشد زاویه با سطح افق بزرگتر است $\theta_2 > \theta_1 \Rightarrow \cos\theta_1 > \cos\theta_2$

$W_2 = F_2 d \cos\theta_2$

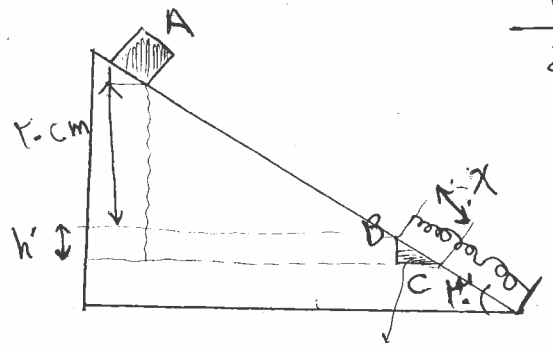
$W_1 = F_1 d \cos\theta_1$

$\Longrightarrow F_2 d \cos\theta_2 = F_1 d \cos\theta_1 \longrightarrow$

$F_2 > F_1$ ✓

ریاضی ۹۸: جسمی به جرم ۲kg روی سطح شیب دار با اصطکاک ناچیز به پایین می لغزد و با سرعت ۲m/s از نقطه A عبور کرده و در نقطه B به فنر برخورد می کند. اگر حداکثر فشردگی فنر x و بیشینه انرژی ذخیره شده در فنر ۱۰J باشد x چند سانتی متر است؟ $g = 10 \frac{m}{s^2}$

۲۰	۱۰
۴۰	۳۰



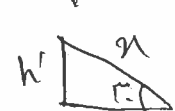
$E_A = E_C$

$K_A + U_A = K_C + U_g + U_e$

$\frac{1}{2} m r_A^2 + mg(r_2 + h') = 10$

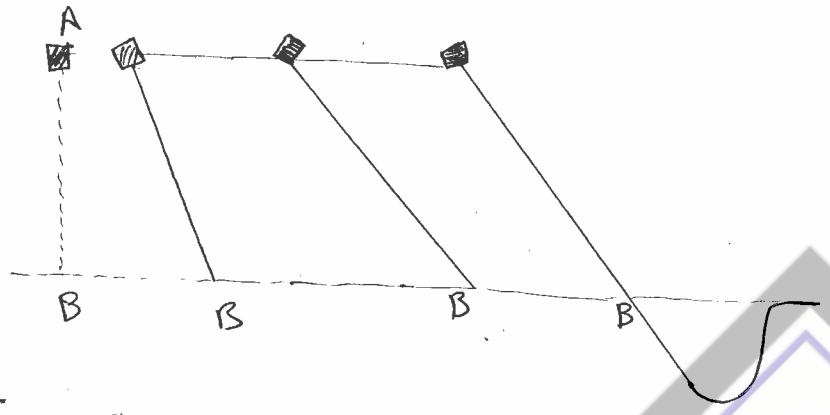
$4 + 20(0.2 + h') = 10$

$h' = 10cm \Rightarrow x = 20cm$



$h' = \frac{x}{2}$

مثال در شکل زیر در وضعیت الف جسم از حال سکون شروع می‌کند و در ۳ وضعیت دیگر جسم از حال سکون رها می‌شود بدون اصطکاک و رو به پایین حرکت می‌کند تندی جسم را در نقطه B در کدام وضعیت بیش‌تر است؟



$$E_A = E_B$$

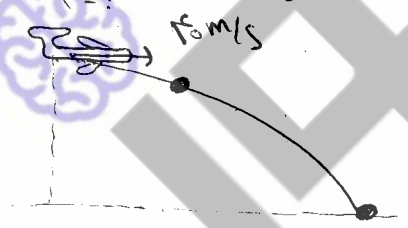
$$K_A + U_A = K_B + U_B \Rightarrow mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$v_B = \sqrt{2gh}$$

برای هر دو h یکسان است

لذا در همه حالات سرعت یکسان است.

مثال مهم: در شکل زیر هواپیمایی که در ارتفاع $80\,m$ از سطح زمین و با تندی $40\,\frac{m}{s}$ پرواز می‌کند بسته‌ای را رها می‌کند تندی بسته هنگام برخورد به زمین چند برابر تندی هواپیما است؟ (مقاومت هوا ناچیز)



$20\sqrt{2}$	$10\sqrt{2}$
$80\sqrt{2}$	$40\sqrt{2}$

بسته‌ای که رها می‌شود نسبت به هواپیما سرعت صفر دارد ولی نسبت به زمین سرعتش برابر سرعت هواپیما دارد.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow v_1^2 + 2gh_1 = v_2^2$$

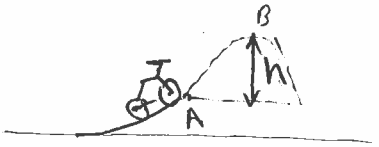
$$40^2 + 2 \times 10 \times 80 = v_2^2$$

$$1600 + 1600 = v_2^2 \Rightarrow v_2 = \sqrt{3200} = \sqrt{1600 \times 2}$$

$$= 40\sqrt{2}$$

مثال موتورسواری از انتهای اسکوپی مطابق شکل زیر پرشی را با تندی $20\frac{m}{s}$ انجام می‌دهد. اگر تندی موتورسوار در بالاترین نقطهٔ مسیرش به $10\frac{m}{s}$ برسد ارتفاع h چند متر است؟

(از مقاومت‌ها صرف نظر شود)



$$E_A = E_B$$

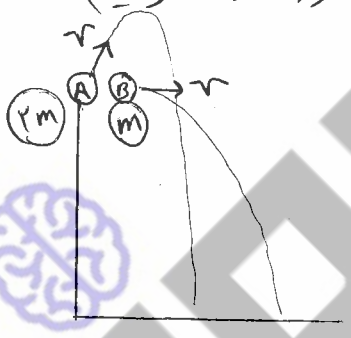
$$K_A + U_A = K_B + U_B$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B \xrightarrow[\times m]{\times 2}$$

$$v_A^2 = v_B^2 + 2gh_B \Rightarrow 20^2 = 10^2 + 2\times 10 \times h$$

$$400 - 100 = 20h \Rightarrow h = \frac{300}{20} = 15\,m$$

مثال: مطابق شکل زیر گلوله‌ها از ارتفاع یکسانی با تندی یکسان پرتاب می‌کنیم. در مورد تندی و انرژی مکانیکی دو گلوله در لحظه رسیدن به سطح زمین کدام گزینه درست است؟ (از اتلاف انرژی صرف نظر کنید)



۱) تندی یکسان، انرژی یکسان

✓ ۲) تندی یکسان، انرژی متفاوت

۳) تندی متفاوت، انرژی یکسان

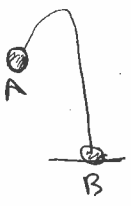
۴) تندی متفاوت، انرژی متفاوت

$$E_A = K_A + U_A = \frac{1}{2}\times 2mv^2 + 2mgh$$

$$E_B = K_B + U_B = \frac{1}{2}\times mv^2 + mgh \Rightarrow \boxed{E_A = 2E_B}$$

چون اصطکاک نداریم

هم‌جای مسیر این رابطه برقرار است.

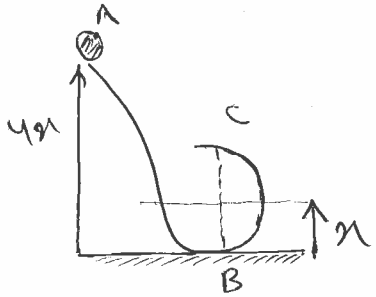


$$E_A = E_B \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$v_A^2 + 2gh = v_B^2 \longrightarrow$$ یکسان

مثال: مطابق شکل زیر از نقطه A گلوله‌ای از حال سکون رها شده و وارد مسیر دایره‌ای می‌شود. اگر از اتلاف انرژی صرف‌نظر کنیم تندی گلوله در نقطهٔ C چند برابر تندی آن در نقطه B است؟



$\sqrt{\frac{۳}{۲}}$	$\sqrt{\frac{۲}{۳}}$ ✓
$\sqrt{۲}$	$\sqrt{۳}$

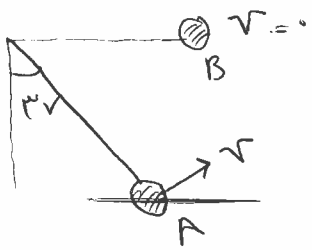
$$A \to B \quad E_A = E_B \Longrightarrow mgh = \frac{۱}{۲}mv^۲ \Longrightarrow v = \sqrt{۲gh}$$

$$A \to B \quad v_B \propto \sqrt{۶R} \longrightarrow \frac{v_C}{v_B} = \sqrt{\frac{۴}{۶}}$$

$$A \to C \quad v_C \propto \sqrt{۴R}$$

---

(۹۳) مطابق شکل زیر آونگی به طول ۱٫۲۵m با سرعت v از موقعیت نشان داده‌شده (نقطه A) عبور می‌کند. کم‌ترین مقدار v چند متر بر ثانیه باشد تا ریسمان بتواند به وضعیت افقی برسد؟ از مقاومت هوا صرف‌نظر کنید.



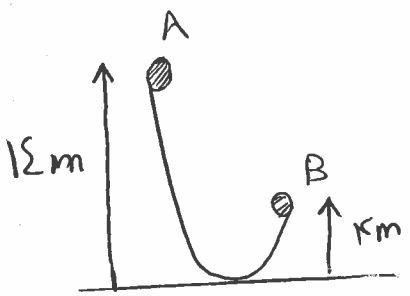
$$E_A = E_B \Longrightarrow K_A + U_A = K_B + U_B$$

$$\frac{۱}{۲}mv_A^۲ = mgh \xrightarrow[\times ۲]{\div m} \quad ۰/۸$$

$$v_A^۲ = ۲gh \Longrightarrow v_A^۲ = ۲\times ۱۰ \times ۱٫۲۵ \times ۰/۳۲$$

$$v_A^۲ = ۲۰ \longrightarrow \boxed{v_A = ۲\sqrt{۵}}$$

مثال: در شکل زیر جسمی به جرم ۸ کیلوگرم با تندی معینی از نقطه A عبور کرده و با همان تندی از نقطه B می‌گذرد کار نیروی اصطکاک در این جابجایی چند ژول است؟ $g = 10 \frac{m}{s^2}$



$$\Delta E = W_f$$

$$\Delta K + \Delta U = W_f$$

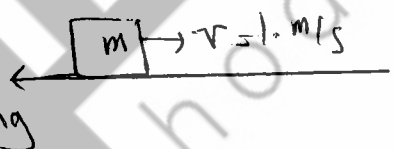
$$-mgh = W_f$$

$$-8 \times 10 \times 10 = W_f$$

$$W_f = -800\ J$$

مثال: جسمی به جرم m را با تندی اولیه $10 \frac{m}{s}$ روی سطحی افقی پرتاب می‌کنیم اگر بزرگی نیروی اصطکاک در طی لغزش، ۵ برابر اندازه وزن جسم باشد جسم پس از طی چه مسافتی روی سطح افقی متوقف می‌شود؟

۲۰ ۷۲

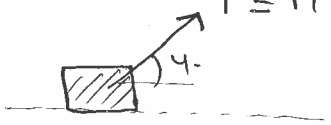


$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{f_k} = K_2 - K_1$$

$$-5mgxd = -\frac{1}{2}mv^2$$

$$-5 \times 10 \times d = -\frac{1}{2} \times 10^2 \Rightarrow d = \frac{50}{50} = 1\ m$$

مثال مطابق شکل نیروی ۲۴N به جسمی به جرم ۰/۵kg وارد شده و آن را روی سطح افقی از حال سکون به حرکت درمی‌آورد و طی مسافت ۲۰m تندی جسم به ۲۰m/s می‌رسد. نیروی اصطکاک وارد بر این جسم چند نیوتن است؟



$$W_t = \Delta K$$

$$W_f + W_{fk} = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

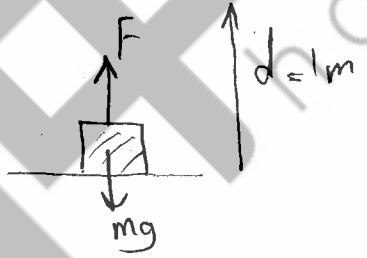
$$24 \cos 60 \times d - f_k \times d = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 20^2$$

$$d(12 - f_k) = \frac{1}{4} \times 400$$

$$20(12 - f_k) = 100 \Longrightarrow 12 - f_k = 5$$

$$f_k = 7\,N$$

مثال: اگر شخصی با نیروی ثابت ۵۰N جسمی به جرم ۱kg را از حال سکون در امتداد قائم جابجا کند تندی نهایی جسم در انتهای ۱m جابجایی چند متر بر ثانیه است؟



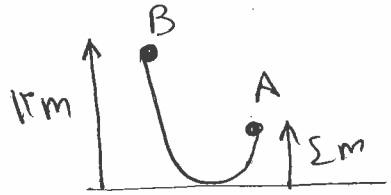
$$W_t = K_2 - K_1$$

$$W_{mg} + W_F = \frac{1}{2} m v_2^2$$

$$-1 \times 10 \times 1 + 50 \times 1 = \frac{1}{2} \times 1 \times v_2^2$$

$$v_2^2 = 80 \Longrightarrow v_2 = 4\sqrt{5}$$

مثال: جسم در نقطه A دارای چه تندی ای برحسب متر بر ثانیه باشد تا با تلف شدن ۵۶ درصد انرژی جنبشی اولیه آن در مسیر A تا B، در نقطه B تندی آن ۲۰ درصد تندی در نقطه A شود؟



۲۰	۱۰
۴۰	۲۰

$$v_B = \frac{۲۰}{۱۰۰} v_A = ۰/۲ v_A \xrightarrow{K \propto v^2}$$

$$\Rightarrow K_B = \frac{۴}{۱۰۰} K_A$$

$$W_t = \Delta K$$

$$W_{mg} + W_{f_k} = K_B - K_A$$

$$-mg \times \Delta h - ۰/۹۶ K_A = ۰/۰۴ K_A - K_A$$

$$-mg\Delta h = -۰/۹۶ K_A + ۰/۹۶ K_A$$

$$-mg\Delta h = -۴۰ K_A$$

$$\times m, \times \Delta h = \times ۰/۴ \times \frac{۱}{۲} m v^2$$

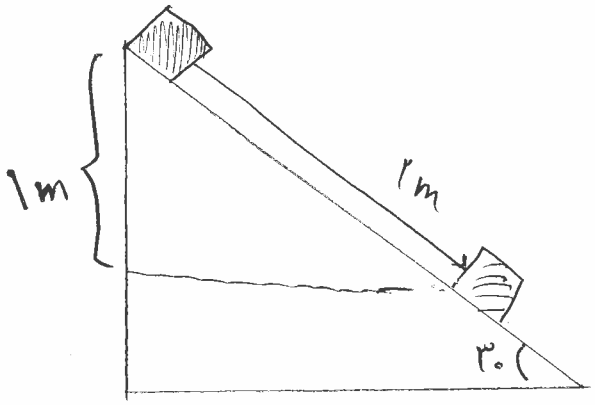
$$۱۰ \times ۸ = ۰/۴ \times \frac{۱}{۲} \times v^2$$

$$v^2 = \frac{۸۰}{۰/۲} = ۴۰۰ \rightarrow v = ۲۰ m/s$$

---

۹۴) جسم به جرم ۲kg روی سطح شیب داری که با سطح افقی ۳۰° می سازد با تندی ثابت رو به پایین می لغزد. اگر در این حرکت جسم به اندازه ۲m جابجا شود کار نیروی اصطکاک چند ژول است؟

ثابت $v \Rightarrow \Delta K = ۰$



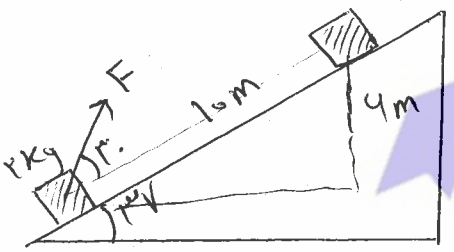
$$\Delta E = \cancel{\Delta K} + \Delta U$$

$$\Delta E = 0 - mgh$$

$$\Delta E = -۲۰ \times ۱ = -۲۰ J$$

مثال: مطابق شکل جسمی روی سطح شیب‌دار بدون اصطکاک توسط نیروی ثابت F به اندازهٔ ۱۰ نیوتن با تندی ثابت بطرف بالای سطح شیب‌دار کشیده می‌شود. کار این نیرو در این جابجایی چند ژول است؟ $\sin ۳۷ = ۰/۶$

۱۲۰ | ۲۰۰	
۶۰ | باید مقدار نیروی F معدوم باشد.	



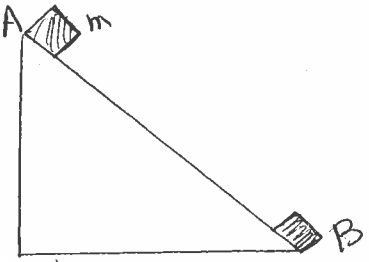
$$W_t = \Delta K = 0$$

$$W_F + W_{mg} = 0$$

$$W_F = -W_{mg} \quad (-) \Rightarrow W_f = mgh$$

$$W_f = ۲ \times ۱۰ \times ۶ = ۱۲۰ J$$

مطابق شکل زیر جسمی به جرم ۴Kg با تندی $۵ \frac{m}{s}$ از نقطهٔ A روی سطح شیب‌داری به طرف پایین پرتاب می‌شود و با تندی $۸ \frac{m}{s}$ به نقطهٔ B می‌رسد. اگر اندازهٔ کار نیروی اصطکاک از A تا B ۲۲ ژول باشد ارتفاع h چند متر است؟



۳ | ۱/۵	
۵ | ۲/۵	

$$K_1 = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 5^2 = 50\,j$$

$$K_2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 8^2 = 128\,j \qquad \Longrightarrow \Delta K = 128 - 50 = 78\,j$$

$$W_t = \Delta K \Longrightarrow mgh + W_f = 78$$

$$4 \times 10 \times h - 22 = 78 \Rightarrow 40h = 100$$

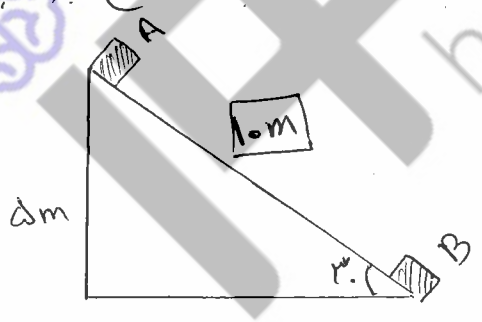
$$\boxed{h = 2{,}5\,m}$$

کار کل $= ?$ $\quad \Delta K = 78$

$\Delta E = ?$ $\quad \Delta E = W_f = -22\,j$

$\Delta U = ?$ $\quad -100\,j$ $\quad W_{mg} = +100\,j$

مثال: مطابق شکل زیر جسمی به جرم $2\,kg$ از نقطه A بدون سرعت اولیه رها می‌شود. اگر جسم در هر متر حرکت روی سطح، $3{,}6\,j$ انرژی از دست بدهد تندی آن در پایین سطح برحسب متر بر ثانیه چقدر است؟



$$\begin{array}{c|c} 8 & 6 \\ \hline 12 & 10 \end{array}$$

$$W_t = \Delta K$$

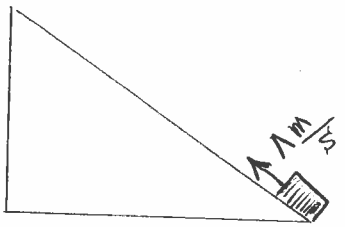
$$W_{mg} + W_f = \frac{1}{2} m v^2$$

$$mgh - 10 \times 3{,}6 = \frac{1}{2} \times 2 \times v^2$$

$$2 \times 10 \times 5 - 36 = v^2$$

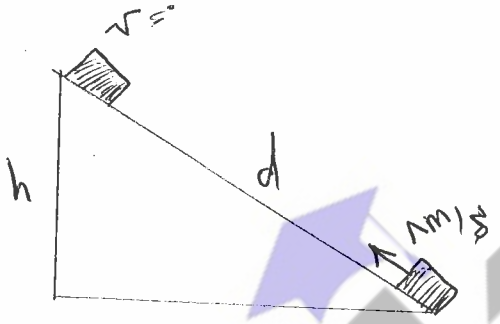
$$v^2 = 64 \xrightarrow{\sqrt{\ }} \boxed{v = 8\,m/s}$$

مثال ۴۰: در شکل مقابل اصطکاک نصف وزن جسم است. جسم از پایین سطح شیب‌دار، سوازی سطح باتندی $8\frac{m}{s}$ به بالا پرتاب شده و با تندی $2m/s$ بجای اولش بازمی‌گردد. حداکثر مسافتی که روی سطح بالایی رود چقدر است؟



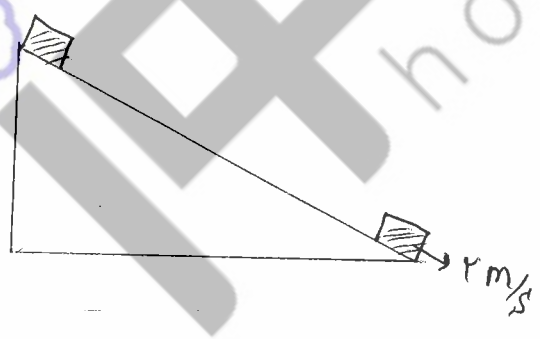
جسم بالای سطح شیبدار می‌رود متوقف می‌شود $v=0$

پس رو به پایین حرکت می‌کند و سرعت انتهایی $2m/s$ ←



$$W_t = \Delta K \longrightarrow W_{mg} + W_{fk} = K_2 - K_1$$

$$-mgh - fd = -\frac{1}{2}mv_1^2$$



$$mgh - fx = \frac{1}{2}mv_2^2$$

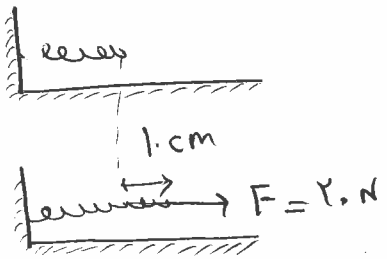
$$\Rightarrow -mgh - fd = -\frac{1}{2}mv_1^2$$

$$mgh - fd = \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$-2fd = \frac{1}{2}m(2^2 - 8^2) \Rightarrow 2 \times \frac{mg}{2}d = 30m$$

$$\rightarrow \boxed{d = 3m}$$

مثال: فنری افقی در حال تعادل است. شخصی با سرعت ثابت و نیروی متوسط ۲۰N فنر را به اندازه ۱۰cm کشیده. شرح کار شخص، کار فنر، انرژی کشسانی ذخیره شده در فنر را محاسبه کنید (از اصطکاک چشم پوشی کنید)

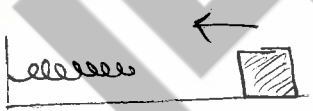


$$\begin{cases} W_{\text{شخص}} = ۲۰ \times \frac{۱۰}{۱۰۰} = ۲\,J \\ W_{\text{فنر}} = -۲\,J \\ \Delta U_{\text{فنر}} = ۲\,J \end{cases}$$

