جزوه فصل سوم فیزیک دهم

کار، انرژی، توان

تالیف: مهندس رهبری

مهر ماه ۱۴۰۱

انرژی جنبشی : انرژی وابسته به حرکت یک جسم را انرژی حرکتی یا انرژی جنبشی می نامیم. انرژی جنبشی کمیتی نرده‌ای است که هرگز منفی نمی شود و به جرم (m) و تندی جسم (v) بستگی دارد و به جهت حرکت جسم وابسته نیست.

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

- K: انرژی جنبشی (ژول)
- m: جرم (kg)
- v: تندی (m/s)

$$\Rightarrow J = kg \cdot \frac{m^2}{s^2}$$

$m > 0$, $v^2 > 0 \Rightarrow K > 0$

---

① محاسبهٔ تغییرات انرژی جنبشی یک جسم : (افزایش - کاهش - تغییرات)

$$\Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = \underbrace{\frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)}_{\text{فاکتور}}$$

- $\Delta K > 0 \Rightarrow v_2 > v_1 \longrightarrow$ افزایش سرعت - شتاب دار
- $\Delta K = 0 \Rightarrow v_1 = v_2 \longrightarrow$ سرعت ثابت (شتاب صفر)
- $\Delta K < 0 \Rightarrow v_2 < v_1 \longrightarrow$ کاهش سرعت

انرژی جنبشی هیچ گاه منفی نیست، اما تغییرات انرژی جنبشی (ΔK) می تواند منفی هم باشد.

---

② مقایسهٔ انرژی جنبشی : $\left(\frac{K_2}{K_1}\right)$

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{\frac{1}{2} m_2 \times v_2^2}{\frac{1}{2} m_1 \times v_1^2}$$

$$\Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

③ محاسبه درصد تغییر انرژی جنبشی :

$$\frac{\Delta K}{K_1} \times 100$$

خلاصه موارد قبلی : ① تغییر انرژی جنبشی ← افزایش یا کاهش انرژی جنبشی ← ΔK

② انرژی جنبشی چند برابر می‌شود $\frac{K_2}{K_1}$

③ درصد تغییرات انرژی جنبشی $\frac{\Delta K}{K_1} \times 100$

$$\frac{Km}{h} \div 3.6 \rightarrow \frac{m}{s} \qquad 72 \rightarrow \frac{m}{s}$$

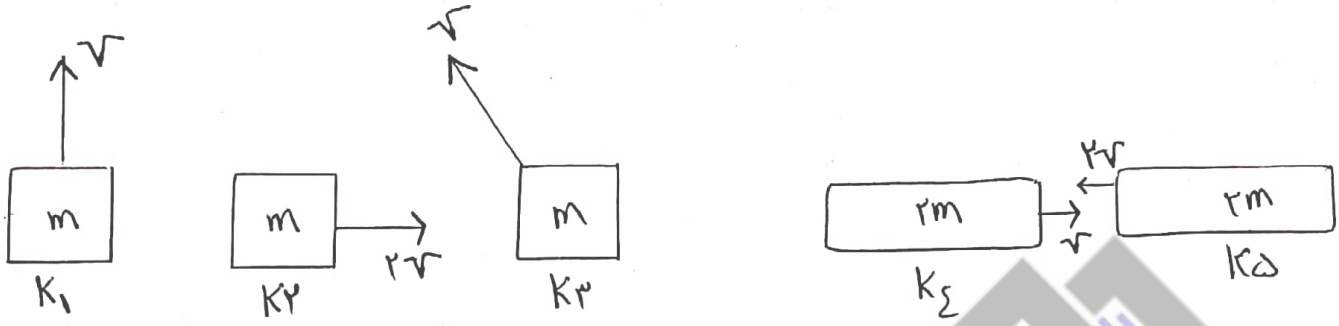
۱۴۰۰ ریاضی خ : گلوله‌ای با جرم $2.1 \times 10^{-4}\ kg$ با تندی $8\ \frac{km}{s}$ به زمین برخورد کند انرژی جنبشی آن در لحظه برخورد معادل انرژی حاصل از انفجار چند تن TNT است؟ (انرژی حاصل از انفجار هر تن TNT برابر $4.2 \times 10^9\ J$ است)

$$\begin{array}{r|l} 32 & 16 \\ \hline 320 & 160 \end{array}$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow K = \frac{\frac{1}{2} \times 2.1 \times 10^{-4} \times (8 \times 10^3)^2}{4.2 \times 10^9}$$

$$K = \frac{\frac{1}{2} \times 1.4 \times 10^{-4} \times 64 \times 10^6}{2 \times 10^9} = 14 \times 10^{-7}\ (\text{ton TNT})$$

مثال: انرژی جنبش هریک از اجسام زیر را با هم مقایسه کنید و مقدار آن‌ها را به ترتیب از کم‌ترین تا بیش‌ترین بنویسید.