هرگاه سرعت ثابت باشد کار ما با کار سامانه برابر است و تعریف $W_{\text{فنر}} = -\Delta U_{\text{فنر}}$ ی راضیم

مثال: جسمی به جرم ۲kg مطابق شکل با تندی $۵\frac{m}{s}$ به فنری برخورد کرده و آن را فشرده می کند. اگر بیشترین انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در سامانه جسم-فنر ۴J باشد کار نیروی اصطکاک تا فشردگی کامل فنر چند ژول است؟

	-۲۱	-۴
فنر	-۲۵	



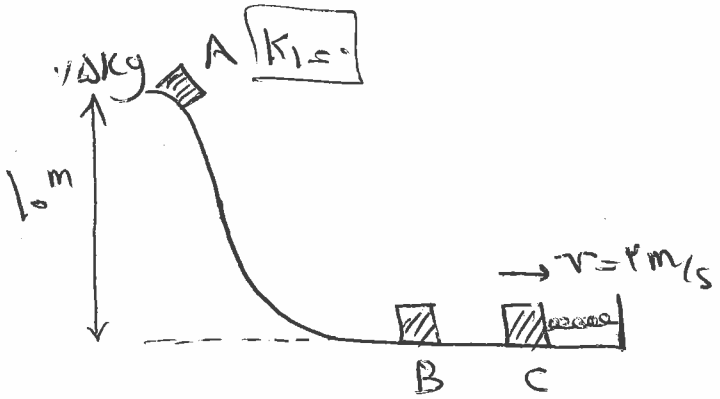
$$W_t = \Delta K = K_f - K_i$$

$$W_{\text{فنر}} + W_{fk} = -\frac{۱}{۲} m v_i^۲$$

$$-۴ + W_{fk} = -\frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۲۵$$

$$W_{fk} = -۲۱\,J$$

مثال: مطابق شکل جسم از حال سکون رها شده و فنر را در نهایت فشرده می‌کند. در لحظه‌ای که فنر فشرده است تندی جسم $2\frac{m}{s}$ است و $1J$ انرژی توسط اصطکاک تلف شده است. انرژی پتانسیل کشسانی فنر چند ژول خواهد بود؟



$$K=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 2^2=1J$$

$$\Delta K=1J$$

$$W_t=\Delta K$$

$$mgh+W_f+W_e=1$$

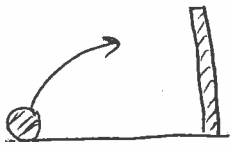
$$0/5\times 10\times 10-5+W_e=1 \Rightarrow W_{e_{فنر}}=-44J$$

$$\Delta U=-(-44)=44J$$

تجربی دی‌ماه ۱۴۰۱: گلوله‌ای با تندی اولیه $80\frac{m}{s}$ از سطح زمین پرتاب می‌شود و در ارتفاع $236m$ از سطح زمین با تندی $20\frac{m}{s}$ به صخره‌ای برخورد می‌کند. چند درصد انرژی جنبش اولیه در اثر مقاومت هوا تلف شده است؟

$g=10\frac{m}{s^2}$

۱۰	۵
۲۵	۲۰



$E_2-E_1=W_{f_{هوا}} \Rightarrow K_2+U_2-K_1-U_1=W_{f_{هوا}}$

$\frac{1}{2}\times m\times 20^2+m\times 10\times 236-\frac{1}{2}\times m\times 80^2=W_{f_{هوا}}$

$m(200+2360-3200)=W_{f_{هوا}}$

$W_{f_{هوا}}=-960m$ $\quad K_1=\frac{1}{2}\times m\times 80^2=3200m$

$\frac{W_f}{K_1}=\frac{-640m}{3200m}\times 100=-20\%$

تجربی دی‌ماه ۱۴۰۱: جسم ساکنی به جرم $2kg$ را از ارتفاع یک متری زمین به ارتفاع $1/5$ متری زمین می‌بریم و دوباره به حالت سکون می‌رسانیم. کار نیروی وزن در این جابجایی چند ژول است؟

$g=10$

۱۰	۲۰
-۲۰	-۱۰

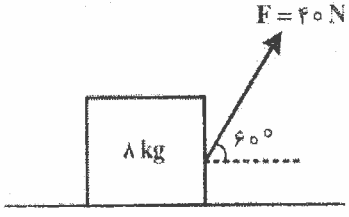
$W_{mg}=\pm mg\Delta h \longrightarrow -mg\Delta h$

$=-2\times 10\times(1/5-1)=-20\times\frac{1}{2}=-10J$

ریاضی ۱۴۰۱ (دی‌ماه)

۷۲- در شکل زیر، نیروی ثابت F، جسم را روی سطح افقی از حال سکون به حرکت درمی‌آورد و بعد از طی مسافت ۵ متر، سرعت جسم را به $2/5\frac{m}{s}$ می‌رساند. بزرگی نیروی اصطکاک در این حرکت چند نیوتون است؟

۱) ۲۵
۲) ۱۶
۳) ۱۵
۴) ۱۲



$K_1=0$

$W_F+W_{f_k}=\Delta K$

$40\times 5\times 0/6-f_k\times 5=\frac{1}{2}\times 8\times 2/5^2$

$100-5f_k=25 \Longrightarrow f_k=15N$

ریاضی دی ماه ۱۴۰۱ : اگر تندی جسمی را از $2\frac{m}{s}$ به $6\frac{m}{s}$ برسانیم انرژی جنبشی آن ۴ ژول افزایش می‌یابد. جرم جسم چند گرم است؟

۲۵۰	۱۵۰
۴۰۰	۳۰۰

$$\Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$4 = \frac{1}{2} \times m \times (6^2 - 2^2)$$

$$4 = \frac{1}{2}m \times (36 - 4) \longrightarrow 8 = 20m$$

$$m = \frac{8}{20} \times 1000 = 400\,g$$

تجربی تیر ماه ۱۴۰۲ : ماهواره به جرم $200\,kg$ با تندی ثابت $2/5\frac{km}{s}$ به دور زمین می‌چرخد انرژی جنبشی این ماهواره چند مگاژول است؟

$6/25 \times 10^{-2}$	$6/25 \times 10^{3}$
$6/25 \times 10^{-6}$	$6/25 \times 10^{6}$

$j \xrightarrow{\times 10^{-6}} Mj$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 \times (2500)^2 \times 10^{-6}$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 \times 6/25 \times 10^4 \times 10^{-6}$$

$$= 6/25\,Mj$$

تجربی تیر ماه ۱۴۰۲ : جسمی به جرم $200\,g$ از ارتفاع $15m$ سطح زمین با تندی $10\frac{m}{s}$ پرتاب می‌شود و با تندی $18\frac{m}{s}$ به سطح زمین می‌رسد کار نیروی مقاومت هوا چند ژول است؟

$-6/4$	$-12/8$
$-7/6$	$-15/2$

$$E_2 - E_1 = W_{hf}$$

$$K_2 + U_2 - K_1 - U_1 = W_{hf}$$

$$\frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) - U_1 = W_{hf}$$

$$\frac{1}{2} \times 0/2 \times (18^2 - 10^2) - \frac{2}{10} \times 10 \times 15 = W_{hf} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W_{hf} = -7/6\,j$$

$(-30 \quad -22/4)$

تجربی ۱۴۰۲ تیرماه خارج :

جرم خودرویی به همراه راننده‌اش ۱۰۰۰kg است. تندی خودرو در دو نقطه از مسیرش از $18\frac{m}{s}$ به $25\frac{m}{s}$ می‌رسد. تغییرات انرژی جنبشی خودرو در این جابه‌جایی، چند مگاژول است؟

۱) $3/01\times10^{-2}$ ۲) $3/01\times10^{5}$ ③ $1/505\times10^{-1}$ ۴) $1/505\times10^{5}$

$$\Delta K=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)$$

$$\Delta K=\frac{1}{2}\times1000\times(25^2-18^2)=500(625-324)$$

$$=500(301)\,J=150.5\times10^{-6}$$

$$150.5\times10^{-4}\,mJ=1/505\times10^{-1}\,mJ$$

تجربی ۱۴۰۲ خ

حجم بنزین مصرفی در ایران، در یک سال 26000000000L است. برحسب نمادگذاری علمی، کدام مورد درست است؟

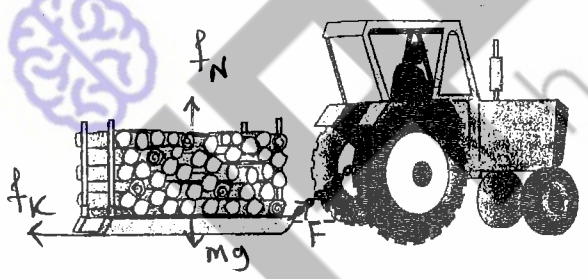
① $2/60\times10^{10}$ ۲) $2/60\times10^{11}$ ۳) $2/6\times10^{9}$ ۴) $2/6\times10^{11}$

$$26\underbrace{000000000}_{9}=2/6\times10^{10}$$

ریاضی تیرماه ۱۴۰۲

- در شکل زیر، جرم کل سورتمه و بار آن ۲ تُن است و تراکتور تحت زاویهٔ $\theta=37^\circ$، نیروی ثابت 6000N را بر آن وارد می‌کند. اگر نیروی اصطکاک جنبشی که به سورتمه وارد می‌شود، 4000N باشد و با این وضعیت، سورتمه در مسیر مستقیم و افقی ۵ متر جابه‌جا شود، تغییر انرژی جنبشی سورتمه چند ژول است؟ ($\cos37^\circ=0/8$)

۱) ۴۰۰۰
۲) ۲۰۰۰۰
۳) ۲۴۰۰۰
۴) ۴۴۰۰۰



$$W_F+W_{f_K}=\Delta K$$

$$Fd\cos37^\circ+f_kd\cos180^\circ=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)$$

$$6000\times5\times\frac{8}{10}+4000\times5\times(-1)=\Delta K$$

$$24000-20000=\Delta K\rightarrow\Delta K=4000\,J$$

مسئله ۵۴

ریاضی ۱۴۰۲
سرماه

گلوله‌ای از سطح زمین در راستای قائم رو به بالا پرتاب می‌شود و تا رسیدن گلوله به ارتفاع ۴۲ متری از سطح زمین، انرژی جنبشی آن ۳۰ درصد کاهش می‌یابد. این گلوله حداکثر تا ارتفاع چند متری از سطح زمین بالا می‌رود؟ (مقاومت هوا ناچیز است و $g = 10 \frac{m}{s^2}$)

۱) ۹۶ ۲) ۱۲۰ ۳) ۱۴۰ ۴) ۱۴۹

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$K_1 = mgh_2 + 0.7K_1 \Rightarrow 0.3K_1 = mgh_2$$

$$0.3K_1 = m \times 10 \times 42 \longrightarrow K_1 = 1400m$$

$$K_1 + U_1 = K_3 + U_3 \Rightarrow 1400m = mgh$$

$$h = 140m$$

ریاضی ۱۴۰۲ خ: برای آنکه قدری اسکی بازی از سرعت v_1 برسد باید کل کار انجام شده روی آن 1200 ژول شود اگر قدری اسکی باز از v_1 به $4v_1$ برسد در این مرحله کل کار انجام شده روی آن چند ژول است؟

۹۶۰	۳۶۰
۱۸۰۰	۱۹۲۰

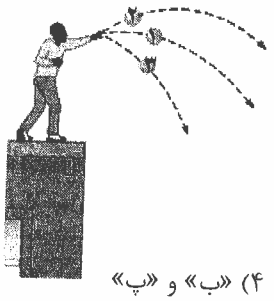
$$\frac{w_{1t}}{w_{2t}} = \frac{\frac{1}{2}m(v_1^2 - 0^2)}{\frac{1}{2}m((4v)^2 - v_1^2)} \Rightarrow$$

$$\frac{1200}{w_2} = \frac{v^2}{15v^2} \Rightarrow w_2 = 1200 \times 15 = 18000 \text{ j}$$

۵۵

ریاضی ۱۴۰۲ خ

در شکل زیر، سه توپ مشابه با تندی یکسان از بالای ساختمانی پرتاب می‌شوند. توپ (۱) در راستای افقی و دو توپ دیگر با زاویه‌های بالاتر و پایین‌تر از سطح افق پرتاب می‌شوند. برای این توپ‌ها، از لحظهٔ پرتاب تا رسیدن به زمین، کدام موارد درست است؟ (از مقاومت هوا صرف‌نظر شود.)



الف: تندی توپ‌های (۱) و (۳) پیوسته افزایش می‌یابند. ✓

ب: تندی توپ‌های (۱) و (۲) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابند. ✗

پ: هر سه توپ با تندی یکسان به زمین برخورد می‌کنند. ✓

ت: زمان حرکت هر سه توپ با هم برابر است. ✗

۱) «الف» و «پ» ۲) «الف» و «ت» ۳) «ب» و «ت» ۴) «ب» و «پ»

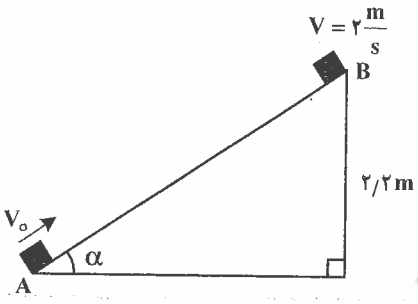
ت: چون گلوله‌ها مسیرهای متفاوتی طی می‌کنند زمان سقوط آن‌ها متفاوت است،

ب: تندی توپ ۱ و ۳ پیوسته افزایش می‌یابد

پ: $v = \sqrt{2gh}$ تعداد شروع و پایان هر ۳ مسیر یکسان است (h‌ها برابر)

تجربی ۱۴۰۲ خ

مطابق شکل، جسم از نقطهٔ A مماس با سطح پرتاب می‌شود و تا رسیدن به نقطهٔ B، ۲۵ درصد انرژی جنبشی اولیهٔ آن توسط اصطکاک تلف می‌شود. تندی اولیهٔ جسم چند متر بر ثانیه است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$



۱) $2\sqrt{2}$

۲) $4\sqrt{2}$

۳) ۸

۴) ۴

$W_{mg} + W_{fk} = K_2 - K_1$

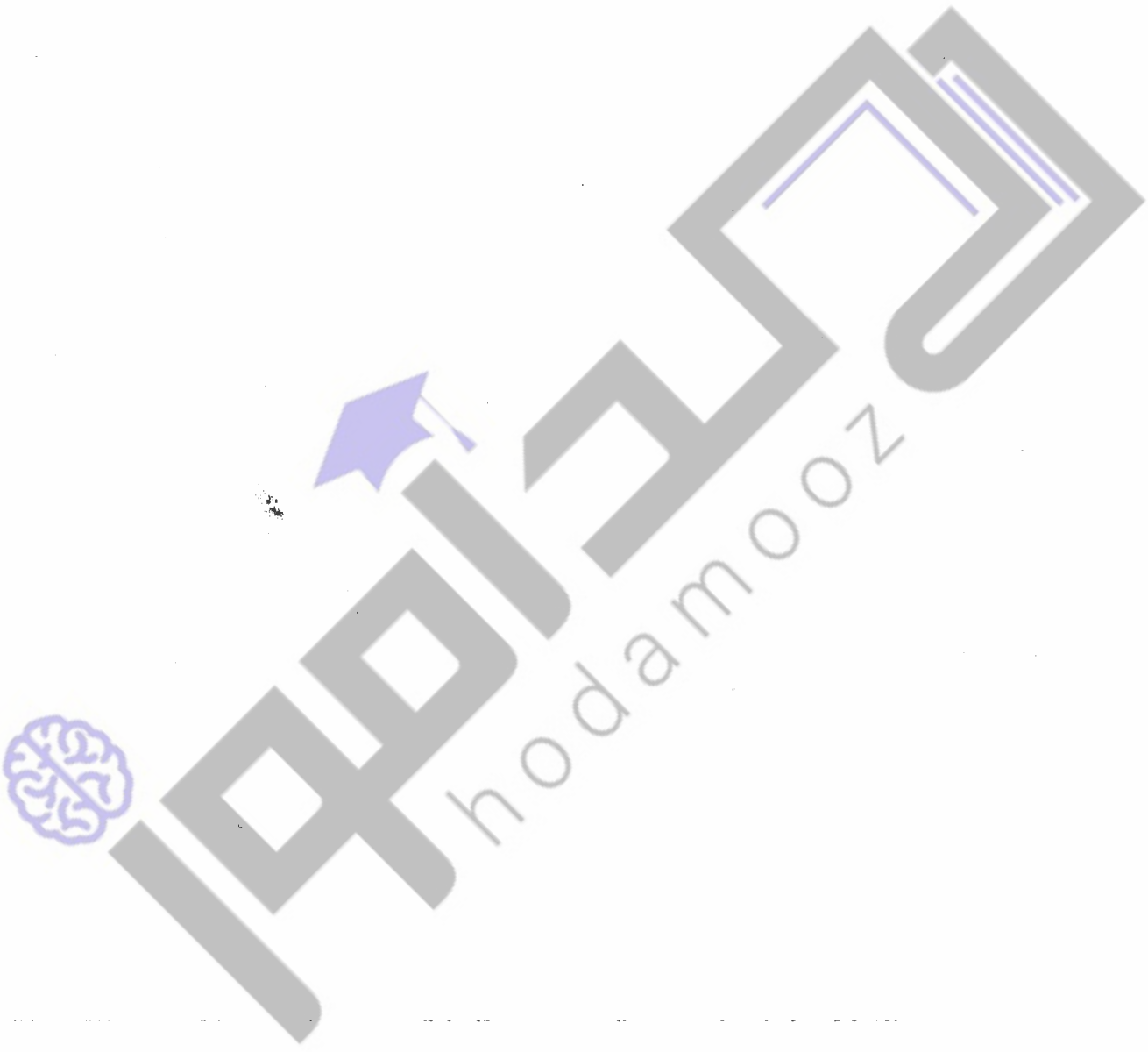
$W_{mg} - \%25 K_1 = K_2 - K_1$

$-mx10x2,2 = K_2 - \%75 K_1$

$-22m = \frac{1}{2}xmx2^2 - \%75 x \frac{1}{2} x m x v_1^2$

$-22 = 2 - \frac{\%75}{2} v_1^2 \longrightarrow v_1^2 = \frac{24x2}{0,75}$

$v_1 = \sqrt{64} = 8 m/s$


hodamooz

جزوه فصل چهارم فیزیک دهم

دما و گرما

تالیف: مهندس رهبری

تابستان ۱۴۰۱

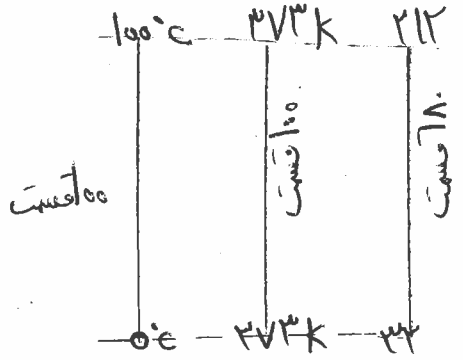
hodaroozi

hodamooz

دما: کمیتی است که میزان گرمی و سردی اجسام را مشخص می‌کند.

مقیاس‌های دما: ① سلسیوس (سانتی‌گراد) ② کلوین ③ فارنهایت

θ سلسیوس T کلوین F → فارنهایت



$$\begin{cases} T = \theta + 273 \\ F = 1{,}8\theta + 32 \end{cases}$$

یا $F = \frac{9}{5}\theta + 32$

$$\Delta T = \Delta\theta$$

تغییرات دما برحسب سلسیوس با تغییرات دما برحسب کلوین برابر است.

$$\Delta F = 1{,}8\,\Delta\theta = 1{,}8\,\Delta T$$

تغییرات دما برحسب فارنهایت = ۱٫۸ برابر تغییرات دما برحسب سلسیوس یا کلوین

Δ : دلتا در فیزیک یعنی افزایش یا کاهش یک کمیت. یعنی تغییرات

نکته: صفر کلوین برابر ۲۷۳٫۱۵− است که این کمترین دمای ممکن در هست. اما برای این دما حد بالایی وجود ندارد.

انواع دماسنج‌ها: ① دماسنج کاربی ② دماسنج مقاومت پلاتینی ③ دماسنج (پیرومتر)

دماسنج ترموکوپل بدلیل دقت کمتر نسبت به دماسنج‌های دیگر از مجموعه دماسنج‌های معیار کنار گذاشته شد ولی همچنان کاربرد فراوانی در صنعت و آزمایشگاه دارد. کمیت دماسنجی این دماسنج ولتاژ است.

گستره دماسنجی یک ترموکوپل به جنس سیم‌های آن بستگی دارد. مزیت ترموکوپل این است که بدلیل جرم کوچک محل اتصال خیلی سریع با دستگاهی که دمای آن اندازه‌گیری می‌شود به حالت تعادل گرمایی می‌رسد. علاوه در سوارهای الکترونیکی وسایل صنعتی، گرمایش و سرمایش از آن استفاده می‌شود.

گستره دمایی دماسنج ترموکوپل: ۱۳۷۲°c ← ۲۷۰°c−

تغییر کمیت دماسنجی، اساس کار دماسنج‌ها می‌باشد. ساده‌ترین و رایج‌ترین نوع دماسنج، دماسنج‌های جیوه‌ای و الکلی است، که در این دماسنج‌ها کمیت دماسنجی، ارتفاع مایع درون لوله دماسنج است.

دماسنج بیمتال - کمیته: نوع ویژه‌ای از دماسنج‌ها مایعی که کمیته دما را در یک مسوتا زما سفین نشان می‌دهد و معمولاً در مراکز پرورش گل و گیاه - باغداری - هواشناسی و... استفاده می‌شود درون آن الکل یا روغن کریستوزوت و جیوه قرار دارد.

مثال: درجه دمای دماسنج فارنهایت و سلسیوس یک عدد را نشان می‌دهند؟

$$F = 1/8\theta + 32 \xrightarrow{F=\theta} F = 1/8F + 32$$

$$\Rightarrow F - 1/8F = 32 \Rightarrow -0/8F = 32 \rightarrow F = \frac{32}{-0/8} = -40$$

تلفیقی: دماسنج گازی: براساس تغییر فشار گازها کامل عمل می‌کند

دماسنج مقاومت پلاتینی: براساس تغییر مقاومت الکتریکی در اثر تغییر دما عمل می‌کند

ترموسنج (پیرومتر): براساس تابش گرمایی عمل می‌کند.

ریاضی ۹۸: دمای 122° فارنهایت معادل با چند درجه سلسیوس و چند کلوین است؟

۳۳۲٫۵۰	۳۲۳٫۵۰
۳۳۲٫۵۹	۳۲۳٫۵۹

$$F = 1/8\theta + 32$$

$$\downarrow$$

$$122 = 1/8\theta + 32$$

$$122 - 32 = 1/8\theta \rightarrow 90 = 1/8\theta \rightarrow \theta = \frac{90}{18\times10^{-1}} = \frac{90\times10}{18}$$

$$\theta = 50^\circ C$$

$$K = \theta + 273 = 50 + 273 = 323\ K$$

مثال دمای جسم A، ۳۰°c و دمای جسم B، ۲۸۸K است. اختلاف دمای این دو جسم چند درجه فارنهایت است؟

۲۷	۱۵
۲۸	۸۱

$$\Delta F = 1/8\,\Delta\theta$$

$$T_B = \theta_B + 273 \Rightarrow 288 = \theta_B + 273 \rightarrow \theta_B = 15^\circ c$$

$$\Delta F = 1/8\Delta\theta = 1/8(30-15) = 27^\circ F$$

مثال سه دماسنج سلسیوس، کلوین و فارنهایت در یک محیط قرار دارند. کدام عدد که یک دماسنج نشان می‌دهد با بقیه برابر است؟ دماسنج فارنهایت ۵ برابر عددی که یک دماسنج سلسیوس نشان می‌دهد باشد، دمای محیط چند کلوین است؟

۲۰	۱۰
۲۹۳	۲۸۳

$$F = 1/8\theta + 32$$

$$F = 5\theta \Rightarrow 5\theta = 1/8\theta + 32 \Rightarrow 3/2\theta = 32 \rightarrow \theta = 10^\circ c$$

$$T = 10 + 273 = 283\ K$$

رابطه دماسنج‌ها با دماسنج نامشخص:

به صورت کلی اگر دمای ۲ نقطه مشخص برحسب سلسیوس و مقیاس دمایی خاصی مثل x را داشته باشیم به کمک روش تناسب می‌توان نوشت:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{\theta - \theta_1}{\theta_2 - \theta_1}$$

- x: دما در مقیاس x
- θ: دمای نقطه ۱ برحسب سلسیوس
- x_2: دمای نقطه ۲ در مقیاس x
- x_1: دمای نقطه ۱ در مقیاس x
- θ_2: دمای نقطه ۲ برحسب سلسیوس

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{T - T_1}{T_2 - T_1}$$

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{F - F_1}{F_2 - F_1}$$

مثال: دماسنجی دمای جوش آب را ۱۵۰° و دمای ۰°C را ۷۰° نشان می‌دهد این دماسنج دمای طبیعی بدن انسان را چه عددی نشان می‌دهد؟

۲۴	-۱۳
۸۴	۷۴

$$\frac{x-70}{150-70}=\frac{\theta-60}{100-60}\Rightarrow x-70=2\theta-120$$

$$\Rightarrow x=2\theta-50 \quad \xrightarrow[37^\circ C]{\text{دمای بدن انسان}} \quad \Rightarrow x=2(37)-50=24$$

نکات دماسنج جیوه‌ای یا الکلی:

① **ضخامت جداره:** هرچه ضخامت شیشه جداره مخزن نازک‌تر باشد مایع درون مخزن سریع‌تر با محیط تبادل گرمایی می‌کند و سریع‌تر دما را نشان می‌دهد. هرچه جداره لوله ضخیم‌تر باشد تبادل گرما از طریق لوله کم‌تری شود و دمای اندازه‌گیری شده دقیق‌تر است.

② **قطر لوله:** هرچه قطر لوله دماسنج کم‌تر باشد در اثر تغییر حجم مایع دماسنجی، ارتفاع مایع درون لوله بیش‌تر تغییر می‌کند و می‌توان کم‌ترین تغییر دما را اندازه‌گیری کرد.

③ **حجم مایع داخل مخزن:** هرچه حجم مایع داخل مخزن بیش‌تر باشد در اثر تغییر دما، تغییر حجم بیش‌تری شود بنابراین تغییر دما را دقیق‌تر نشان می‌دهد.

انواع انبساط: ① طولی ② سطحی ③ حجمی

تغییرات دما (ΔT یا ΔK)

انبساط طولی:

$$L_2=L_1(1+\alpha\Delta T)$$

L_2: طول نهایی، L_1: طول اولیه

(ثانویه)

$$\Delta L=L_1\cdot\alpha\cdot\Delta T$$

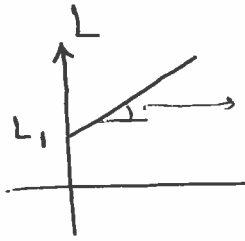
ΔL: تغییرات طول - افزایش یا کاهش

$$\text{درصد تغییر طول}\ \frac{\Delta L}{L_1}\times 100=\alpha\Delta T\times 100$$

α: ضریب انبساط طولی میله که بر حسب میله نقشی دارد و برحسب $\frac{1}{K}$ یا K^{-1} یا $\frac{1}{^\circ C}$ یا $^\circ C^{-1}$ می‌باشد

$$\Delta L=L_2-L_1$$

$$L_2 = L_1(1+\alpha\Delta T) \Rightarrow L_2 = L_1 + L_1\alpha\Delta T$$



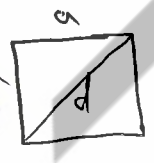
$$\text{شیب} = \alpha L_1 = \frac{\Delta L}{\Delta T}$$ (عوض از مبدا)

نکته: رابطه $\Delta L = L_1\alpha\Delta T$ برای محاسبه هرگونه تغییر طولی مثل تغییر قطر استوانه، تغییر محیط یک حلقه و بطور کلی تغییر فاصله بین دو نقطه برقرار است.

مثال مهم: طول ضلع یک مربع فلزی در دمای $0^\circ C$ برابر $10\sqrt{2}\,m$ است. اگر دمای آن را به $60^\circ C$ برسانیم قطر مربع چند متر خواهد شد؟

$\alpha = 2\times10^{-5}\ \frac{1}{K}$

۲۰/۰۱۲	۲۰/۰۱۲۴
۲۰/۱۲۴	۲۰/۱۲۲



می دانیم $d = a\sqrt{2}$

$$d = 10\sqrt{2}\times\sqrt{2} = 20\,m$$

$$\Delta L = L_1\cdot\alpha\cdot\Delta T = 20\times2\times10^{-5}\times60 = 24\times10^{2}\times10^{-5}$$

$$= 0.24\,m$$

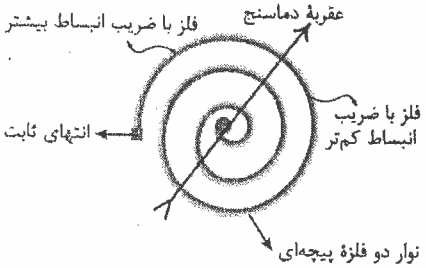
$$L_2 - L_1 = 0.24\,m \Rightarrow L_2 = 20 + 0.24 = \boxed{20.024\,m}$$

(L_1 عوض از ۲۰)

نکته: α (ضریب انبساط طولی) علاوه بر جنس ماده به دما نیز اندکی وابسته است. اما بدلیل آن که این وابستگی ناچیز است معمولاً آن را در محاسبات معمولی نادیده می گیریم.

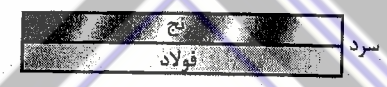
دماسنج نواری دوفلزه (بی متال): نوار دوفلزه، از ۲ تیغه فلزی متفاوت مانند برنج و آهن ساخته شده است که سر به سر هم جوش داده شده یا پرچ شده اند. فلز با ضریب انبساط بیشتر کمان خارجی و فلز با ضریب انبساط کمتر کمان داخلی را تشکیل می دهد. به همین دلیل با افزایش دما، نوار فلزی، حلزونی تر می شود و عقربه دماسنج به سمت راست می چرخد. از همین ویژگی یعنی خم شدن نوارها

برای اندازه‌گیری دما و ساخت دماسنج‌ها استفاده می‌شود.



دماپا (ترموستات)

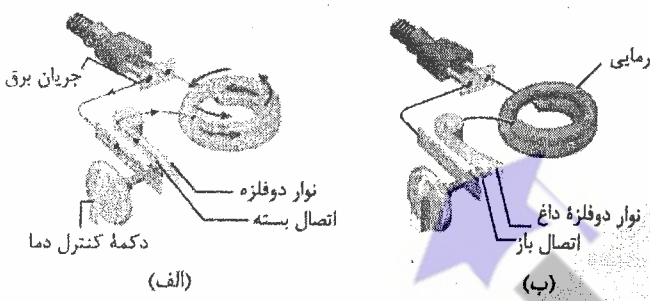
مشابه دماسنج نواری دوفلزه، دماپا دو تیغهٔ فلزی با طول یکسان و جنس مختلف (مثل برنج و فولاد) است که به طور کامل به هم متصل شده‌اند. مطابق شکل، در این‌جا هم، تیغه با ضریب انبساط بیشتر، کمان خارجی را تشکیل می‌دهد.



$\alpha_{\text{برنج}} > \alpha_{\text{فولاد}}$

در اثر گرم‌شدن دماپا به سمت فولاد (فلز با ضریب انبساط کم‌تر) خم می‌شود.

طرز کار دماپا: دماپا در مدار خیلی از وسیله‌های الکتریکی مثل یخچال، آبگرمکن، کتری برقی و ... به کار می‌رود. کار دماپا، قطع و وصل جریان هنگام گرم و سرد شدن مدار است. برای درک بهتر، شکل‌های مقابل را ببینید. در ابتدا (شکل الف)، با عبور جریان الکتریکی از کتری برقی، نوار دوفلزه گرم و به تدریج خم می‌شود تا این‌که جریان قطع شود (شکل ب). با قطع جریان و خاموش‌شدن کتری، دمای تیغهٔ فلزی کاهش می‌یابد و دوباره نوار به شکل اول خود برمی‌گردد. با این اتفاق مجدداً مدار وصل شده و کتری برقی روشن می‌شود.



انساط سطحی:

$A_2 = A_1(1 + 2\alpha\Delta T)$ ← مساحت ثانویه — مساحت اولیه

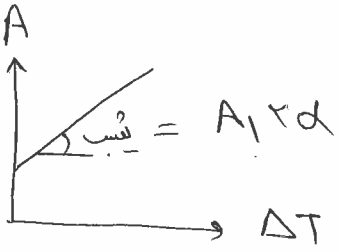
$\Delta A = A_1 \cdot 2\alpha \cdot \Delta T$ ← تغییر مساحت

افزایش یا کاهش مساحت

$\frac{\Delta A}{A_1} \times 100 = 2\alpha\Delta T \times 100$ ← درصد تغییر مساحت

$A_2 = A_1 + A_1 2\alpha\Delta T$

شیب انساط سطحی ← $\frac{\Delta A}{\Delta\theta} = 2\alpha A_1$



انبساط حجمی :

$\beta = 3\alpha$ جامد

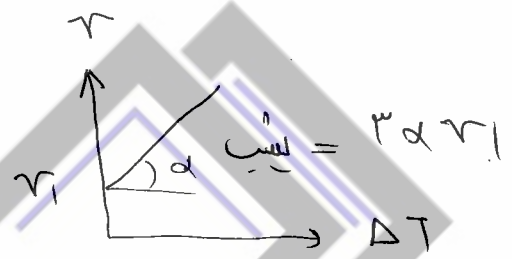
حجم نهایی $V_2 = V_1(1 + 3\alpha\Delta T)$

تغیرات حجم $\Delta V = V_1 \cdot 3\alpha\Delta T$

درصد تغییرات حجم $\frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = 3\alpha\Delta T \times 100$

$V_2 = V_1 + 3\alpha V_1 \Delta T$

شیب انبساط حجمی $= \frac{\Delta V}{\Delta\theta} = 3\alpha V_1$



ضریب انبساط طولی ← α ضریب انبساط سطحی ← 2α ضریب انبساط حجمی ← 3α

تجربی ۹۷ : یک میله آهن در اثر افزایش دمای ۵۰°C، ۰/۶ درصد به طولش اضافه می‌شود ضریب انبساط طولی این میله آهن در SI کدام است؟

$\frac{1,6\times10^{-5}}{8\times10^{-5}} \mid \frac{1,2\times10^{-5}}{6\times10^{-5}}$

$\Delta L = \frac{0/6}{100} L_1 = 6\times10^{-3} L_1$

$\frac{\Delta L}{L_1} = \alpha \cdot \Delta T \Rightarrow 6\times10^{-3} = \alpha \times 50$

$\alpha = \frac{6\times10^{-3}}{50} = \frac{6\times10^{-3}}{5\times10^{1}} = 1,2\times10^{-5}$

ریاضی ۸۰ : ضریب انبساط طولی فلزی $۲/۵\times۱۰^{-۵}\ K^{-۱}$ است دمای یک میله از آن فلز را چند درجه سلسیوس افزایش دهیم تا بر طول آن به اندازه ۰/۰۰۱ طول اولیه اضافه شود؟

۴۰ | ۳۰
۶۰ | ۵۰

$$\Delta L = ۰/۰۰۱ L_۱$$

$$\frac{\Delta L}{L_۱} = \alpha \Delta T \Rightarrow \frac{۰/۰۰۱ L_۱}{L_۱} = ۲/۵\times۱۰^{-۵} \times \Delta T$$

$$۱۰^{-۳} = ۲۵\times۱۰^{-۶}\ \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{۱۰^{-۳}}{۲۵\times۱۰^{-۶}}$$

$$\Delta T = \frac{۱۰^{۳}}{۲۵} = \frac{۱۰۰۰}{۲۵} = ۴۰$$

تجربی ۸۰ : طول یک پل براثر ۲۵°C افزایش دما ۲/۵ cm اضافه شده است اگر ضریب انبساط طولی پل $۱/۲۵\times۱۰^{-۵}\ K^{-۱}$ باشد طول پل چند متر است؟

۸۰ | ۶۰
۱۲۰ | ۱۰۰

$$\Delta L = L_۱ \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

$$۲/۵\times۱۰^{-۲} = L_۱ \times ۱/۲۵\times۱۰^{-۵} \times ۲۵$$

$$L_۱ = \frac{۲/۵\times۱۰^{-۲}}{۱/۲۵\times۱۰^{-۵}\times۲۵} = \frac{۲۵\times۱۰^{-۳}}{۱۲۵\times۲۵\times۱۰^{-۷}}$$

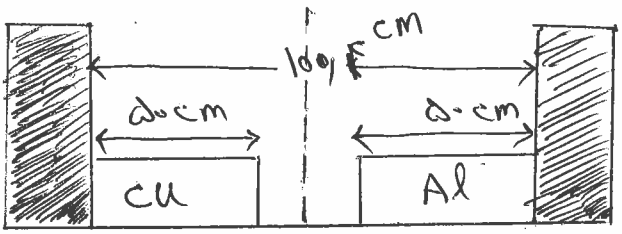
$$= \frac{۱۰^{۴}}{۱۲۵} = \frac{۱۰۰۰\times۱۰}{۱۲۵} = ۸۰$$

تجربی ۹۸ خ : دو میله مسی و آلومینیومی بین ۲ دیواره ثابت قرار دارند دمای ۲ میله را چند کلوین بالا ببریم تا دو میله به یکدیگر برسند؟

۳۷۲ | ۴۷۰
۳۰۰ | ۲۵۰

مس $\alpha = ۱/۷\times۱۰^{-۵}\ K^{-۱}$

$\alpha_{Al} = ۲/۳\times۱۰^{-۵}\ K^{-۱}$



فاصله کل ← ۱۰۰٫۴ cm جمع طول ۲ میله ← ۱۰۰cm ← یعنی جهت انبساط برای آن‌که ۲ میله بهم برسند باید جمع ΔL آن‌ها ۰٫۴cm شود = ۱۰۰٫۴ − ۱۰۰

$$\Delta L_{Cu} + \Delta L_{Al} = 0.4\ cm$$

$$L_1 \alpha \Delta T + L_1 \alpha \Delta T = 0.4 \times 10^{-2}$$

$$L_1 \left(\frac{\alpha \Delta T}{Cu} + \frac{\alpha \Delta T}{Al} \right) = 4 \times 10^{-3}$$

فاکتور L_1

$$50 \times 10^{-2} \left(1.7 \times 10^{-5} \times \Delta T + 2.3 \times 10^{-5} \Delta T \right) = 4 \times 10^{-3}$$

$$5 \times 10^{-1} \left(\Delta T (1.7 \times 10^{-5} + 2.3 \times 10^{-5}) \right) = 4 \times 10^{-3}$$

$$\Delta T = \frac{4 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-5} \times 5 \times 10^{-1}} = \frac{1.3}{5} = 200$$

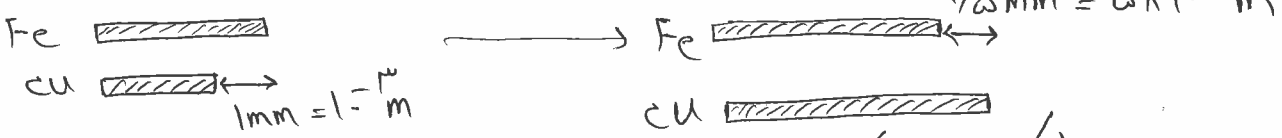
تحریر ۹۵ طول یک میله آهنی در دمای صفر درجه سلسیوس، یک میلی‌متر بیش‌تر از طول یک میله مسی در همین دما است. اگر دمای میله‌ها را به ۱۰۰°C برسانیم، طول میله مسی ۰٫۵mm بیش‌تر از طول میله آهنی خواهد شد. طول اولیه میله آهنی چند متر است؟

$\alpha_{Fe} = 1.2 \times 10^{-5}$

$\alpha_{Cu} = 1.8 \times 10^{-5}$

۲٫۴۹۸	۱٫۱۰۲
۲٫۴۴۸	۲٫۵۰۳

حالت اول



میله مسی در ابتدا یک میلی‌متر کوتاه‌تر از میله آهنی است ولی در نهایت ۰٫۵mm بلندتر از میله آهنی می‌شود. لذا افزایش طول میله مسی ۱٫۵mm بیش‌تر از میله آهنی است.

۱۰

$$\Delta L_{cu} - \Delta L_{Fe} = 1/5$$

$$\alpha L \Delta T)_{cu} - \alpha L \Delta T)_{Fe} = 1/5$$

$$L_{cu} = L_{Fe} - 1$$

$$1/8 \times 10^{-5} \times (L_{Fe} - 1) \times 100 - 1/2 \times 10^{-5} \times L_{Fe} \times 100 = 1/5$$

$$100 \times 1/8 \times 10^{-5} L_{Fe} - 100 \times 1/8 \times 10^{-5} - 100 \times 1/2 \times 10^{-5} L_{Fe} = 1/9$$

$$L_{Fe}(100 \times 1/8 \times 10^{-5} - 100 \times 1/2 \times 10^{-5}) = 1/5 + 100 \times 1/8 \times 10^{-5}$$

$$L_{Fe}(18 \times 10^{-4} - 12 \times 10^{-4}) = 1/5 + 18 \times 10^{-4}$$

$$L_{Fe} = \frac{1/5 + 18 \times 10^{-4}}{6 \times 10^{-4}} = \frac{1/5}{6 \times 10^{-4}} + \frac{18 \times 10^{-4}}{6 \times 10^{-4}}$$

$$= \frac{15 \times 10^{-1}}{60 \times 10^{-5}} = (0/25 \times 10^{4} + 0/3) \times 10^{-3}$$

$$mm \rightarrow m$$

$$= (2500 + 0/3) \times 10^{-3}$$

$$= \boxed{2/503\,m}$$

تجربی خارج ۹۳ طول ۲ میله‌ی فلزی A و B در دمای ۲۰°c هریک برابر ۲ متر است دمای دو میله را چند درجه سلسیوس افزایش دهیم تا اختلاف طول آن‌ها برابر ۰/۸mm شود؟

$\alpha_A = 12 \times 10^{-6}\,c^{-1}$

$\alpha_B = 20 \times 10^{-6}\,c^{-1}$

۵۰	۳۰
۱۰۰	۷۰

طول اولیه و تغییرات دمای هر دو میله یکسان است فقط کافی است افزایش طول B به اندازه ۰/۸mm بیش‌تر از افزایش طول A باشد.

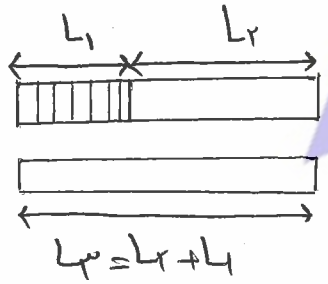
$$\Delta L_A = \alpha_A L_1 \Delta T \quad \Longrightarrow \quad \Delta L_B - \Delta L_A = (\alpha_B - \alpha_A) L_1 \Delta T$$

$$\Delta L_B = \alpha_B L_1 \Delta T$$

$$۰/۸\times۱۰^{-۳} = (۲۰-۱۲)\times۱۰^{-۶} \times ۲ \times \Delta T$$

$$\Delta T = \frac{۸\times۱۰^{-۴}}{۸\times۲\times۱۰^{-۶}} = ۰/۵\times۱۰^{۲} = ۵۰$$

ریاضی ۸۴ دردمای صفر درجه سلسیوس مجموع طول میله‌های یکسان به هم چسبیده L_1، L_2 با طول میله L_3 برابر است و ضریب انبساط طولی میله‌ها نیز به ترتیب $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ است. اگر دمای هر سه میله را به اندازه ΔT بالاتر از صفر ببریم تا طول برقرار باشد کدام رابطه درست است؟



$$\Delta L_3 = \Delta L_2 + \Delta L_1$$

$$\alpha_3 L_3 \Delta T = \alpha_2 L_2 \Delta T + \alpha_1 L_1 \Delta T$$

$$\Delta T(\alpha_3 L_3) = \Delta T(\alpha_2 L_2 + \alpha_1 L_1)$$

$$\alpha_3 = \frac{\alpha_2 L_2 + \alpha_1 L_1}{L_3}$$

تجربی ۹۳ : ضریب انبساط طولی یک حلقه فلزی برابر $۲\times۱۰^{-۵}\,C^{-۱}$ است. دمای این حلقه را به اندازه $۵۰^\circ C$ افزایش دهیم. مساحت حلقه چند درصد افزایش می‌یابد؟

محیط حلقه ← شعاع و قطر ← از جنس طول ← انبساط طولی

$$\frac{\Delta L}{L_1} = \alpha \Delta\theta \times ۱۰۰ \longrightarrow \frac{\Delta L}{L_1} = ۲\times۱۰^{-۵} \times ۵۰ \times ۱۰۰$$

$$= ۱۰^{-۵}\times۱۰^{۴} = ۰/۱\,\%$$

نکته) اگر قرار باشد در هر دمایی اختلاف طول دو میله برابر باشد باید تغییرات طول آن‌ها به ازای هر تغییر دمایی یکسان باشد.

مثال) دو میله با ضرایب انبساط طولی در دمای اولیه مشابه $\begin{cases}\alpha_A = 1.5\times10^{-5} \ ^\circ C^{-1} \\ \alpha_B = 1.18\times10^{-5} \ ^\circ C^{-1}\end{cases}$

قرار دارند و اختلاف طول آن‌ها 4cm است. اگر دمای آن‌ها را به یک اندازه بالا ببریم اختلاف طول آن‌ها تغییر نمی‌کند. طول میله کوتاه‌تر در دمای اولیه چند سانتی‌متر است؟

20	10
40	20

$L_A - L_B = 4cm$

$\Delta T_A = \Delta T_B$ ، $\Delta L_A = \Delta L_B$

$L_A\alpha_A\Delta T_A = L_B\alpha_B\Delta T_B$

$1.5 L_A = 1.18 L_B$

$L_A = 1.2 L_B$

$L_A - L_B = 4 \xrightarrow{L_A = 1.2L_B}$

$1.2L_B - L_B = 4 \rightarrow 0.2L_B = 4 \rightarrow L_B = 20\,cm$

$L_A = 24\,cm$

$\alpha_B > \alpha_A \Rightarrow L_A > L_B$ (هم)

ریاضی ۹۳) دمای یک قرص فلزی را $250^\circ C$ افزایش می‌دهیم در نتیجه مساحت آن ۱٪ افزایش می‌یابد ضریب انبساط حجمی فلز کدام است؟

2×10^{-5}	2×10^{-5}
4×10^{-6}	2×10^{-6}

$\Delta A = \frac{1}{100}A_1$

$\frac{\Delta A}{A_1} = 2\alpha\Delta T \rightarrow \frac{1}{100} = 2\alpha \times 250$

$\Rightarrow \alpha = \frac{1}{200\times250} = \frac{1}{5\times10^4} \rightarrow = 0.2\times10^{-4} = 2\times10^{-5}$

تجربی ۹۴: ضریب انبساط طولی فلزی $10^{-5} K^{-1}$ است. آلومینیوم قطعه‌ای از این فلز را $100^\circ C$ افزایش دهیم حجم آن چند درصد افزایش می‌یابد؟

۳ | ۱
۰/۳ | ۰/۱

$$\frac{\Delta V}{V_1} = 3\alpha \Delta T \times 100$$
$$= 3\times 10^{-5} \times 100 \times 100 = 3\times 10^{-5}\times 10^4$$
$$= 0/3\ \%$$

ریاضی ۹۷: دمای یک قرص فلزی $100K$ افزایش می‌یابد. گرمای اولیه آن $10cm$ باشد و ضخامت اولیه آن $4mm$ باشد. تغییر حجم قرص چند سانتی‌مترمکعب است؟ $\pi = 3$

$\alpha = 5\times 10^{-5} K^{-1}$

۱/۲ | ۰/۱۲
۰/۱۸ | ۱/۸

$$\Delta V = V_1\, 3\alpha\, \Delta T$$
$$\Delta V = \pi r^2 h \cdot 3\alpha \cdot \Delta T$$
$$= 3\times 10^2 \times 4\times 10^{-1} \times 3\times 5\times 10^{-5} \times 100$$
$$= 180\times 10^{-2} = 1/8\, cm^3$$

تجربی ۹۸: ضریب انبساط طولی آلومینیوم $2/3\times 10^{-5} K^{-1}$ است و روی یک ورقه تخت آلومینیومی حفره دایره‌ای شکل ایجاد کرده‌ایم که مساحت آن در دمای صفر درجه سلسیوس $50\, cm^2$ است. آلدسی ورقه را به آرامی به $80^\circ C$ برسانیم مساحت حفره چند سانتی‌متر مربع می‌شود؟

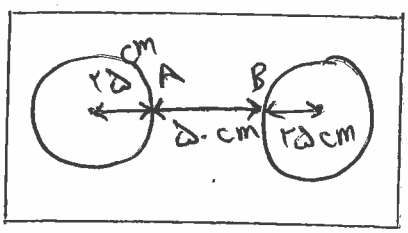
$A_2 = ?$

۴۹/۹۰۸ | ۴۹/۸۱۶
۵۰/۱۸۴ | ۵۰/۰۹۲۰

$$\Delta A = A_1 \cdot 2\alpha \cdot \Delta T$$
$$\Delta A = 50 \times 2\times 2/3\times 10^{-5} \times 80 = 18/4\times 10^{-2}$$
$$= 0/184\, cm^2$$

$$\Delta A = A_2 - A_1$$
$$0/184 = A_2 - 50 \rightarrow A_2 = 50/184$$

تجربی خ ۹۵ : دوسیم یک صفحه فلزی نازک که ضریب انبساط سطحی آن $۳/۶\times۱۰^{-۵}K^{-۱}$ است دو دایره به شعاع‌های ۲۵cm را در دمای صفر درجه سلسیوس خارج نموده‌ایم اگر دمای صفحه را به آرامی از ۰°c به ۲۰۰°c برسانیم فاصله AB چند میلی متری شود ؟



۴۹۸/۲	۴۹۶/۴
۵۰۳/۶	۵۰۱/۸

$$۲\alpha = ۳/۶\times۱۰^{-۵} \longrightarrow \alpha = ۱/۸\times۱۰^{-۵}$$

$$\Delta L = L_۱ . \alpha . \Delta T = ۵۰ \times ۱/۸\times۱۰^{-۵} \times ۲۰۰$$

$$= ۱۰^{۴}\times۱۸\times۱۰^{-۴} = ۰/۱۸ cm = ۱/۸ mm$$

$$\Delta L = L_۲ - L_۱ \Rightarrow L_۱ = \Delta L + L_۱$$

$$۵۰۰ mm + ۱/۸ mm = ۵۰۱/۸ mm$$

گلدسای یک ظرف فلزی را ۵۰۰°c افزایش دهیم ۲٪ مساحت اولیه افزوده می‌شود ضریب انبساط حجمی فلز ظرف در SI چقدر است؟

$۱/۲\times۱۰^{-۵}$	۹×۱۰^{-۵}
$۱/۲\times۱۰^{-۴}$	۴×۱۰^{-۵}

$$\Delta A = \frac{۲}{۱۰۰} A_۱$$

$$\Delta A = A_۱ ۲\alpha \Delta T$$

$$\frac{۲}{۱۰۰} A_۱ = A_۱ ۲\alpha \times ۵۰۰$$

$$\alpha = \frac{۲}{۱۰۰\times۲\times۵۰۰} = \frac{۱}{۵\times۱۰^{۴}} = ۰/۲\times۱۰^{-۴}$$

$$= ۲\times۱۰^{-۵} \xrightarrow{۳\alpha} ۶\times۱۰^{-۵}$$

ریاضی ۹۱ : با یک میله آن قدر گرما می دهیم تا طول آن یک درصد افزایش یابد حجم آن تقریباً چند درصد افزایش می یابد؟

$$\frac{\Delta L}{L_1} = \alpha \Delta T = 1\%$$

$$\frac{\Delta V}{V_1} = 3\alpha \Delta T = 3\%$$

نکته: هرگاه برای انبساط، طولی از یک جسم جامد ۱ درصد تغییر کند مساحت آن تقریباً ۲ درصد و حجم آن تقریباً ۳ درصد تغییر می کند.

انبساط ظاهری مایعات : به هنگام گرم شدن یک ظرف علاوه بر مایع داخل ظرف خود ظرف نیز منبسط می شود هرگاه افزایش حجم مایع بیش تر از ظرف باشد مایع بیرون می ریزد و هرگاه افزایش حجم مایع برابر با افزایش حجم ظرف باشد مایع تغییری نخواهد کرد و هرگاه تغییر حجم مایع کمتر از تغییر حجم ظرف باشد مایع پایین تر خواهد آمد.

برای مایع $\longrightarrow \Delta V = V_1 \beta_1 \Delta T$

برای ظرف $\longrightarrow \Delta V' = V_1 \beta_2 \Delta T$

$$\Delta V = \underset{\text{مایع}}{\Delta V} - \underset{\text{ظرف}}{\Delta V'} = V_1 (\beta_1 - \beta_2) \Delta T$$

مثال : استوانه مدرجی به حجم $50\,cm^3$ از مایعی لبریز است اگر ضریب انبساط حجمی مایع 0.008 و ضریب انبساط خطی استوانه 0.002 باشد به ازای $100^\circ C$ افزایش دما چند سانتی متر مکعب از مایع بیرون می ریزد؟

۱۰	۵
۲۰	۱۵

$$\Delta V = V_1 (\beta_1 - \beta_2) \Delta T$$

$$\Delta V = 50 (0.008 - 3 \times 0.002) \times 100 = 50 \times 0.002 \times 100 = 10\,cm^3$$

مثال استوانه مدرجی به حجم $52\,cm^3$ دارای $50\,cm^3$ از مایعی با ضریب انبساط حجمی 0.8×10^{-3} است. اگر ضریب انبساط ظرف استوانه 0.2×10^{-3} باشد به ازای چند درجه سانتی‌گراد افزایش دما مایع شروع به سرریز می‌کند؟

۱۰	۵
۲۰	۱۵

مایع ↑

$$\Delta V = V_1(\beta_1 - \beta_2)\Delta T$$

$$52 - 50 = 50\left(0.8 - 0.6\right) \times \Delta T$$

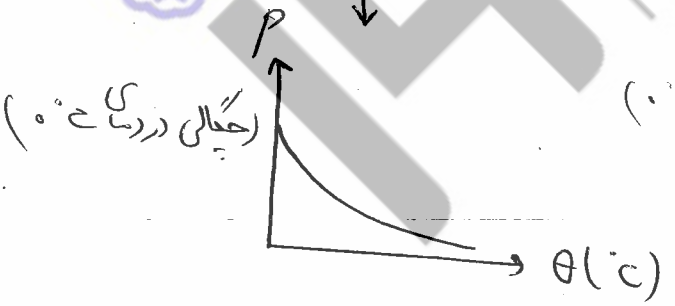
$$2 = 50 \times 0.2 \times \Delta T \longrightarrow \Delta T = \frac{2}{5 \times 10 \times 2 \times 10^{-3}}$$

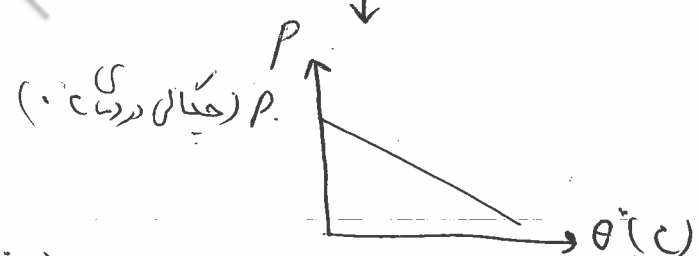
$$\Delta T = 0.2 \times 10^2 = 20$$

تغییرات چگالی با دما

افزایش دما، جرم جسم را افزایش نمی‌دهد ولی بر حجم آن تأثیری نمی‌گذارد پس طبق رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ انتظار داریم که با افزایش دما حجم افزایش و در نتیجه چگالی کاهش یابد

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \beta \Delta T} \Longrightarrow \rho = \rho_0(1 - \beta \Delta\theta) \Longrightarrow \Delta\rho = -\rho_0 \beta \Delta\theta$$





درصد تغییرات چگالی $\longrightarrow \frac{\Delta\rho}{\rho_0} \times 100 = -\beta \Delta\theta \times 100$

ریاضی خ ۹۸: یک گلوله سربی به شعاع ۱cm و جرم ۴۴gr در دمای ۰°c قرار دارد اگر دمای گلوله به ۱۰۰°c برسد چگالی آن چند $\frac{kg}{m^3}$ و چگونه تغییر می‌کند؟

۳۳ کاهش	۳۳ افزایش
۹۹ کاهش	۹۹ افزایش

$(\pi=3,\ \alpha=3\times10^{-5}\,K^{-1})$

$$\Delta\rho=-\rho_0\,\beta\,\Delta\theta$$

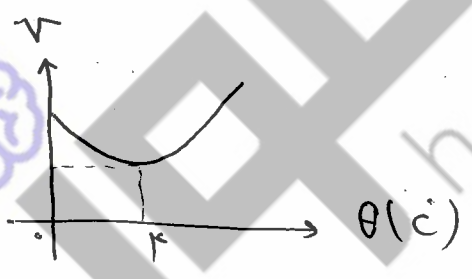
$$\rho_0=\frac{m}{V}=\frac{m}{\frac{4}{3}\pi r^3}=\frac{44\times10^{-3}}{\frac{4}{3}\times3\times1\times10^{-6}}=11\times10^3\ \frac{kg}{m^3}$$

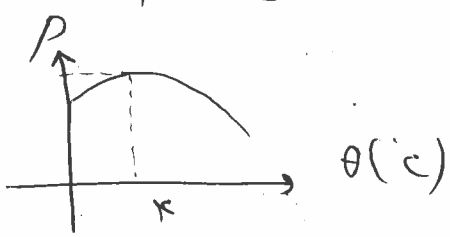
$$\Delta\rho=-11\times10^3\times3\times3\times10^{-5}\times100=-99$$

---

* انبساط غیرعادی آب *

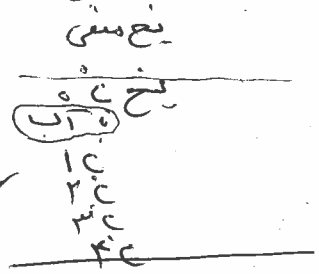
حجم بیشتر مایع‌ها با کم شدن دما کاهش می‌یابد و تا رسیدن به نقطه انجماد این کاهش حجم ادامه دارد درمورد آب این داستان کمی متفاوت است به این صورت که با کاهش دما از ۱۰۰°c تا ۴°c آب هم مثل هر مایع دیگری حجمش کم می‌شود ولی از ۴°c تا ۰°c رفتار آب غیرعادی می‌شود و کاهش دما باعث افزایش حجم آب می‌شود.





① کم‌ترین حجم و بیشترین چگالی آب در دمای ۴°c است.

② چگالی غیرعادی آب در محدوده ۰°c تا ۴°c باعث می‌شود که آب با دمای ۴°c (لزوماً) پایین‌تر از آب با دمای ۰°c (سردتر) قرار بگیرد به همین دلیل آب همواره از بالا به پایین یخ می‌زند.



③ در دمای ۴°c تغییرات چگالی آب به حداقل می‌رسد

مثال یک سیم را خنک می‌کنیم تا طول آن ۱۰٪ کاهش یابد چگالی آن تقریباً چند برابر می‌شود؟

$$\frac{\Delta L}{L_1} = \alpha \Delta\theta = -10\%$$

$$\frac{\Delta V}{V_1} = 3\alpha\Delta\theta = -30\% \Rightarrow V_2 = 0.7 V_1$$

$$\Rightarrow \rho_1 = 0.7 \rho_2$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{10}{7}$$

گرما: نوعی انرژی است که بدلیل اختلاف دما از جسم گرم به جسم سرد منتقل می‌شود گرما را با نماد Q نمایش می‌دهند و یکای آن ژول است. انتقال گرما تا زمانی ادامه می‌یابد که دو جسم هم دما شوند و یا به اصطلاح به تعادل گرمایی برسند.

گرما انرژی انتقال یافته بین دو جسم است و عبارت گرمای جسم نادرست است. به عبارت دیگر گرما مربوط به انرژی در حال گذار است.

* آزمایش ژول نشان داد که کار نیروی وزن برابر با مقدار گرمای لازم برای افزایش دمای آب است.
* وقتی دو جسم سرد و گرم در تماس با هم قرار بگیرند از دیدگاه میکروسکوپی آنچه اتفاق می‌افتد کاهش انرژی‌های پتانسیل و جنبشی مربوط به حرکت‌های کاتوره‌ای اتم‌ها، مولکول‌ها و سایر اجزای میکروسکوپی داخل جسم گرم، و افزایش همین انرژی‌ها در داخل جسم سرد است تا آن‌که دو جسم به تعادل گرمایی برسند.

ظرفیت گرمایی: مقدار گرمایی که به یک جسم (به جرم m) داده می‌شود تا دمای آن جسم $1^\circ C$ افزایش پیدا کند. به جنس و جرم بستگی دارد. مثلاً اگر ظرفیت گرمایی یک جسم $2000 J/K$ است یعنی اگر به آن جسم $2000 J$ گرما بدهیم دمای آن $1K$ افزایش پیدا می‌کند.

$$Q = C \Delta T$$

(C: ظرفیت گرمایی)

گرمای ویژه : مقدار گرمایی است که به یک کیلوگرم از جسمی داده می‌شود تا دمای آن یک درجه سلسیوس (یا یک کلوین) افزایش یابد.

ظرفیت گرمایی

$$c = \frac{C}{m}$$ ← گرمای ویژه

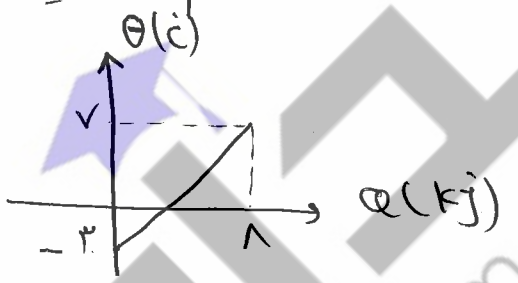
گرمای ویژه فقط به جنس بستگی دارد.

$$Q = mc\Delta\theta$$

$$c \rightarrow \frac{J}{kg.K}$$

ریاضی خارج ۹۶ : نمودار تغییرات دما برحسب گرمای داده شده به جسمی به جرم ۲kg مطابق شکل است. چند کیلوژول گرما لازم است تا دمای این جسم ۳ کلوین افزایش یابد؟

۴,۸	۶
۲,۴	۳



$$\begin{cases} \Delta\theta = \Delta T = 10 \\ Q = 8kj \end{cases}$$

۱۰K	۸ kj
۱K	x = ?

$$1K \rightarrow 0.8\ kj$$

$$3K \rightarrow 0.8 \times 3 = 2,4kj$$

روش دوم

$$C_{بزرگ} = 0.8\ kj = 800\ j/K$$

$$C_{کوچک} = \frac{C}{m} = \frac{800}{2} = 400\ j/kg\,K$$

$$Q = mc\Delta\theta = 2 \times 400 \times 3 = 2400j = 2,4kj$$

تجربی خ ۹۸: گرمای ویژه آب $4200 \frac{J}{kgK}$ است چند کیلوژول گرما به یک کیلوگرم آب بدهیم تا دمای آن ۹ درجه مارپنهایت افزایش یابد؟

۴۲	۲۱
۱۸/۹	۳۷/۸

$$\Delta F = 1/8\,\Delta T \Rightarrow 9 = 1/8\,\Delta T \rightarrow \Delta T = \frac{9}{1/8} = \frac{9}{18\times10^{-1}}$$

$$= \frac{90}{18} = 5 \Rightarrow \Delta T = \Delta\theta = 5$$

$$Q = mc\Delta\theta = 1 \times 4200 \times 5 = 21000\,J \xrightarrow{\div 1000} 21\,kJ$$

تجربی خ ۹۶: یک لوله مسی را بریده و جرم آن را نصف می‌کنیم ظرفیت گرمایی و گرمای ویژه آن به ترتیب چند برابری شوند؟

$\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$ و ۱
۱ و ۱	$\frac{1}{2}$ و ۱

ظرفیت گرمایی تابع جرم $C \longrightarrow \frac{C}{2}$

c تابع جرم نیست ← گرمای ویژه $c \longrightarrow c$

گرمای Q دمای ۳ گرم از ماده A را ۵ درجه سلسیوس و دمای ۲ گرم از ماده B را ۳ درجه سلسیوس بالا می‌برد گرمای ویژه ماده A چند برابر گرمای ویژه ماده B است؟

$$Q_A = m_A c_A \Delta\theta_A \Rightarrow \text{چون } Q_A = Q_B$$
$$Q_B = m_B c_B \Delta\theta_B$$

$$m_A c_A \Delta\theta_A = m_B c_B \Delta\theta_B$$

$$3 \times c_A \times 5 = 2 \times c_B \times 3$$

$$c_A = \frac{2}{5} c_B$$

تجربی ۹۶: حجم جسم A دوبرابر حجم جسم B و چگالی آن ۰/۸ چگالی جسم B است اگر گرمای ویژه A، نصف گرمای ویژه B باشد و به هردو با یک اندازه گرما بدهیم افزایش دمای جسم A چند برابر افزایش دمای جسم B می‌شود؟

۴/۵	۵/۴
۲/۳	۳/۲

$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V$

$V_A = 2V_B$

$\rho_A = 0.8\rho_B$

$c_A = \frac{1}{4}c_B$

$Q_A = Q_B \longrightarrow m_A c_A \Delta\theta_A = m_B c_B \Delta\theta_B$

$\frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = ?$

$\rho_A V_A c_A \Delta\theta_A = \rho_B V_B c_B \Delta\theta_B$

$0.8\rho_B \times 2V_B \times \frac{1}{4}c_B \times \Delta\theta_A = \rho_B \times c_B \times V_B \Delta\theta_B$

$2 \times \frac{0.8}{2}\Delta\theta_A = \Delta\theta_B \rightarrow \Delta\theta_A = \frac{1}{0.8}\Delta\theta_B$

$\Delta\theta_A = \frac{10}{8}\Delta\theta_B$

تجربی ۹۸: به دو جسم هم‌جنس هم‌حجم A و B گرمای مساوی داده‌ایم اگر گرمای ویژه A، ۲ برابر گرمای ویژه B و همچنین چگالی A دوبرابر چگالی B باشد تغییر دمای جسم A چند برابر تغییر دمای جسم B است؟

۱/۲	۱/۴
۱	۴

$Q_A = Q_B$

$V_A = V_B$

$c_A = 2c_B$

$Q_A = Q_B$

$\rho_A = 2\rho_B$

$\frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = ?$

$\Rightarrow \rho_A V_A \times c_A \times \Delta\theta_A = \rho_B V_B \times c_B \times \Delta\theta_B$

$2\rho_B \times 2c_B \times \Delta\theta_A = \rho_B \times c_B \times \Delta\theta_B$

$\Delta\theta_A = \frac{1}{4}\Delta\theta_B$

تجربی ۹۱ : یک گلوله سربی به جرم ۲۰ گرم با سرعت $400\frac{m}{s}$ با یک قطعه چوب برخورد می‌کند و درون آن متوقف می‌شود اگر ۵۰ درصد انرژی جنبشی اولیه گلوله صرف گرم کردن خودش شود و گرمای ویژه سرب $125\frac{J}{kg.K}$ باشد دمای گلوله چند کلوین افزایش می‌یابد؟

یعنی نصف انرژی جنبشی = گرما

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times K = mc\Delta\theta$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times m \times 400^2 = m \times 125 \times \Delta\theta$$

$$\frac{400^2}{4} = 125 \times \Delta\theta \rightarrow \Delta\theta = \frac{400 \times 400}{4 \times 125}$$

$$\Delta\theta = \frac{160000}{125} = 320\,K$$

نکته

$$1\,cal = 4.18\,J \simeq 4.2\,J \rightarrow c_{آب} = 4200\frac{J}{kg.K} = 1\frac{cal}{g.C}$$

اگر جسم گرما بگیرد $\rightarrow Q > 0 , \Delta\theta > 0$

اگر جسم گرما از دست بدهد $\rightarrow Q < 0 , \Delta\theta < 0$

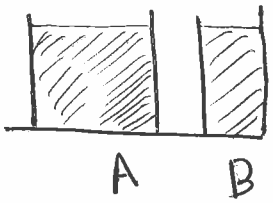
توان گرمایی : به آهنگ مبادله گرمایی توان گرمایی می‌گویند به عبارت دیگر به مقدار گرمای مبادله شده در زمان، توان گرمایی می‌گویند و با P نشان می‌دهند.

$$P = \frac{Q}{t} \qquad J/s = W$$

نکته: اگر توان مصرفی گرمکن برابر P باشد انرژی مصرفی در مدت t برابر Pxt است و بازده گرمکن از رابطه $R\alpha = \frac{Q}{Pt} \times 100$ بدست می‌آید.

Q گرمای داده شده

مثال در شکل روبرو ۲ ظرف A و B پر از آب ۲۰ درجه سانتی‌گراد هستند کدام گزینه در مورد آب درون هر دو ظرف یکسان است؟



× ① انرژی درونی ← هم به تعداد ذرات و هم انرژی هر ذره مرتبط

× ② ظرفیت گرمایی ← $m_A > m_B \rightarrow C_A > C_B$

× ③ نیروی وارده به کف ظرف ← $F = P \cdot A$ حتی‌ها متفاوت است

✓ ④ انرژی جنبشی متوسط مولکول‌ها

نکته: انرژی جنبشی متوسط مولکول‌ها با دما متناسب است.

---

۹۹ دمای یک کره فلزی را ۸۰°C افزایش می‌دهیم حجم آن ۰/۸ درصد افزایش می‌یابد اگر دمای این کره را ۹۰°C افزایش دهیم سطح کره چند درصد افزایش می‌یابد؟

$$\frac{\Delta V}{V_1} = 3\alpha \Delta\theta \times 100$$

$$\frac{\Delta A}{A_1} = 2\alpha \Delta\theta \times 100$$

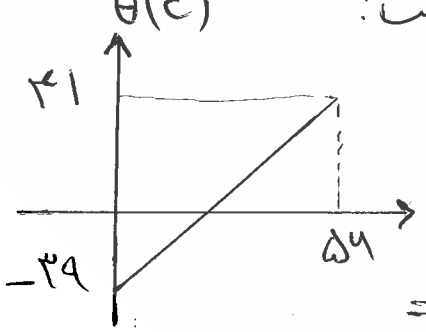
$$\Rightarrow \frac{\frac{\Delta V}{V_1}}{\frac{\Delta A}{A_1}} = \frac{3\alpha \Delta\theta \times 100}{2\alpha \Delta\theta \times 100}$$

$$\frac{0.8}{x} = \frac{3 \times 80}{2 \times 90}$$

$$\Rightarrow x = \frac{2 \times 90 \times 8 \times 10^{-2}}{3 \times 80} = \frac{4 \times 10^{-2}}{1} = 0.04\ \%$$

---

۹۹ به مایعی به جرم ۵۰۰g در هر دقیقه ۱۰۰J گرما می‌دهیم اگر نمودار تغییرات دما بر حسب زمان به صورت شکل زیر باشد گرمای ویژه مایع در SI کدام است؟



$$1' \rightarrow 100\,J$$

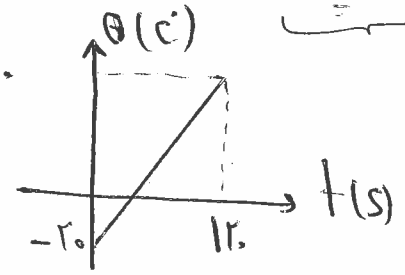
$$54' \rightarrow 5400\,J$$

$$Q = mc\Delta\theta$$

$$5400 = \frac{5}{100} \times c \times (41 - (-39))$$

$$\Rightarrow c = 1400$$

ریاضی ۹۱ نمودار تغییرات دمای جسم جامدی به جرم ۱۰۰ گرم برحسب زمان مطابق شکل است. گرمای ویژه جسم ۴۰۰ $\frac{J}{kg.K}$ باشد، جسم در هر ثانیه چند ژول گرما گرفته است؟



$\frac{J}{s}$ ← توان

$$Q = mc\Delta\theta = \frac{100}{1000} \times 400 \times 60 = 2400\,J$$

در ۱۲۰ ثانیه

$$P = \frac{Q}{t} = \frac{2400}{120} = 20$$

جسمی به جرم ۲kg بدون تغییر حالت ۴۰kJ گرما از دست می‌دهد. گرمای اولیه جسم ۵۰°c باشد، دمای ثانویه آن به چند درجه سلسیوس می‌رسد؟

$c = 400 \frac{J}{kg.c}$

۲۵	۰
۱۰۰	۵۰

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow -20 \times 10^3 = 2 \times 400 \times \Delta\theta$$

$$\Delta\theta = \frac{-40000}{2 \times 400} = -50$$

$$\theta_2 - \theta_1 = -50 \rightarrow \theta_2 = -50 + \theta_1 = -50 + 50 = 0$$

---

(۹۹) به ۲ گلوله فلزی توپر A و B که جرم مساوی دارند و حجم گلوله B، ۴ برابر حجم گلوله A است. گرمای مساوی می‌دهیم آهنگ گرمای ویژه A نصف گرمای ویژه B و ضریب انبساط خطی A نصف ضریب انبساط خطی B باشد، تغییر حجم گلوله A چند برابر تغییر حجم گلوله B است؟ . . .

$$Q_A = Q_B \rightarrow m_A c_A \Delta\theta_A = m_B c_B \Delta\theta_B$$

$$\frac{1}{2} c_B \times \Delta\theta_A = c_B \times \Delta\theta_B$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta\theta_A = 2\Delta\theta_B}$$

$$\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{V_A \cdot 3\alpha_A \alpha \Delta\theta_A}{V_B \cdot 3\alpha_B \cdot \Delta\theta_B} = \frac{V_A \times \frac{1}{2}\alpha_B \times 2\Delta\theta_B}{4V_A \alpha \alpha_B \times \Delta\theta_B}$$

$$= \boxed{\frac{1}{4}}$$

ص ۲۵

برای گرم کردن ۲۰۰ گرم آب از یک گرمکن ۲۰۰ واتی با اتلاف ناچیز استفاده می‌کنیم زمان لازم برای رساندن آب از ۲۰°C به ۱۰۰°C چند ثانیه است؟ $c = 4200 \frac{J}{kg.K}$

$$P = \frac{Q}{t} \Rightarrow 200 = \frac{\frac{2}{3} \times 4200 \times 80}{t}$$

$$\Rightarrow t = \frac{\frac{2}{3} \times 4200 \times 80}{200} = 336\ s$$

---

۲ کره مسی با قطر خارجی برابر ولی یکی توپر و دیگری توخالی با دمای اولیه یکسان در اختیار داریم اگر آن‌ها را در آب جوش بیندازیم پس از تعادل گرمایی افزایش قطر کره توپر:

(۱) کوچک‌تر از افزایش قطر خارجی کره توخالی است.

(۲) بزرگ‌تر از ---

(۳) به اندازه افزایش قطر داخلی کره توخالی است.

(۴) ✓ ---- خارجی ----.

دمای اولیه و ثانویه یکسان است. جنس هم یکسان است ولی حجم‌ها متساوی. $\Delta L = L_1 \alpha \Delta T$ $\Delta\theta$ یکسان

طول اولیه هرکدام بیشتر باشد افزایش طول بیشتر خواهد داشت

قطر خارجی هر دو یکسان است لذا

---

۲ کره مسی با قطر خارجی و دمای اولیه برابر ولی یکی توپر و یکی توخالی در اختیار داریم. اگر به آن‌ها به یک اندازه گرما بدهیم افزایش قطر کره توپر:

$$Q = mc\Delta\theta \rightarrow \Delta\theta = \frac{Q}{mc} \rightarrow m \uparrow \quad \Delta\theta \downarrow$$

(M)

$$\Delta\theta_m > \Delta\theta_M \qquad \Delta L = L_1 \alpha \Delta T$$

(O) m

لذا افزایش قطر کره توپر کوچک‌تر از افزایش قطر خارجی کره توخالی است.

مهم

تجربی خارج ۹۵: دو کره فلزی هم جنس A و B، اولی توپر و شعاع آن ۲۰ cm است. دومی توخالی و شعاع خارجی آن ۲۰ cm و شعاع حفره داخلی آن ۱۰ cm است. اگر به دو کره به یک اندازه گرما بدهیم و نسبت $\frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A}$ کدام است؟

$\frac{۸}{۷}$	۱
۲	$\frac{۵}{۴}$

$m = \rho V \rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{V_A}{V_B}$

$\frac{m_A}{m_B} = \frac{\frac{۴}{۳}\pi r_A^۳}{\frac{۴}{۳}\pi(r_B^۳ - r_A^۳)} = \frac{۲۰^۳}{۲۰^۳ - ۱۰^۳} = \frac{۸\times۱۰^۳}{۷\times۱۰^۳} = \boxed{\frac{۸}{۷}}$

گرما برابر $\Rightarrow Q_A = Q_B \Rightarrow m_A c_A \Delta\theta_A = m_B c_B \Delta\theta_B$

$\frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A} = \frac{m_A}{m_B} = \boxed{\frac{۸}{۷}}$

مهم

ریاضی ۹۶: دو کره فلزی هم جنس A و B، اولی توپر به شعاع ۲۰ cm و دیگری توخالی که شعاع خارجی آن ۲۰ cm و شعاع حفره داخلی ۱۰ cm است. اگر به ۲ کره به یک اندازه گرما بدهیم و تغییر حجم کرهٔ A برابر ΔV_A و تغییر حجم فلز بکار رفته در کره B برابر ΔV_B باشد نسبت $\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B}$ کدام است؟

۱	$\frac{۷}{۸}$
$\frac{۸}{۷}$	۲

$\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{V_A \cdot ۳\alpha_A \cdot \Delta\theta_A}{V_B \cdot ۳\alpha_B \cdot \Delta\theta_B} = \frac{۸}{۷} \times \frac{۷}{۸} = \boxed{۱}$

از اطلاعات سوال قبل $\frac{m_A}{m_B} = \frac{V_A}{V_B} = \frac{۸}{۷}$

تجربی ۹۲: (سهم ۳) از یک ورق مسی دو صفحهٔ دایره‌ای شکل به مساحت‌های S_1 و $2S_2$ بریده و جدا کرده‌ایم حال اگر به اولی گرمای Q_1 و به دومی گرمای $Q_2 = 2Q_1$ را بدهیم و برابر این گرما افزایش شعاع آن‌ها به ترتیب ΔR_1 و ΔR_2 باشد، $\frac{\Delta R_2}{\Delta R_1}$ چقدر است؟

$$\frac{\Delta R_2}{\Delta R_1} = \frac{R_2 \cdot \alpha \cdot \Delta T}{R_1 \cdot \alpha \cdot \Delta T} = \frac{\sqrt{2}R_1}{R_1} \times 1 = \sqrt{2}$$

$$S_2 = 2S_1 \longrightarrow \pi r_2^2 = 2\pi r_1^2 \longrightarrow r_2^2 = 2r_1^2$$

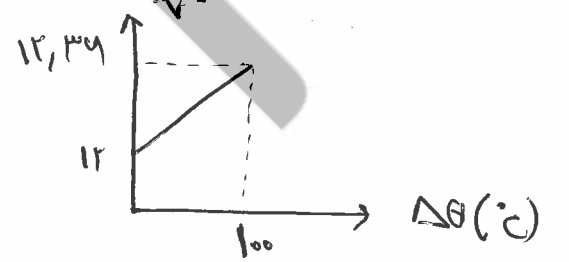
$$\boxed{r_2 = \sqrt{2}\, r_1}$$

$S_2 = 2S_1$ چون ضخامت یکسان است $\longrightarrow V_2 = 2V_1 \longrightarrow \rho = \frac{m}{V} \longrightarrow m_2 = 2m_1$

$$Q = mc\Delta\theta \Longrightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \frac{c_2}{c_1} \times \frac{\Delta\theta_2}{\Delta\theta_1}$$

$$2 = 2 \times \frac{\Delta\theta_2}{\Delta\theta_1} \longrightarrow \boxed{\frac{\Delta\theta_2}{\Delta\theta_1} = 1}$$

مثال نمودار حجم یک فلز برحسب تغییرات دما به صورت زیر است. ضریب انبساط سطحی این فلز در SI کدام است؟



$$\Delta V = V_1 \cdot 3\alpha \cdot \Delta\theta$$

$$12{,}36 - 12 = 12 \times 3\alpha \times 100$$

$$0{,}36 = 36\alpha \times 100$$

$$\alpha = \frac{36 \times 10^{-2}}{36 \times 10^{2}} = 10^{-4}$$

$$\boxed{2\alpha = 2 \times 10^{-4}}$$

مثال ششم گرمای ویژه آب ۵ برابر گرمای ویژه آهن است. اگر جرم برابری از آب و آهن در ابتدا در تعادل گرمایی باشند پس از دادن ۵۰J گرما به هرکدام، کدام یک از موارد زیر رخ می دهد؟

الف) در تعادل گرمایی باقی می ماند

ب) آن ها دیگر در تعادل گرمایی نیستند. آهن گرم تر است. ✓

پ) آن ها در تعادل گرمایی نیستند. آب گرم تر است.

$\theta_1 = \theta_2$ (آهن، آب) $\xrightarrow{50J}$ (آهن، آب) $\Rightarrow$ در تعادل گرمایی

$m_1 = m_2$

$mc\Delta\theta = mc\Delta\theta \longrightarrow c\Delta\theta = c\Delta\theta$ (آب، آهن)

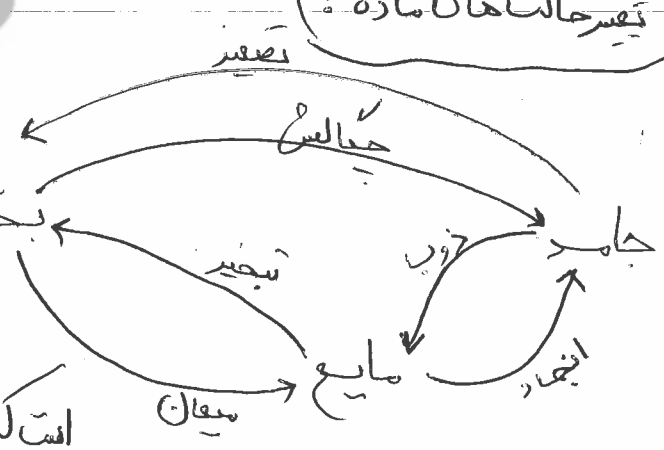
هرچقدر c بیشتر باشد $\Delta\theta$ کمتر $\Leftarrow$ $c_{\text{آهن}} < c_{\text{آب}} \rightarrow \Delta\theta_{\text{آهن}} > \Delta\theta_{\text{آب}}$

گرماسنج یا کالری‌متر برای محاسبه تعیین گرمای ویژه اجسام بکار می رود.

$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{جسم}} + Q_{\text{ظرف}} = 0$$

$$mc(\theta - \theta_1)_{\text{آب}} + mc(\theta - \theta_1)_{\text{جسم}} + mc(\theta - \theta_1)_{\text{ظرف}} = 0$$

تغییر حالت های ماده :



تفاوت دردمای اتاق بطور مستقیم از جامد با بخار تبدیل می شود.

برفکی که روی لباس ها یا روی لنگشه پنجره می نشیند بخار آبی است که بطور مستقیم به بلور یخ تبدیل شده

تجربی ۹۷ : تبدیل بخار به مایع، جامد به بخار، مایع به بخار را چه می نامند؟

① تصعید، چگالش، تبخیر ② میعان، چگالش، تصعید ③ تصعید، تبخیر، میعان

④ میعان، تصعید، تبخیر ✓

نکته: معمولاً افزایش فشار وارد بر جسم سبب بالا رفتن نقطه ذوب جسم می شود اما در برخی مواد مانند یخ افزایش فشار به کاهش نقطه ذوب می انجامد که این در مورد یخ بسیار نامیزاست.

$$\begin{cases} Q = \pm m L_f \longrightarrow \begin{cases} Q>0 \ (+) \leftarrow \text{ذوب} \\ Q<0 \ (-) \leftarrow \text{انجماد} \end{cases} \\ Q = \pm m L_v \longrightarrow \begin{cases} Q>0 \ (+) \leftarrow \text{تبخیر} \\ Q<0 \ (-) \leftarrow \text{میعان} \end{cases} \end{cases}$$

$L_f \rightarrow \left(\frac{J}{kg}\right)$ گرمای نهان ویژه ذوب

$L_v \rightarrow \left(\frac{J}{kg}\right)$ گرمای نهان ویژه تبخیر

گرمای نهان ذوب فقط به جنس جامد بستگی دارد و برابر مقدار گرمایی است که باید به واحد جرم جسم بدهیم تا در نقطه ذوب از حالت جامد به مایع تبدیل شود. وقتی می گوییم گرمای نهان ذوب طلا $94/5 \frac{kJ}{kg}$ است، یعنی برای ذوب کردن هر یک کیلوگرم طلا در نقطه ذوب بدون افزایش دما باید $94/5\ kJ$ گرما به آن بدهیم.

نکته: در هنگام تغییر حالت دمای جسم تغییر نمی کند ولی انرژی درونی تغییر می کند.

نکته: گرمای نهان تبخیر (L_v) به جنس مایع و دمای مایع بستگی دارد و هرچه دمای جسم مایع بیشتر باشد گرمای نهان تبخیر کمتر است.

نکات نقطهٔ ذوب و جوش

۱) دمای ذوب به جنس جسم و فشار وارد بر آن بستگی دارد. هر چه فشار وارد بر جسم بیش‌تر باشد، نقطهٔ ذوب بالاتر می‌رود. یخ استثنا می‌باشد و کاهش فشار باعث بالا رفتن نقطهٔ ذوب می‌شود.

علت دیر آب شدن برف روی قله نیز به همین دلیل است. فشار هوا در بالای کوه کم است بنابراین با توجه به استثنا بودن برف، دمای ذوب افزایش می‌یابد. بنابراین در دماهای بالا ذوب خواهد شد.

۲) وجود ناخالصی باعث تغییر نقطهٔ ذوب می‌شود.

تغییر حجم در هنگام ذوب شدن

در اکثر موارد، در هنگام ذوب شدن جامدهای بلورین، حجم افزایش می‌یابد. زیرا در هنگام ذوب شدن، جسم آرایش منظم مولکولی را از دست می‌دهد و حجم بیش‌تری را اشغال می‌کند.

جامدهای بی‌شکل، مانند شیشه و جامدهای ناخالص مانند قیر، نقطهٔ ذوب کاملاً مشخصی ندارند و پیش از ذوب شدن، خمیری شکل می‌شوند و در حقیقت در گستره‌ای از دما به تدریج ذوب می‌شوند.

۳) نقطهٔ جوش هر مایع به جنس مایع، ناخالصی و فشار وارد بر مایع بستگی دارد. افزایش فشار باعث بالا رفتن نقطهٔ جوش می‌شود.

تست: دمای جوش آب در بالای کوه در مقایسه با دمای جوش آب در پایین کوه چگونه است؟

۱) کم‌تر است.
۲) برابر هستند.
۳) بیش‌تر است.
۴) با توجه به مقدار ناخالصی آب، هر حالتی ممکن است.

پاسخ: فشار هوا در بالای کوه کم‌تر از پایین کوه است. بنابراین نقطهٔ جوش نیز کم‌تر بوده و گزینهٔ (۱) درست است.

تبخیر سطحی و جوشیدن

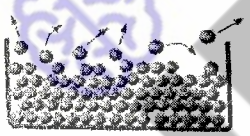
تبدیل مایع به بخار و یا اصطلاحاً تبخیر در هر دمایی رخ می‌دهد. دو حالت تبخیر سطحی و جوشیدن را جداگانه بررسی می‌کنیم:

آ) **تبخیر سطحی:** تجربه‌هایی مثل خشک شدن لباس و یا زمین خیس در دماهای معمولی، نشان می‌دهد که مایع در هر دمایی به بخار تبدیل می‌شود که به آن تبخیر سطحی می‌گویند.

آهنگ تبخیر سطحی به عواملی نظیر جنس مایع، دما، سطح مایع، فشار وارد بر مایع، وزش باد و رطوبت محیط بستگی دارد. آهنگ تبخیر سطحی با دما و سطح مایع رابطهٔ مستقیم دارد، یعنی هر چه دما و یا سطح مایع بیش‌تر باشد، تبخیر سطحی بیش‌تر می‌شود.

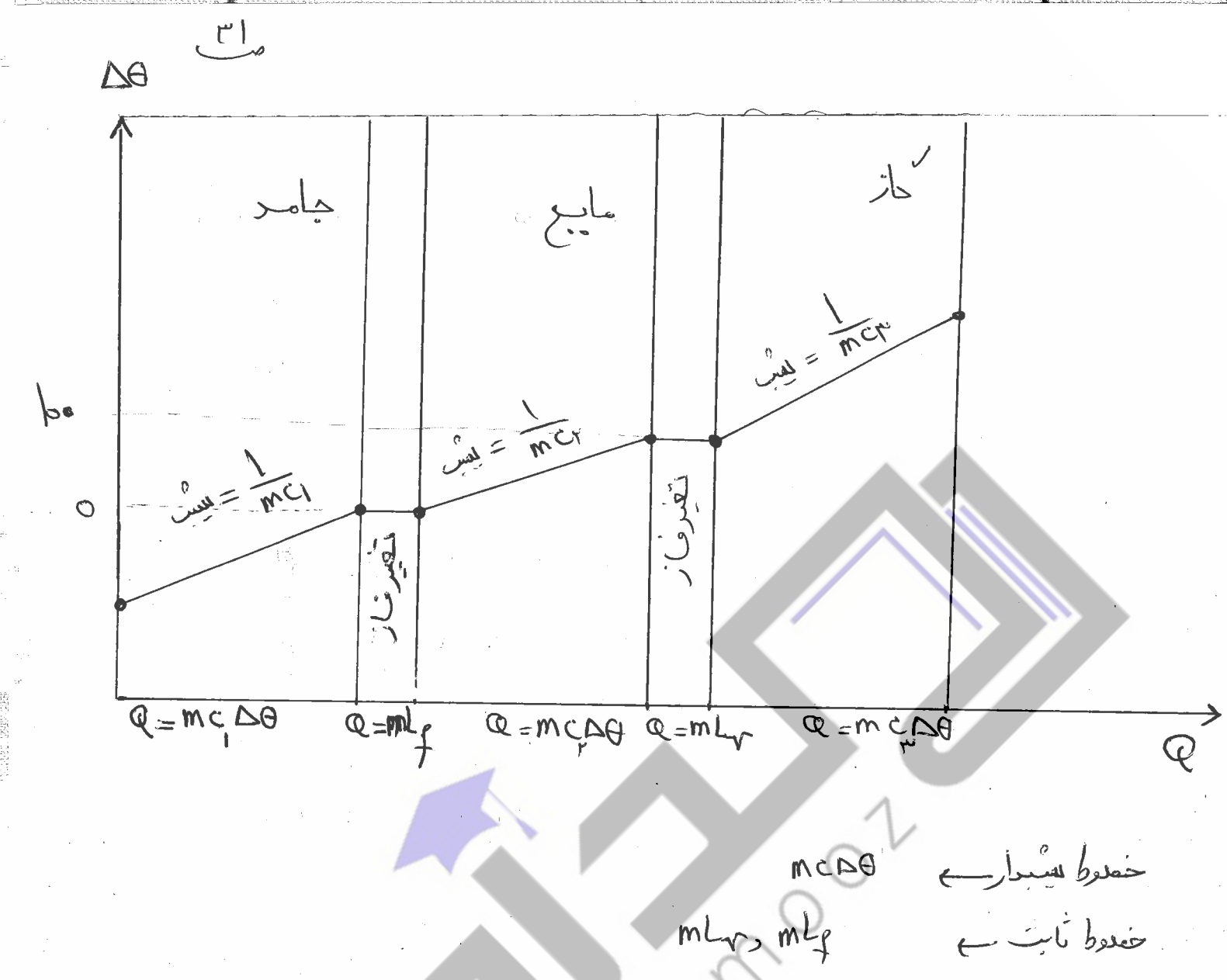
آهنگ تبخیر سطحی با فشار وارد بر مایع و رطوبت هوا رابطهٔ عکس دارد، یعنی هر چه فشار وارد بر مایع و رطوبت هوا بیش‌تر باشد، آهنگ تبخیر سطحی کاهش می‌یابد.

دلیل تبخیر سطحی: مطابق شکل مقابل تندی مولکول‌های سطحی مایع می‌تواند به حدی برسد که از مایع جدا شده و وارد هوا شود.



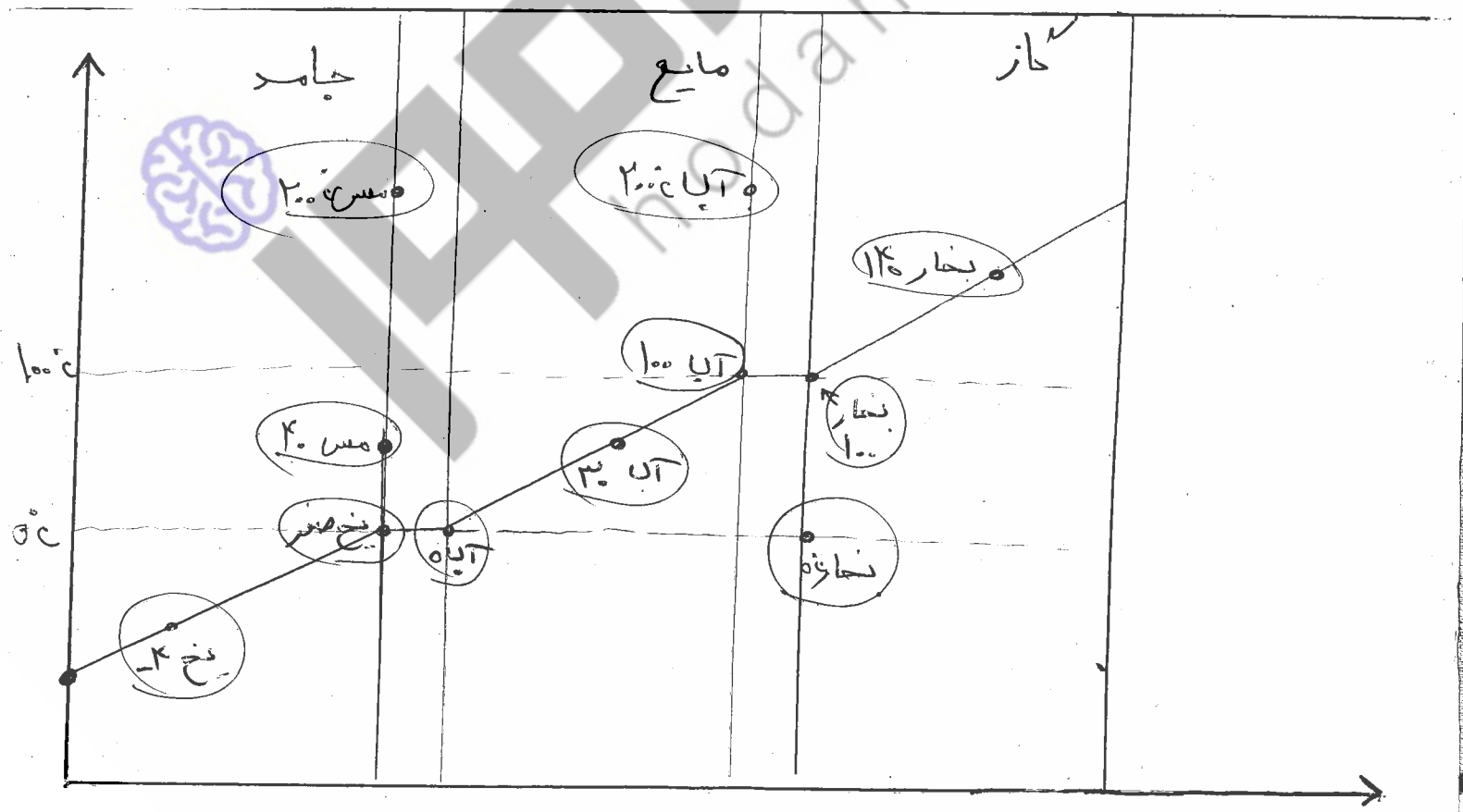
ب) **جوشیدن:** هنگامی که دمای مایع به حدی می‌رسد که حباب‌های گاز درون مایع بالا می‌روند، فرایندی موسوم به جوشیدن آغاز شده است و به این دما، نقطهٔ جوش می‌گویند. هنگام جوشیدن آب صداهایی می‌شنوید، دلیل این صداها این است که وقتی حباب داغ بالا می‌آید و به آب کمی سردتر برخورد می‌کند، با ترکیدن حباب صدای تیزی ایجاد می‌شود و مجدداً به مایع تبدیل می‌شود. وقتی دمای آب و حباب‌ها بالاتر می‌رود، حباب‌ها می‌توانند تا سطح آب بالا بروند و در سطح مایع با صدای قُل‌قُل کردن فرو می‌پاشند که اصطلاحاً به جوش کامل می‌رسند. در این حالت آهنگ تبخیر به بیش‌ترین مقدار خود رسیده است. در حالت جوش کامل، اگر مخزن دماسنجی را درون مایع نگه دارید دمای ثابتی به نام دمای جوش را نشان می‌دهد که برای آب خالص در فشار ۱atm برابر ۱۰۰°C است.

به فرایند تبخیر تا پیش از رسیدن به نقطهٔ جوش، تبخیر سطحی و به فرایند تبخیر در نقطهٔ جوش، اصطلاحاً جوشیدن می‌گویند.



خطوط شیبدار ← $mc\Delta\theta$

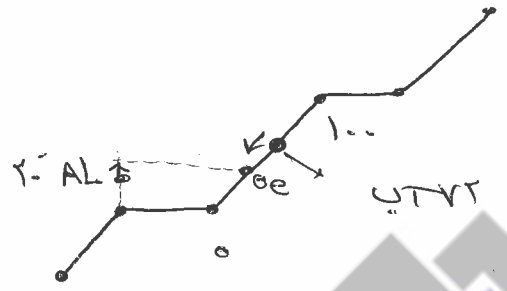
خطوط ثابت ← mL_f ، mL_v



مثال: شخصی ۰/۳kg آب ۷۲°c را در یک لیوان آلومینیمی ۰/۴۲kg که دمای آن ۲۰°c است می‌ریزد دمای تعادل با چشم پوشی از اتلاف تقریباً چند درجه سلسیوس است؟

$c_{\text{آب}} = ۴۲۰۰ \ \frac{J}{kg\cdot c}$

$c_{AL} = ۹۰۰ \ \frac{J}{kg\cdot c}$



$Q_1 = Q_2 \Rightarrow ۰/۴۲ \times ۹۰۰ (\theta_e - ۲۰) = ۰/۳ \times ۴۲۰۰ (۷۲ - \theta_e)$

$\Rightarrow ۷۲ - \theta_e = ۰/۳ (\theta_e - ۲۰) \Rightarrow ۷۸ = ۱/۳ \theta_e$

$\Rightarrow \boxed{\theta_e = ۶۰^\circ c}$

نکته $L_f = ۳۳۶۰۰۰ = ۶ \times ۷ \times ۸ \times ۱۰^۳ = ۴۲ \times ۸ \times ۱۰^۳ = ۴۸ \times ۷ \times ۱۰^۳$

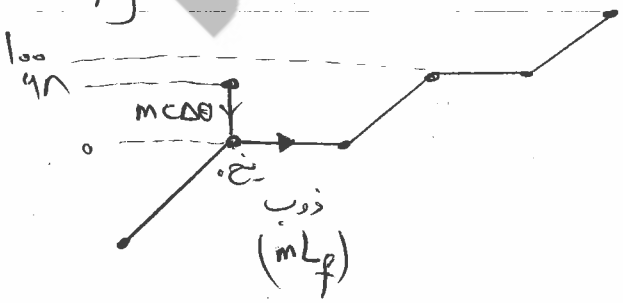
$= ۶ \times ۵۶ \times ۱۰^۳$

نکته مهم $\rightarrow \boxed{L_f = ۸۰ \ \frac{c}{\text{آب}}}$

چون $\frac{۳۳۶۰۰۰}{۴۲۰۰} = ۸۰$

مثال) وقتی قطعه‌ای فلزی به جرم ۲/۵kg با دمای ۹۸°c را روی یک قطعه یخ بزرگ صفر درجه سلسیوس قرار می‌دهیم ۱۹۰gr یخ ذوب می‌شود گرمای ویژه فلز در SI کدام است؟

$L_f = ۳۴۰ \ kj/kg$



$mc\Delta\theta = mL_f$

$۲/۵ \times c \times (۹۸ - ۰) = ۰/۱۹ \times ۳۴۰۰۰۰$

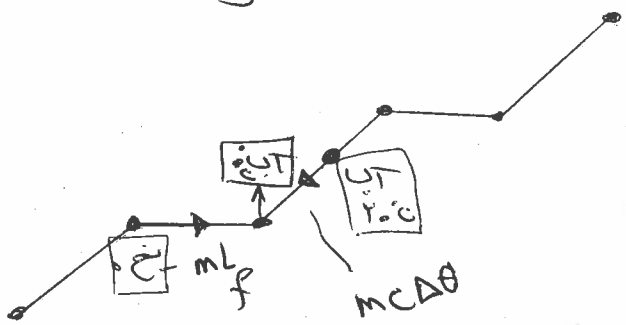
$\Rightarrow c = \frac{۱۹ \times ۳۴۰۰}{۲۵ \times ۹۸ \times ۱۰^{-۱}} = ۳۸۰ \ \frac{J}{kg\cdot c}$

تجربی ۹۸ : درظرفی یک قطعه یخ $0^\circ C$ سلسیوس وجود دارد. اگر $800g$ آب $20^\circ C$ درظرف وارد کنیم و فقط بین آب و یخ تبادل گرما صورت گیرد پس از برقراری تعادل گرمایی، $\frac{1}{3}$ جرم قطعه یخ درظرف باقی می‌ماند. جرم اولیه قطعه یخ چند گرم بوده است؟

$c_{آب} = 4200 \frac{J}{kg.K}$

$L_f = 336000 \frac{J}{kg}$

۳۰۰	۹۰۰
۲۰۰	$\frac{800}{3}$



$mL_f = mc\Delta\theta$

$\frac{2}{3}m \times 336000 = 800 \times 4200 \times 20$

$\frac{2}{3}m \times 80 c_{آب} = 800 \times c_{آب} \times 20$

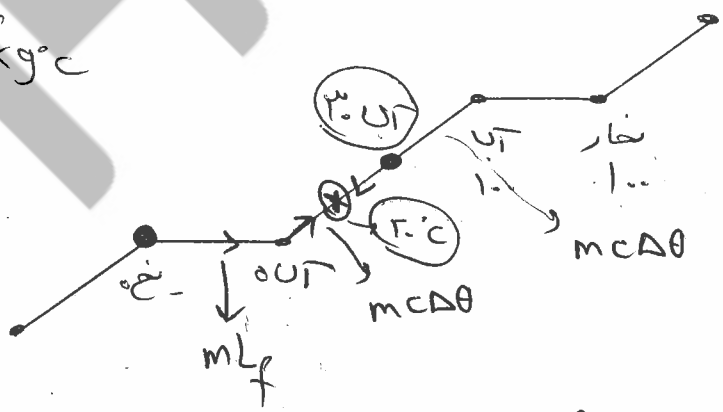
$\frac{2}{3}m = 200 \rightarrow m = \frac{200 \times 3}{2}$

$m = 300g$ ← جرم اولیه ← جرم باقی مانده یخ $100g$ ← $200g$ ذوب شده

ریاضی خارج ۹۲: درون یک کیلوگرم آب با دمای $30^\circ C$ چند گرم یخ صفر درجه سلسیوس بیاندازیم تا پس از تعادل گرمایی، آب با دمای $20^\circ C$ حاصل شود؟

$L_f = 336 \frac{kJ}{kg}$

$c = 4.2 \frac{kJ}{kg.^\circ C}$



$mL_f + mc\Delta\theta = mc\Delta\theta$

$m \times 80 c_{آب} + m \times c_{آب} \times (20-0) = 1000 \times c_{آب} \times (30-20)$

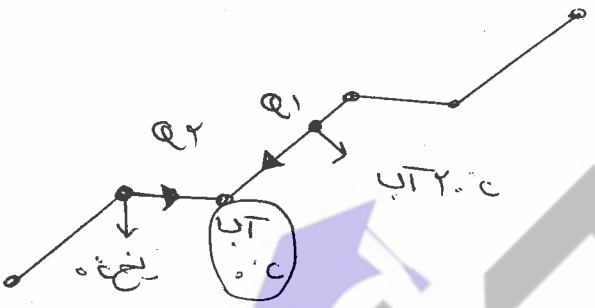
$80m + 20m = 10^4 \rightarrow 100m = 10^4 \rightarrow m = 100g$

ریاضی ۹۷: ۸۰۰ گرم یخ صفر درجه سلسیوس را با ۸۰۰ گرم آب ۲۰°C مخلوط می‌کنیم اگر فقط گرما بین آب و یخ مبادله شود بعد از برقراری تعادل چند گرم آب و یا چه دمایی برحسب سلسیوس خواهیم داشت؟

$c = 4.2\ J/gr°C$ $\quad L_f = 336\ J/gr$

۱۲۰۰ و صفر	۱۰۰۰ و صفر
۴ و ۱۶۰۰	۲ و ۱۶۰۰

حل: یخ برای ذوب شدن از آب گرما می‌گیرد یا همهٔ یخ یا بخشی از یخ ذوب خواهد شد و آب نیز خنک می‌شود.



اگر $Q_1 = Q_2$ ← تمام یخ ذوب می‌شود.

اگر $Q_1 > Q_2$ ←

یعنی تمام یخ ذوب می‌شود و آب نه آنقدر سرد می‌کند و دمای تعادل بالای ۰°C خواهد بود

اگر $Q_1 < Q_2$ ← یخ آنقدر نمی‌تواند ذوب کند یعنی بخشی از یخ ذوب می‌شود و بخشی یخ باقی می‌ماند و دمای تعادل صفر خواهد بود.

$$Q_1 = mc\Delta\theta = mc_{آب} \times ۲۰ = ۲۰mc$$

$$Q_2 = mL_f = m \times ۸۰ c_{آب} = ۸۰mc$$

$Q_2 > Q_1 \Longrightarrow$ تمام یخ ذوب نمی‌شود و دمای تعادل صفر است.

$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{۲۰\ mc}{۸۰\ mc} = \frac{۱}{۴}$ ← $\frac{۱}{۴}$ یخ ذوب می‌شود

$\frac{۱}{۴} \times ۸۰۰ = ۲۰۰\ gr$ یخ ذوب شده

۸۰۰ gr آب اضافه شده $\Longrightarrow$ ۱۰۰۰ gr آب با دمای ۰°C

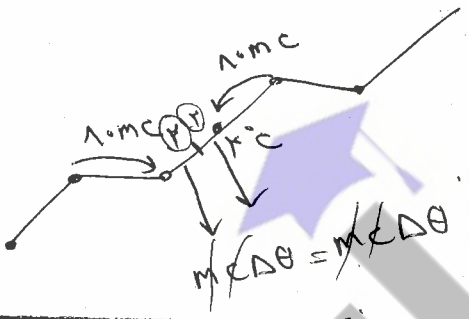
فرض $\begin{cases} Q_1 = 80mc \\ Q_2 = 80mc \end{cases}$ ⟶ کل یخ ذوب می‌شود ⟵ ۱۶۰۰gr آب ۰°c داریم

فرض $\begin{cases} Q_1 = 100mc \\ Q_2 = 80mc \end{cases}$ ⟹ دمای تعادل بالای صفر است

آب ۱۰۰mc نیاز داشت تا به دمای صفر درجه برسد حال ۸۰mc مصرف شده

$\frac{80}{100}$ ← $(\frac{8}{10})$ عدد ۲۰ را طی می‌کند ⟵ $\frac{8}{10} \times 20 = 16°$

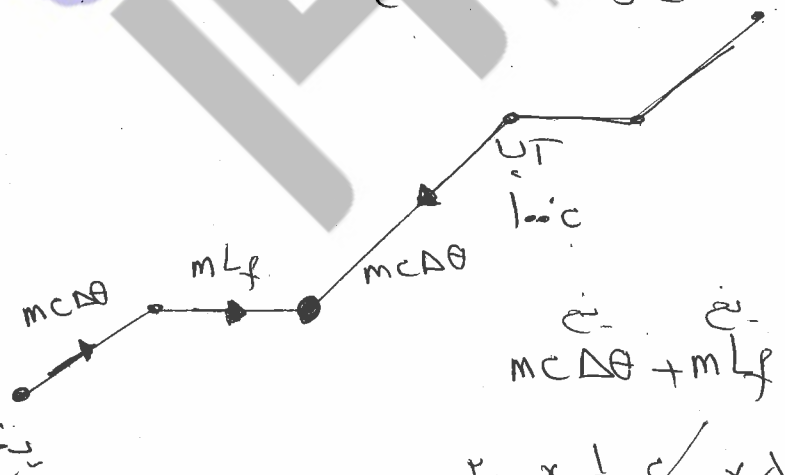
به ۴ درجه می‌رسد ⟵ $20 - 16 = 4°c$



ریاضی خارج ۹۴: در ظرفی ۲۰۰gr یخ ۵°c - وجود دارد حداقل چند گرم آب ۱۰۰°c در ظرف وارد کنیم تا یخی در ظرف باقی نماند؟ (فقط بین آب و یخ تبادل گرما صورت می‌گیرد)

$L_f = 336\ j/gr$ $\quad c_{یخ} = 2100\ j/kg°c$ $\quad c_{آب} = 4200\ j/kg°c$

می‌خواهیم یخ ذوب شود



$$mc\Delta\theta_{یخ} + mL_f = mc\Delta\theta_{آب}$$

$$200 \times \frac{1}{2} c_{آب} \times 5 + 200 \times 80 c_{آب} = m \times c_{آب} \times 100$$

$$500 + 16000 = 100m$$

$$m = \frac{16500}{100} = 165gr$$

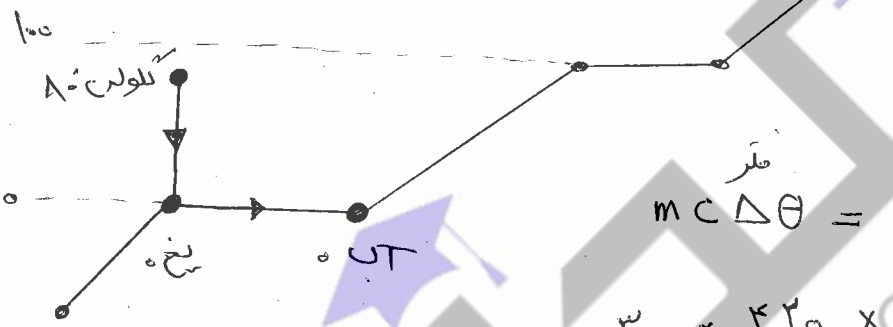
ریاضی خ ۹۶: مخلوطی از یک کیلوگرم یخ و یک کیلوگرم آب در تعادل گرمایی قرار دارند. یک گلوله فلزی ۳۰۰ گرمی با دمای ۸۰°C و گرمای ویژه $420 \frac{J}{kg.K}$ است درون آن می‌اندازیم تا رسیدن به تعادل گرمایی چند گرم از یخ ذوب می‌شود؟

$c_{آب} = 4200 \frac{J}{kg.K}$ $\quad L_f = 336\ kJ/kg$

۳۰	۲۰
۱۰۰	۵۰

دمای تعادل $= 0°C$ ← یخ و آب در تعادل

m یخ اولیه ۱۰۰۰ گرم و گلوله‌ها هم از ۱۰۰ کم‌تر یعنی دمای تعادل $0°C$



فلز یخ

$mc\Delta\theta = mL_f$

$300 \times 420 \times 80 = m \times 336000$

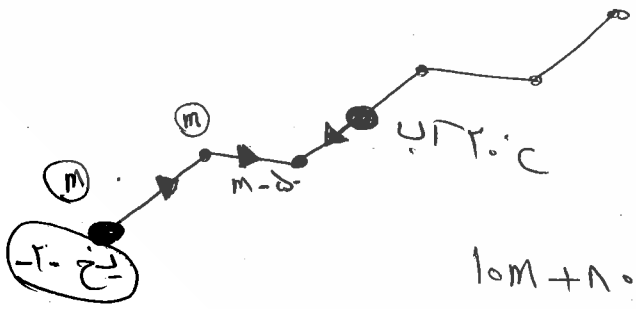
$\Rightarrow m = \frac{3 \times 42 \times 8 \times 10^4}{336 \times 10^3} = 30\ g$ ذوب می‌شود

$1000 - 30 = 970\ g$ یخ باقی‌مانده

$1000\ g$ آب $+ 30\ g = 1030\ g$ آب داریم

ریاضی ۹۳: یک قطعه یخ با دمای $-20°C$ را درون $250\ g$ آب با دمای $20°C$ می‌اندازیم. پس از برقراری تعادل گرمایی ۵۰ گرم یخ ذوب نشده باقی‌مانده باشد جرم قطعه یخ اولیه چند گرم بوده است؟

$c_{آب} = 4.2 \frac{J}{g.K}$ $\quad c_{یخ} = 2.1 \frac{J}{g.K}$ $\quad L_f = 336\ J/g$



یخ باقی‌مانده لذا دمای تعادل صفر است

$mc\Delta\theta + mL_f = mc\Delta\theta$ (یخ)

$m \times \frac{1}{2} c_{آب} \times 20 + (m-50) \times 80 \times c_{آب} = 250 \times c_{آب} \times 20$

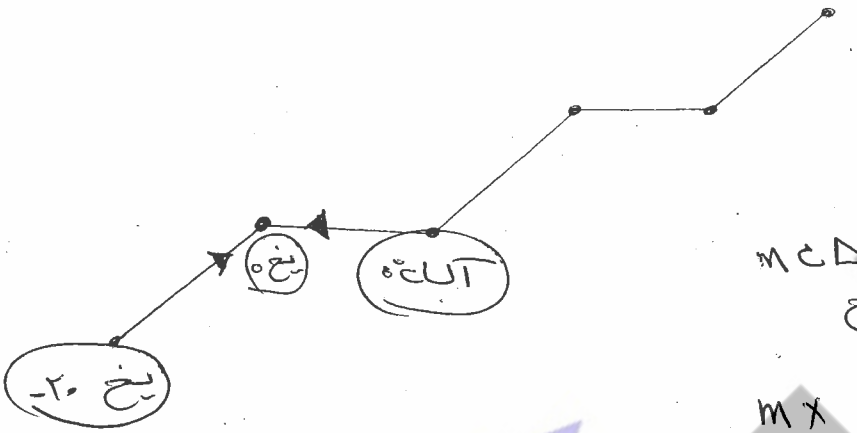
$10m + 80m - 4000 = 5000 \Rightarrow 90m = 9000$

$m = 100\ gr$

ریاضی ۸۸ : حداقل چند گرم یخ $-20^\circ C$ را داخل $200\ gr$ آب صفر درجه بیندازیم تا تمام آب یخ ببندد؟

$c_{یخ} = 2100\ J/kg.^\circ C$ $\quad L_f = 3,36 \times 10^5\ J/kg$

دمای تعادل $0^\circ C$



$$m_{یخ} c_{یخ} \Delta\theta = m_{آب} L_f$$

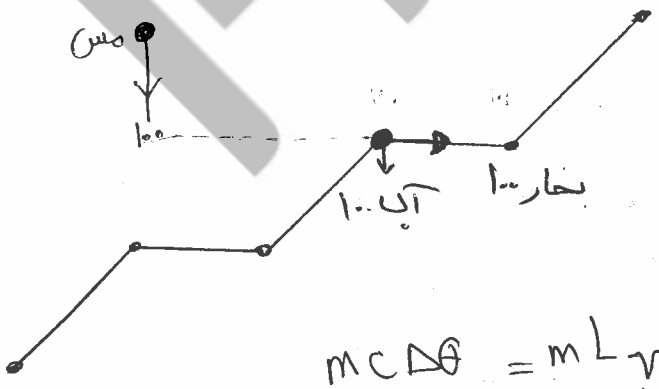
$$m \times \frac{1}{2} \frac{cal}{gr.^\circ C} \times 20 = 200 \times 80\ cal/gr$$

$$10m = 16000 \rightarrow m = 1600\ gr$$

تجربی خ ۹۷ : قطعه‌ای مس به جرم $282\ gr$ و دمای $\theta^\circ C$ را داخل $100\ gr$ آب $100^\circ C$ می‌اندازیم. اگر $5\ gr$ آب بخار شود، θ چند درجه سلسیوس است؟

$c = 400\ \frac{J}{kg.^\circ C}$ $\quad L_v = 2265\ kJ/kg$

۱۵۰	(۲۰۰)
۳۰۰	۴۰۰



با توجه به گزینه‌ها دمای مس بالای $100^\circ C$ می‌باشد تا $100^\circ C$ سرد می‌شود و آب بخار می‌شود مقداری

$$m_{مس} c_{مس} \Delta\theta = m_{بخار} L_v$$

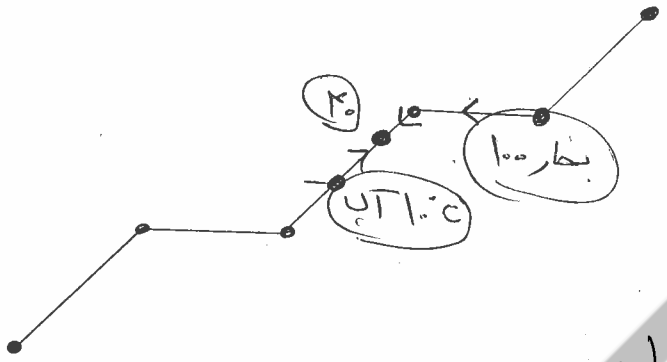
$$282 \times 400 \times \Delta\theta = (5) \times 2265 \times 10^3$$

$$\rightarrow \Delta\theta = \frac{5 \times 2265 \times 10^3}{282 \times 400} \simeq 100^\circ C$$

$$\theta - 100 = 100 \rightarrow \theta = 200$$

مثال مقداری بخار آب $100^\circ C$ را در 500 گرم آب $10^\circ C$ وارد می‌کنیم دمای تعادل $40^\circ C$ می‌شود اگر گرمای نهان تبخیر آب 540 کالری بر گرم باشد بخار آب چند گرم بوده است؟

50	25
200	100



$$mc\Delta\theta = mc\Delta\theta + mL_v$$

$$0.5 \times 4200 \times 30 = m \times 4200 \times 40 + m \times$$

$$500 \times 1 \times 30 = 40m + 540m$$

$$40 \times m = 15000 \longrightarrow m = 25\,gr$$

چند گرم آب $40^\circ C$ داریم؟ $\leftarrow 500 + 25 = 525\,gr$

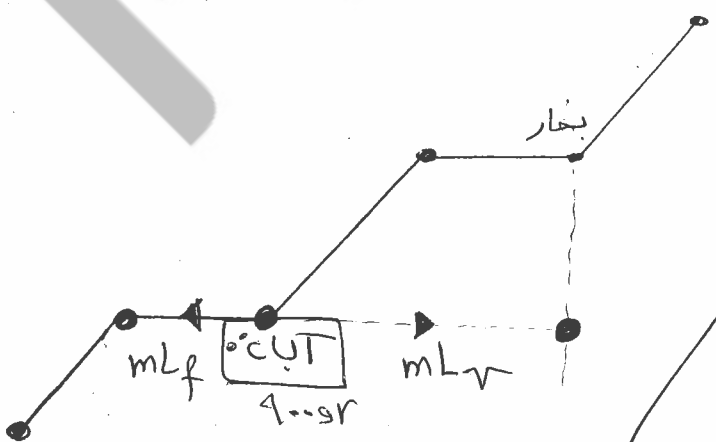
تمرین کتاب بسیار مهم

مثال مهم: در چاله کوچکی 900 گرم آب صفر درجه سانتی‌گراد قرار دارد. اگر بر اثر تبخیر سطحی قسمتی از آن تبخیر شود و بقیه آن یخ ببندد جرم آب یخ زده چند گرم است؟

200	100
800	400

$$L_v = 8L_f$$

تبخیر سطحی در هر دمایی رخ می‌دهد.



$$m_1 + m_2 = 900$$

$$m_1 L_f = m_2 L_v$$

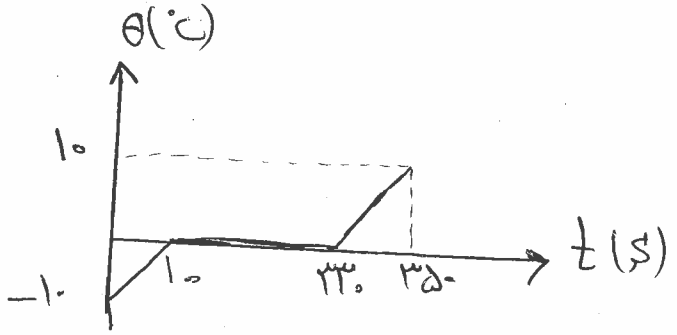
$$m_1 L_f = m_2 \times 8L_f$$

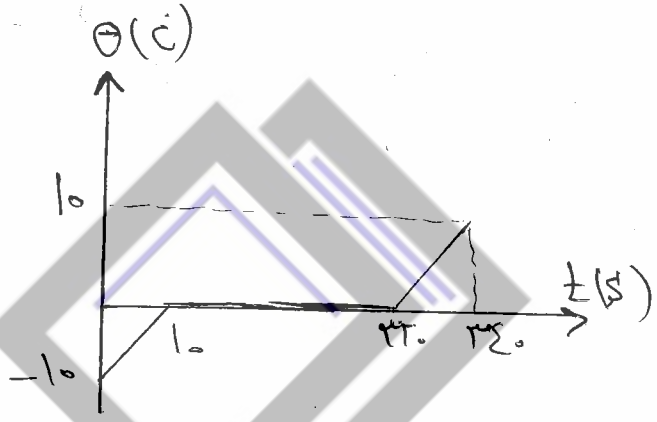
$$m_1 = 8m_2$$

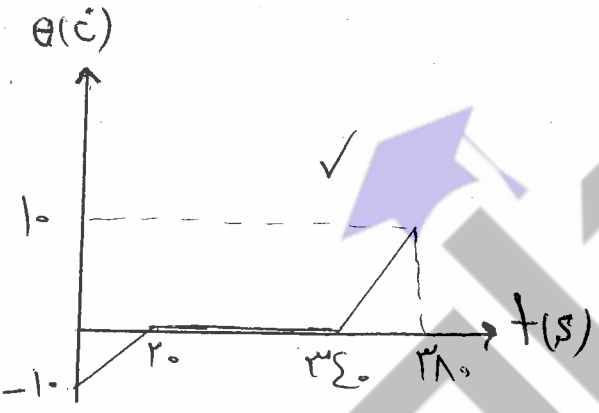
$$m_2 + 8m_2 = 900 \longrightarrow 9m_2 = 900 \longrightarrow m_2 = 100\,gr \quad m_1 = 800\,gr$$

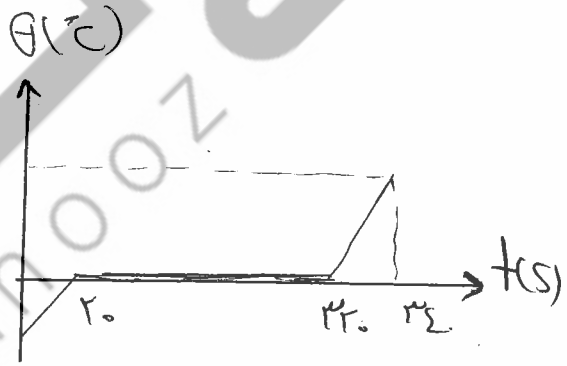
ریاضی خارج ۹۸: ۴ ۲۰۰ گرم یخ $-10^\circ C$ با آهنگ ثابت $210\ J/s$ گرما می‌دهیم تا به آب $10^\circ C$ تبدیل شود کدام نمودار تغییرات دما را برحسب زمان درست نشان می‌دهد؟

$c_{\text{یخ}} = 2\ c_{\text{آب}} = 4200\ \frac{J}{kg\,c}$ $\quad L_f = 336000\ \frac{J}{kg}$









$P = 210\ W$ $\quad P = \frac{Q}{t} \Rightarrow Q = P \cdot t \Rightarrow t = \frac{Q}{P}$

$t_1 = \frac{Q}{P} = \frac{mc\Delta\theta}{P} = \frac{0.2 \times 2100 \times 10}{210} = 20\ s$

$t_2 = \frac{mL_f}{P} = \frac{0.2 \times 336 \times 10^3}{210} = 320\ s$

$t_3 = \frac{mc\Delta\theta}{P} = \frac{0.2 \times 4200 \times 10}{210} = 40\ s$

$20\ s \xrightarrow{320} 340\ s \xrightarrow{40} 380\ s$

تجربی ۹۲: پس از این‌که ۴۰٫۲ kJ گرما از ۱۸۰ gr آب صفر درجه گرفته شود چند گرم آب یخ نرده باقی می‌ماند؟

$L_f = ۳۳۵ \ kJ/kg$

$$Q = mL_f \Rightarrow ۴۰٫۲ = ۳۳۵ \times m \longrightarrow m = \frac{۴۰٫۲}{۳۳۵}$$

$$m = \frac{۴۰۲ \times ۱۰^{-۱}}{۳۳۵} = \frac{۴۰۲}{۳۳۵} \times ۱۰^{-۱} = ۱٫۲ \times ۱۰^{-۱} = ۰٫۱۲ kg$$

یخ زده

یخ نزده $۱۸۰ gr - ۱۲۰ gr = ۶۰ gr$

تجربی ۹۳: مساحت دریاچه‌ای $۵۰۰ km^۲$ مربع است. در زمستان لایه‌ای از یخ ۰°c به ضخامت متوسط ۱۰cm سطح دریاچه را می‌پوشاند. دریاچه در بهار چند مگاژول انرژی برای ذوب یخ جذب می‌کند؟

یخ $\rho = ۰٫۹ \ gr/cm^۳$ $\quad L_f = ۳۳۶۰۰۰ \ J/kg$

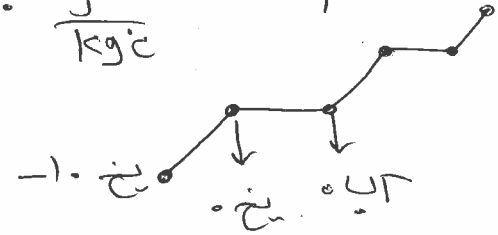
$$Q = mL_f = \rho V L_f = ۹۰۰ \times ۵۰۰ \times ۱۰^۶ \times ۱۰ \times ۱۰^{-۲} \times ۳۳۶ \times ۱۰^۳ \div ۱۰^۶$$

$$= ۱٫۵۱۲ \times ۱۰^{۱۰} MJ$$

ریاضی خارج ۹۷: به ۲۰۰gr یخ ۱۰°c− مقداری گرما با آهنگ ۱٫۲kJ بر دقیقه به‌صورت یکنواخت می‌دهیم. ۱۲ دقیقه می‌دهیم دمای نهایی چند درجه سلسیوس است؟

$c_{یخ} = ۲۱۰۰ \ \frac{J}{kg \cdot c} \quad c_{آب} = ۴۲۰۰ \ \frac{J}{kg \cdot c} \quad L_f = ۳۳۶ \ kJ/kg$

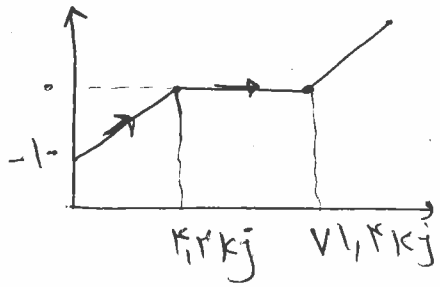
۵	۰
۱۵	۱۰



$Q = P \cdot t \Rightarrow Q = \frac{۱٫۲ \ kJ}{min} \times ۱۲ min = ۱۴٫۴ kJ$

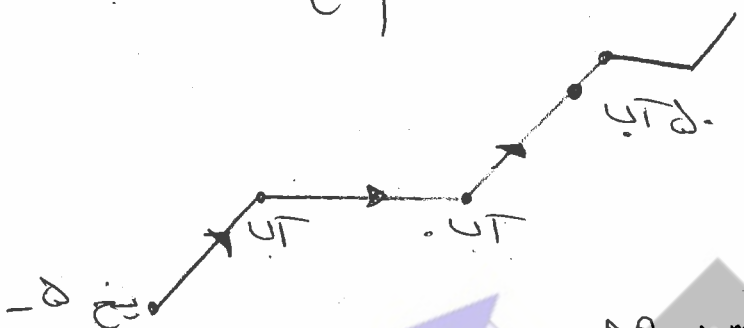
$Q = mc\Delta\theta = \frac{۲}{۱۰} \times ۲٫۱ \times ۱۰ = ۴٫۲ kJ$

$Q = mL_f = ۰٫۲ \times ۳۳۶ = ۶۷٫۲ kJ$ $\Big\}$ ⊕ $\boxed{۷۱٫۴ kJ}$



۷۱٫۴kJ گرما لازم است تا یخ آب صفر درجه سانتی‌گراد در صورتی که گرمای داده شده ۱۲٫۲۴ کیلوژول است لذا یخ آب صفر نمی‌رسد مخلوط آب و یخ داریم با دمای صفر

تجربی ۹۵ اگر گرمای ویژه آب و یخ به ترتیب $4200 \frac{J}{kgK}$ و $2100 \frac{J}{kgK}$ و همچنین $L_f = 335000 \frac{J}{kg}$ باشد چند کیلوژول گرما لازم است تا ۲۰۰ گرم یخ $-5^\circ C$ به آب $50^\circ C$ تبدیل شود؟



$$Q = mc\Delta\theta_{\text{یخ}} + mL_f + mc\Delta\theta_{\text{آب}}$$

$$Q = 0.2 \times 2100 \times 5 + 0.2 \times 335 \times 10^3 + 0.2 \times 4200 \times 50$$

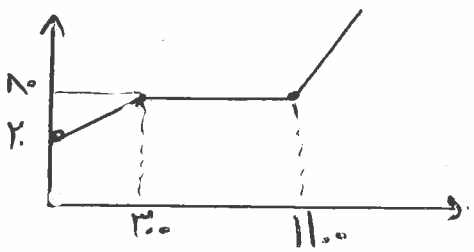
$$= 2100 + 2 \times 33500 + 42000$$

$$= 111100\,J = 111.1\,kJ$$

تجربی خارج ۹۷: مقداری آب را که درون یک لیوان قرار دارد به تدریج سرد می‌کنیم و همزمان فشار محیط را افزایش می‌دهیم در این صورت آب در دمای ..... درجهٔ سلسیوس منجمد می‌شود.

	۰	۴
پایین‌تر از ۰	بین ۴ درجه و صفر	

مثال گرمکنی ۱۰ واتی جامد ۵۰۰ گرمی را با منحنی دما-زمان زیر گرم کرده است گرمای ویژه جامد در SI کدام است؟



$$Q = mc\Delta\theta \quad \text{(P.t)}$$

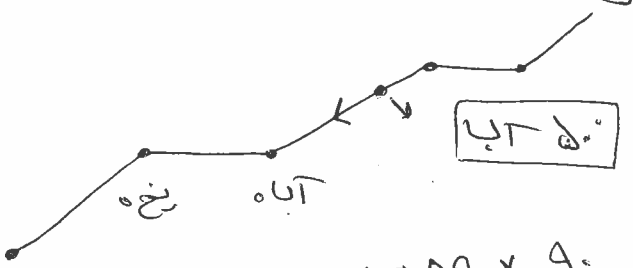
$$10 \times 300 = 0.5 \times c \times 60 \longrightarrow c = 1000\ J/kg^\circ C$$

تجربی ۹۸: آلـ ۹۰ درصد گرمایی را که ۸۰۰ گرم آب ۵۰°C از دست می دهد، به آب ۰°C

تبدیل شود، برف قطعه یخ ۰°C بدهیم چند گرم از یخ ذوب می شود؟

$c_{آب} = 4200 \frac{J}{kg.K}$ $L_f = 336000 J/kg$

۴۵	۵۰
۴۵	۵۰



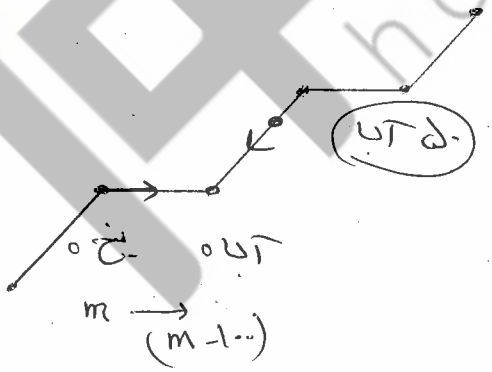
$$mc\Delta\theta \times \frac{90}{100} = mL_f$$

$$800 \times 4.2 \times 50 \times \frac{9}{10} = m \times 336$$

$$m = \frac{45 \times 800}{80} = 450 g$$

ریاضی ۹۵ در ظرفی که عایق گرما است یک قطعه یخ صفر درجه سلسیوس وجود دارد. اگر ۸۰۰ گرم آب ۵۰°C در ظرف بریزیم پس از برقراری تعادل ۱۰۰ گرم یخ در ظرف باقی می ماند جرم اولیه یخ چند گرم بوده است؟ (فقط بین آب و یخ تبادل گرما صورت می گیرد.)

$c_{آب} = 4200 \frac{J}{kg.K}$ $L_f = 336000 \frac{J}{kg}$



$$mL_f = mc\Delta\theta$$

$$(m-100) \cancel{336} = 800 \times \cancel{4.2} \times 50$$

$$m - 100 = 500$$

$m = 600 g$ جرم اولیه یخ

۵۰۰ گرم یخ ذوب شده

$\frac{100}{600}$ بخش یخ باقی مانده $\frac{500}{600}$ یخ ذوب شده

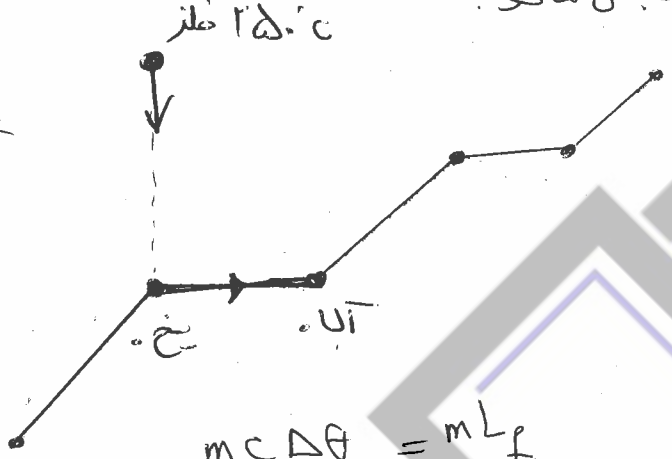
۴۳

ریاضی ۹۶: ظرفی محتوی ۱۰۰۰gr آب و ۲۰۰gr یخ صفر درجه سلسیوس در تعادل گرمایی است یک قطعه فلز به گرمای ویژه $400 \frac{J}{kgK}$ و دمای $250^\circ C$ درون ظرف انداخته‌ایم جرم فلز حداقل چند گرم باشد تا یخی درون ظرف باقی نماند؟

$L_f = 336000 \frac{J}{kg}$

$C_{آب} = 4200 \frac{J}{kgK}$

اتلاف گرما ناچیز



$$m_{فلز} c \Delta\theta = m L_f$$

$$m \times 400 \times 250 = 200 \times 336 \times 10^3$$

$$m = \frac{200 \times 336 \times 10^3}{400 \times 250} = \frac{336 \times 10^3}{500}$$

$$= 336 \times 2 = 672gr$$

تجربی ۹۲: ۲۰۰gr آب $22,5^\circ C$ را با ۱۵۰gr آب $40^\circ C$ مخلوط می‌کنیم پس از برقراری تعادل گرمایی دمای آب به چند درجه سلسیوس می‌رسد؟

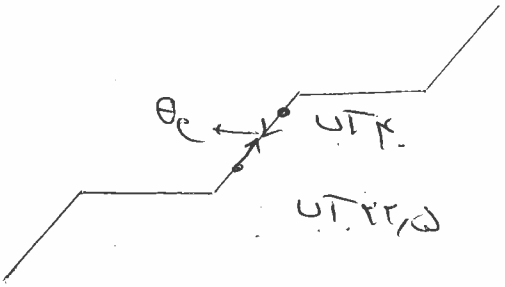
نکته: هرگاه ۲ مادهٔ مخلوط شونده از یک جنس باشند برای محاسبه دمای تعادل داریم ⟹

$$\theta_e = \frac{m_1 \theta_1 + m_2 \theta_2}{m_1 + m_2}$$

$$\Rightarrow \theta_e = \frac{200 \times 22,5 + 150 \times 40}{200 + 150} = \frac{4500 + 6000}{350} = \frac{10500}{350}$$

$$= 30^\circ C$$

روش دوم:



$$mc\Delta\theta = mc\Delta\theta$$

$$200 \times 4200 \times (\theta_e - 22{,}5) = 150 \times 4200 \times (20 - \theta_e)$$

$$\Rightarrow 4(\theta - 22{,}5) = 3(20 - \theta)$$

$$4\theta - 90 = 120 - 3\theta \rightarrow 7\theta = 210 \rightarrow$$

$$\theta = 30$$

تجربی ۹۹: به $500\,g$ یخ $-20^\circ C$ مقداری گرما با آهنگ $10{,}5\,\frac{kJ}{min}$ در مدت ۲۰ دقیقه می‌دهیم دمای نهایی آب حاصل چند درجه سلسیوس است؟

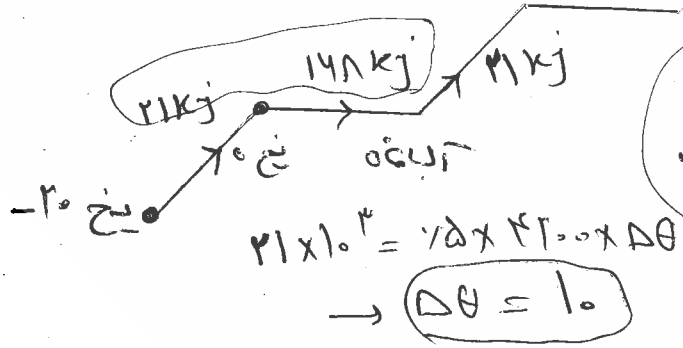
$c_{آب} = 2c_{یخ} = 4200\,\frac{J}{kg.c}$ $\quad L_f = 336000\,\frac{J}{kg}$

۵	۰
۱۵	۱۰

گرمای داده‌شده $= 10{,}5\,\frac{kJ}{min} \times 20\,min = 210\,kJ$

گرمای لازم برای ذوب یخ $Q = mL_f = \frac{500}{1000} \times 336000 = 168\,kJ$

گرمای لازم برای ذوب یخ و پیش‌تر از آن فراهم شده لذا دمای تعادل بالای صفر است



$$21 \times 10^4 = 0{,}5 \times 4200 \times \Delta\theta$$

$$\rightarrow \Delta\theta = 10$$

آب / یخ

$$210000 = mc\Delta\theta + mL_f + mc\Delta\theta$$

$$210000 = 0{,}5 \times \tfrac{1}{2} c_{آب} \times 20 + 0{,}5 \times 80 c_{آب} + 0{,}5 \times c_{آب} \times \Delta\theta$$

۴۹۶ تجربی : درظرفی ۸۰۰gr آب صفر درجه سلسیوس وجود دارد. یک قطعه فلز به جرم ۴۲۰gr و دمای ۸۴°C را درون آب می اندازیم پس از برقراری تعادل دمای مجموعه چند درجه سلسیوس می شود؟

اتلاف گرما نداریم و $c_{آب} = 4200 \frac{J}{kg.C}$ $c_{فلز} = 400 \frac{J}{kg.C}$

۶ | ۱۰
۴ | ۵

$$m c \Delta\theta_{فلز} = m c \Delta\theta_{آب}$$

$$420 \times 400 \times (84 - \theta) = 800 \times 4200 \times (\theta - 0)$$

$$84 - \theta = 20\theta \rightarrow 21\theta = 84$$

$$\theta = 4^{\circ}C$$

روش دوم

فرمول محاسبه دمای تعادل ⟹ $\theta_e = \frac{m_1 c_1 \theta_1 + m_2 c_2 \theta_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2}$ (۲ جسم)

$$= \frac{0.42 \times 84 \times 400}{(0.8 \times 4200) + (0.42 \times 400)} = \frac{4}{\text{مهم}}$$

ریاضی ۹۹ : چندگرم آب $50^{\circ}C$ را روی ۲۵۰gr یخ $0^{\circ}C$ بریزیم تا پس از برقراری تعادل گرمایی ۵۲۰gr آب صفر درجه سلسیوس در ظرف ایجاد شود؟ اتلاف گرما نداریم و $L_f = 336000 \frac{J}{kg}$ $c_{آب} = 4200 \frac{J}{kg.K}$

۲۶۰ | ۷۰
۳۲۰ | ۳۰۰

$$m' + m = 520\ gr$$

$$m' L_f = m' c \Delta\theta \rightarrow m' \times 80 \cancel{c_{آب}} = m \times \cancel{c_{آب}} \times 50$$

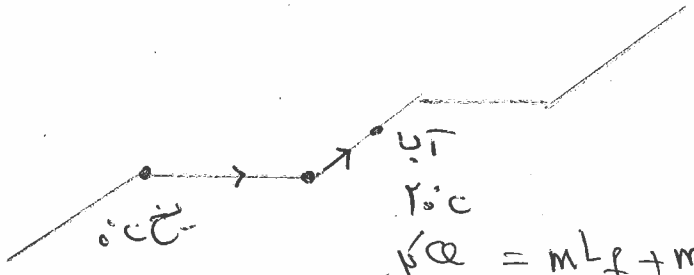
$$m' = \frac{5}{8} m \rightarrow \frac{5}{8} m + m = 520$$

$$\frac{13}{8} m = 520 \rightarrow m = \frac{8 \times 520}{13} = 320\ gr$$

تجربی ۱۴۰۰ به مقداری یخ صفر درجه سلسیوس در فشار 1atm گرمایی دهیم و آن را با آب با دمای ۲۰°C تبدیل می‌کنیم. چند درصد گرمای داده‌شده صرف ذوب کردن یخ شده است؟

$c = 4200 \frac{J}{kg.K}$ $L_f = 336 \frac{kJ}{kg}$

۸۰	۹۰
۷۵	۸۵



$Q_{کل} = mL_f + mc\Delta\theta = 80m + 20m = 100m$

$Q_{ذوب} = mL_f = 80m$

$\frac{Q_{ذوب}}{Q_{کل}} \times 100 = \frac{80m}{100m} \times 100 = 80\%$

تجربی ۱۴۰۰ خارج: دمای میله‌ای فلزی به طول ۲ متر آلومینیومی و فولادی با هم برابر و هرکدام ۴m است. دمای میله‌ها را چند درجه سلسیوس افزایش دهیم تا اختلاف طول آن‌ها ۲٫۳mm شود؟

$\alpha_{فولاد} = 11.5 \times 10^{-6} K^{-1}$

۲۵	۱۵
۱۰۰	۵۰

$\alpha_{AL} = 23 \times 10^{-6} K^{-1}$

$\Delta L \rightarrow \frac{\alpha_{AL}}{\alpha_{فولاد}} = \frac{23 \times 10^{-6}}{11.5 \times 10^{-6}} = 2 \rightarrow \alpha_{AL} = 2\alpha_{فولاد}$

$\Delta L_{AL} = 2\Delta L_{فولاد} \rightarrow \Delta L_{AL} - \Delta L_{فولاد} = 2.3$

$\Delta L_{فولاد} = 2.3 \rightarrow L_1 \alpha \Delta\theta = 2.3 \rightarrow \Delta\theta = \frac{2.3 \times 10^{-3}}{4 \times 11.5 \times 10^{-6}} = 50°C$

روش دوم $\Rightarrow \Delta L = (L\alpha\Delta T)_{AL} - \Delta(L\alpha\Delta T)_{فولاد} = L\Delta T(\alpha_2 - \alpha_1)$

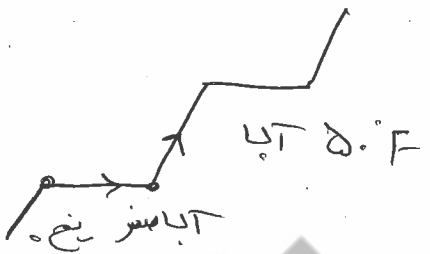
$\Rightarrow 2.3 \times 10^{-3} = 4 \times \Delta T \times 11.5 \times 10^{-6} \rightarrow \Delta T = 50°C$

ریاضی ۱۴۰۰ ۲۰gr یخ در دمای صفر درجه سلسیوس (نقطه ذوب) قرار داده شده تا آن را ذوب کرده و دمای آب حاصل را به ۵۰°F برساند! چند ژول گرما لازم است

$L_f = 336 \frac{J}{gr}$

$c_{آب} = 4.2 \frac{J}{g°C}$

9050	10920
7560	8190



$F = 1.8\theta + 32$

$50 = 1.8\theta + 32 \longrightarrow 18 = 1.8\theta \longrightarrow \theta = 10°C$

$Q = mL_f + mc\Delta\theta = 20 \times 80 c_{آب} + 20 \times c_{آب} \times 10$

$= 1800 c_{آب} = 1800 \times 4.2 = 7560 J$

ریاضی ۱۴۰۰ خ: ضریب انبساط طولی فلزی $2 \times 10^{-5} K^{-1}$ و دمای آن $0°C$ است.

آل دمای این فلز را به $250°C$ برسانیم حجم آن چند درصد افزایش می‌یابد!

1.5	0.15
2.5	0.25

$\Delta L = L_1 \cdot \alpha \Delta T \longrightarrow \frac{\Delta L}{L} = \alpha \Delta T \times 100$

$\frac{\Delta L}{L_1} = 2 \times 10^{-5} \times 250 = 500 \times 10^{-5} \times 100$

$= 5 \times 10^{-1} = 0.5\%$

$\frac{\Delta V}{V} \longrightarrow \frac{\Delta L}{L_1} \times 3 \longrightarrow 3 \times 0.5 = 1.5\%$

یا $\longrightarrow \frac{\Delta V}{V_1} = 3\alpha\Delta T \times 100 = 3 \times 2 \times 10^{-5} \times 250$

$= 1.5\%$

تجربی ۱۴۰۱ : طول ۲ میله مسی و آهنی در دمای صفر درجه سلسیوس، هریک برابر ۰/۵ متر است دمای میله‌ها را تا چند درجه سلسیوس افزایش دهیم تا اختلاف طول آن‌ها به ۰/۳ میلی متر برسد

$\alpha_{cu} = 1/8 \times 10^{-5}$

$\alpha_{fe} = 1/2 \times 10^{-5}$

۱۰۰	۵۰
۲۰۰	۱۵۰

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta T \;)_{cu}$$

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta T \;)_{fe}$$

$$\Delta L_{cu} - \Delta L_{fe} = L_1 (\alpha_{cu} - \alpha_{fe}) \Delta T$$

$$0/3 \times 10^{-3} = 0/5 (1/8 \times 10^{-5} - 1/2 \times 10^{-5}) \Delta T$$

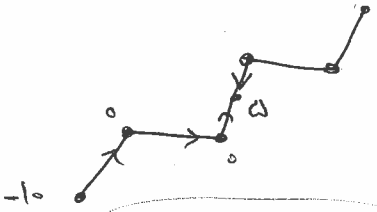
$$3 \times 10^{-4} = 5 \times 10^{-1} (0/6 \times 10^{-5}) \Delta T$$

$$\Delta T = \frac{3 \times 10^{-4}}{5 \times 10^{-1} \times 6 \times 10^{-6}} = \frac{10^{-4}}{10 \times 10^{-1} \times 10^{-6}} = 10^2$$

تجربی ۱۴۰۱ یک کیلوگرم یخ $-10^\circ C$ را درون یک استوانه درون گرماسنج آب $20^\circ C$ می‌اندازیم. آن‌پس از برقراری تعادل گرمایی دمای آب به $5^\circ C$ می‌رسد جرم آب چند کیلوگرم است؟

$L_f = 336000 \frac{J}{kg}$ $\quad c_{\text{آب}} = 2c_{\text{یخ}} = 4200 \frac{J}{kg\,^\circ C}$

۳	۲
۶	۴



$mc\Delta\theta + mL_f = mc\Delta\theta$ (آب) $+ mc\Delta\theta$ (یخ)

$1 \times \frac{1}{2} c_{\text{آب}} \times 10 + 1 \times 80 c_{\text{آب}} + 1 \times c_{\text{آب}} \times 5 = m \times c_{\text{آب}} \times 15$

$\rightarrow 5 + 80 + 5 = 15m$

$\Rightarrow 90 = 15m \Rightarrow m = 6kg$

تجربی ۱۴۰۱ خ یک قطعه آلومینیومی به جرم m و دمای ۹۴°C را درون ۴٫۵kg آب ۵۰°C می‌اندازیم. اگر پس از برقراری تعادل گرمایی دمای آب به ۵۲°C برسد، m چند کیلوگرم است؟

$c_{AL} = 900 \frac{J}{kg.°C}$ $\quad$ $c_{آب} = 4200 \frac{J}{kg.°C}$

۱	۱٫۵
۲	۲٫۵

$$mc\Delta\theta_{فلز} = mc\Delta\theta_{آب}$$

$$m \times 900 \times (94 - 52) = 4{,}5 \times 4200 \times (52 - 50)$$

$$m \times 900 \times 42 = 45 \times 10^{-1} \times 42 \times 10^{3} \times 2$$

$$m = \frac{90 \times 10^{1}}{900} = 1kg$$

ریاضی ۱۴۰۱ یک قطعه لعاب در دمای ۲۰°C قرار دارد. اگر دمای این قطعه را ۲۰۰°C افزایش دهیم حجم آن چند درصد افزایش می‌یابد؟ $\alpha_{لعاب} = 3 \times 10^{-5} \frac{1}{°C}$

۰٫۶	۱٫۸
۱۸	۶

$$\frac{\Delta V}{V_1} = 3\alpha\Delta T \times 100$$

$$= 3 \times 3 \times 10^{-5} \times 200 \times 100 = 18 \times 10^{-1} = 1{,}8$$

ریاضی ۱۴۰۱ خ : ظرفیت گرمایی فلزی در SI برابر ۲۱۰۰ است. اگر یک کیلوگرم از جرم این فلز کم شود ظرفیت گرمایی آن ۲۰ درصد کاهش می‌یابد. گرمای ویژه فلز در SI چقدر است؟

۲۱۰	۲۷۰
(۴۲۰)	۸۴۰

$$C = mc \rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{m_2}{m_1}$$

$$\Rightarrow \frac{0{,}8C_1}{C_1} = \frac{m_1 - 1}{m_1} \Rightarrow 0{,}8m_1 = m_1 - 1 \rightarrow 0{,}2m_1 = 1$$

$$\Longrightarrow m_1 = 5kg \Longrightarrow C_1 = mc \rightarrow 2100 = 5c \rightarrow c = 420$$

تجربی ۱۴۰۱ خ : حجم قطعه آلیاژی در دمای صفر درجه سلسیوس $1000\,cm^3$ است.

دمای آن را $120\,K$ افزایش می‌دهیم حجم آن $8,1\,cm^3$ افزایش می‌یابد. ضریب انبساط طولی این آلیاژ در SI چقدر است؟

$2,25\times10^{-5}$	$1,83\times10^{-5}$
$7,5\times10^{-6}$	$6,1\times10^{-6}$

$$\Delta V = V_1 \cdot 3\alpha \cdot \Delta T$$

$$8,1\times10^{-6} = 1000\times10^{-6} \times 3\alpha \times 120$$

$$\alpha = \frac{8,1\times10^{-1}}{10^3 \times 36\times10} = \left(\frac{81}{36}\right)\times10^{-5}$$

$$\Rightarrow \alpha = 2,25\times10^{-5}$$

$$\frac{81}{36} = \frac{72+9}{36} = \frac{72}{36} + \frac{9}{36} = 2 + \frac{1}{4} = 2 + 0,25 = 2,25$$

ص ۵۱

تجربی دی ماه ۱۴۰۱: طول یک پل معلق در دمای $-۵۸^\circ F$ برابر $1158m$ است این پل از نوعی فولاد با $\alpha = 1,3\times10^{-5} K^{-1}$ ساخته شده است. اگر دمای پل به $122^\circ F$ برسد تغییر طول پل تقریباً چند متر است؟

۱,۲	(۱,۵)
۰,۹۸	۰,۹۶

$$\Delta F = 122 - (-58) = 180^\circ F$$

$$\Delta F = 1,8\Delta\theta \Rightarrow 180 = 1,8\Delta\theta \rightarrow \Delta\theta = 100$$

$$\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta\theta = 1158 \times 13\times10^{-6} \times 10^2$$

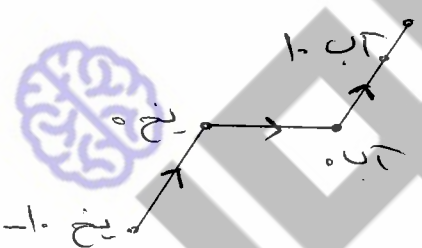
$$= 1158 \times 13 \times 10^{-4} = 1,5054^m$$

تجربی دی ماه ۱۴۰۱: چند کیلوژول گرما لازم است تا در فشار یک اتمسفر، $0,5kg$ یخ $-10^\circ C$ را به آب $10^\circ C$ تبدیل کرد؟

$L_f = 336 \frac{kJ}{kg}$

$c_{یخ} = \frac{1}{2} c_{آب} = 2100 \frac{J}{kg\,K}$

۵۴,۶	۴۸,۳
۱۸۹	۱۹۹,۵



$$Q = \underset{\text{یخ}}{mc\Delta\theta} + mL_f + \underset{\text{آب}}{mc\Delta\theta}$$

$$= 0,5 \times \frac{1}{2} c \times 10 + 0,5 \times 80 c + 0,5 c \times 10$$

$$= 47,5c = 47,5 \times 4200 = 199500 J$$

تجربی ۱۴۰۲ تیرماه: دمای جسمی برحسب درجه فارنهایت، ۵ برابر دمای آن برحسب درجه سلسیوس است این دما چند کلوین است؟

۲۷۳	۲۶۳
۳۶۳	۲۸۳

$$F = 1,8\theta + 32 \Rightarrow F = 5\theta$$

$$5\theta = 1,8\theta + 32 \rightarrow 3,2\theta = 32 \rightarrow \theta = 10$$

$$T = 273 + 10 = 283K$$

تجربی ۱۴۰۲ ـ ترم ۰

در ظرفی عایق حاوی ۵۲۰ گرم آب ۱۵°C، یک قطعه مس به جرم ۱۰۰g به دمای ۵۰°C و یک قطعه فلز دیگر به دمای ۶۰°C می‌اندازیم. پس از برقراری تعادل گرمایی، دمای تعادل به ۲۰°C می‌رسد. با چشم‌پوشی از تبادل گرما بین ظرف و سایر اجسام، ظرفیت گرمایی فلز در SI چقدر است؟

$(c_{\text{آب}} = ۴۲۰۰ \frac{J}{kg.°C}$ ، $c_{\text{مس}} = ۴۰۰ \frac{J}{kg.°C})$

۱) ۱۲۴

۲) ۲۴۳

۳) ۲۴۳۰۰۰

۴) ۱۲۴۰۰۰

$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{مس}} + Q_{\text{فلز}} = ۰ \xrightarrow{Q=mc\Delta\theta}$

$۰/۵۲ \times ۴۲۰۰ \times (۲۰-۱۵) + ۰/۱ \times (۲۰-۵۰) \times ۴۰۰ + c(۲۰-۶۰) = ۰$

$۱۰۹۲۰ - ۱۲۰۰ - ۴۰c = ۰ \longrightarrow c = ۲۴۳ \frac{J}{K}$

تجربی ۱۴۰۲ ـ ترم خ : دمای شهری در دو روز مختلف سال، ۴۰°c و ۱۰°c- می‌باشد. اختلاف دما در این دو روز چند درجه فارنهایت است؟

۵۴ | ۳۰
۹۰ | ۵۰

$\Delta F = ۱/۸ \Delta\theta = ۱/۸ (۴۰ - (-۱۰)) = ۹۰$

تجربی ۱۴۰۲ خ : شخصی ۳۰۰g آب ۷۰°C را در یک ظرف آلومینیمی به جرم ۱۲۰g که دمای آن ۲۰°C است، می‌ریزد. دمای نهایی پس از آنکه آب و ظرف به تعادل برسند، تقریباً چند کلوین است؟ (فرض کنید هیچ گرمایی با محیط مبادله نمی‌شود.)

$(c_{\text{آب}} = ۴۲۰۰ \frac{J}{kg.°C}$ ، $c_{\text{آلومینیم}} = ۹۰۰ \frac{J}{kg.°C})$

۱) ۳۲۹

۲) ۶۵

۳) ۳۳۹

۴) ۶۶

آب ۷۰ ← θ ← ظرف ۲۰

$mc\Delta\theta_{\text{آب}} = mc\Delta\theta_{\text{فلز}}$

$\frac{۳}{۱۰۰} \times ۴۲۰۰ \times (۷۰-\theta) = \frac{۱۲}{۱۰۰} \times ۹۰۰ \times (\theta - ۲۰)$

$۱۲۶۰(۷۰-\theta) = ۱۰۸(\theta-۲۰) \quad \div ۱۰۸$

$۱۱(۷۰-\theta) = \theta - ۲۰$

$۷۷۰ - ۱۱\theta = \theta - ۲۰$

$\Rightarrow ۷۹۰ = ۱۲\theta \longrightarrow \theta = \frac{۷۹۰}{۱۲} = ۶۵/۸$

$\longrightarrow ۳۳۸/۸۳K$

ریاضی ۱۴۰۲ تیرماه : طول یک پل معلق فولادی در سردترین موقع سال ۹۰۰m بوده و در آن سال بیش‌ترین طول پل به ۹۰۰/۹m می‌رسد. اختلاف بیش‌ترین دما و کمترین دمای پل در آن سال چند درجه سلسیوس است؟

۸۰	۷۰
۱۰۰	۹۰

$$\Delta L = L_1 \cdot \alpha \cdot \Delta\theta$$

$$(900/9 - 900) = 900 \times 125 \times 10^{-7} \times \Delta\theta$$

$$0/9$$

$$\Delta\theta = \frac{9 \times 10^{-1}}{9 \times 10^{2} \times 125 \times 10^{-7}} = \frac{10^{4}}{125}$$

$$\Delta\theta = \frac{8 \times 10}{125} = 80$$

ریاضی ۱۴۰۲ تیرماه ۸۰ گرم آب با دمای ۲۰°C را به همراه ۲۰ گرم آب با دمای ۸۰°C درون ظرف فلزی ۳۰۰ گرمی با دمای ۳۲°C می‌ریزیم. دمای تعادل چند درجهٔ سلسیوس است؟ ($c_{آب} = 4200 \frac{J}{kg.K}$ و $c_{ظرف} = 400 \frac{J}{kg.K}$)

۱) ۵۰ ۲) ۴۲ ۳) ۴۰ ۴) ۳۲

$$\theta_e = \frac{80 \times 4200 \times 20 + 20 \times 4200 \times 80 + 300 \times 400 \times 32}{80 \times 4200 + 20 \times 4200 + 300 \times 400}$$

$$\theta_e = \frac{3200 \times 4200 + 300 \times 400 \times 32}{100 \times 4200 + 300 \times 40} = \frac{3200(4200 + 1200)}{100(4200 + 1200)}$$

$$= 32$$

ریاض ۱۴۰۲ خ : طول یک میله فولادی چند متر باشد تا اگر دمای آن را ۵۰°C افزایش دهیم ۳mm بر طولش اضافه شود؟

۶	۵
۱۲	۱۰

$\alpha = 12 \times 10^{-5} K^{-1}$

$$\Delta L = L_1 \cdot \alpha \Delta\theta$$

$$3 \times 10^{-3} = L_1 \times 12 \times 10^{-6} \times 50$$

$$L_1 = \frac{3 \times 10^{-3}}{60 \times 10^{-5}} = \frac{1}{20} \times 10^{2} = 5$$

ص ۵۴

ریاضی ۱۴۰۲ خ / ۵۶

۶۰۰ گرم آب $20^\circ C$ درون گرماسنجی قرار دارد. درون آن ۴۰۰ گرم آب $80^\circ C$ می‌ریزیم. اگر دمای تعادل به $36^\circ C$ برسد و از مبادلهٔ گرما با خارج مجموعه صرف‌نظر شود، ظرفیت گرمایی گرماسنج در SI چقدر است؟

$(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{J}{kg.K})$

۱) ۱۸۰۰ ۲) ۲۱۰۰ ۳) ۳۶۰۰ ۴) ۴۲۰۰

$0.6 \times 4200 \times (36-20) + A(36-20) + 0.4 \times 4200 \times (36-80) = 0$

$\Rightarrow 6 \times 420 \times 16 + 16A - 4 \times 420 \times 44 = 0$

$A = \frac{-6 \times 420 \times 16 + 4 \times 420 \times 44}{16} = \frac{420(-96 + 176)}{16}$

$= 2100$