$K_1 = \frac{1}{2} m v^2 \longrightarrow mv^2$

$K_2 = \frac{1}{2} m (2v)^2 = \frac{1}{2} m \times 4v^2 \longrightarrow 4mv^2$

$K_3 = \frac{1}{2} m v^2 \longrightarrow mv^2$

$K_4 = \frac{1}{2} \times 2m \times v^2 = \frac{1}{2} \times 2mv^2 \longrightarrow 2mv^2$

$K_5 = \frac{1}{2} \times 2m \times (2v)^2 = \frac{1}{2} \times 2m \times 4v^2 \longrightarrow 8mv^2$

$K_5 > K_2 > K_4 > K_3 = K_1$

جرم خودرویی به همراه راننده‌اش $840\ kg$ است تغییرات انرژی جنبش خودرو را بین ۲ لحظه حساب کنید.

$$\Delta K = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 840 \times (25^2 - 18^2)$$

اتحار مزدوج

$$= \frac{1}{2} \times 840 \times (25-18)(25+18) = 126420\ J$$

۴۳

مثال: جرم خودرویی به همراه راننده‌اش ۸۴۰ kg است. این خودرو با تندی ۵۴ $\frac{km}{h}$ در حرکت است. انرژی جنبشی آن چند ژول است؟

$$54 \div 3.6 = 54 \times \frac{10}{36} = \frac{90}{6} = 15\ m/s$$

$$K = \frac{1}{2} \times 840 \times 15^2 = 94500\ J$$

مثال: اگر تندی جسمی از ۲۷ به ۳۶ تغییر کند تغییر انرژی جنبشی آن چند برابر انرژی جنبشی اولیه‌اش خواهد شد؟

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{36}{27}\right)^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = 9 \Rightarrow K_2 = 9K_1$$

$$\Delta K = K_2 - K_1 = 9K_1 - K_1 = 8K_1$$ ✓

اگر سرعت جسم ۲ برابر شود $\Rightarrow v_2 = 2v_1$

اگر سرعت جسم ۲ واحد افزایش یابد $\Rightarrow v_2 = v_1 + 2$ یا $\Delta v = 2$

اگر سرعت جسم ۲۰ درصد افزایش یابد $\Rightarrow v_2 = (100+20)\%\, v_1 = \frac{120}{100} v_1 = 1.2 v_1$

$$\frac{\Delta v}{v_1} = \frac{20}{100} = 0.2$$

اگر سرعت جسم ۲۰ درصد کاهش یابد $\Rightarrow v_2 = (100-20)\%\, v_1 = \frac{80}{100} v_1 = 0.8 v_1$

$$\frac{\Delta v}{v_1} = -\frac{0.20}{100} = -0.2$$

اگر سرعت جسم ۲ واحد کاهش یابد $\Rightarrow v_2 = v_1 - 2 \rightarrow \Delta v = -2$

۵

انرژی جنبشی جسمی برابر با $8\,J$ و تندی آن $10\,\frac{m}{s}$ است. تندی جسم را چند متر بر ثانیه افزایش دهیم تا انرژی جنبشی‌اش به $72\,J$ برسد؟

۲۰ | ۳۰
۴۰ | ۵۰

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{72}{8} = \frac{v_2^2}{10^2}$$

$$\Rightarrow 9 = \frac{v_2^2}{100} \Rightarrow v_2^2 = 900 \xrightarrow{\sqrt{\ }} v_2 = 30\,m/s$$

$$\Delta v = v_2 - v_1 = 30 - 10 = 20$$

تندی یک جسم با جرم ثابت را چند درصد زیاد کنیم تا انرژی جنبشی آن ۴۴ درصد زیاد شود؟

$$K_2 = (100 + 44)\%\, K_1 \Rightarrow K_2 = 1{,}44\, K_1$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{1{,}44\,K_1}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \xrightarrow{\sqrt{\ }}$$

$$\frac{v_2}{v_1} = 1{,}2 \Rightarrow v_2 = 1{,}2\,v_1$$

$$\frac{\Delta v}{v_1} = \frac{1{,}2v_1 - v_1}{v_1} = \frac{0{,}2v_1}{v_1} \times 100 = 20\,\%$$

یا:

$v_2 = 1{,}2\,v_1$

$1{,}2 \rightarrow 100\%$

$0{,}2 \rightarrow 20\%$

اگر تندی خودرویی $10\,m/s$ افزایش پیدا کند، انرژی جنبشی آن ۹ برابر می‌شود. تندی اولیه خودرو چند متر بر ثانیه بوده است؟

۵ | ۷٫۵
۳۰ | ۲۲٫۵

$$\frac{K_2}{K_1} = 9 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \hookrightarrow 9 = \left(\frac{v_1 + 10}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{v_1 + 10}{v_1} = 3$$

$$\Rightarrow 3v_1 = v_1 + 10 \Rightarrow v_1 = 5$$

متحرکی با تندی ۳ متر بر ثانیه در حرکت است چند متر بر ثانیه به تندی آن اضافه کنیم تا انرژی جنبشی آن ۱۶ برابر شود؟

۹	۶
۱۶	۱۲

$$\frac{K_2}{K_1}=16$$

$$v_1=3\ m/s$$

$$\Delta v=?$$

$$\Rightarrow \frac{K_2}{K_1}=\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow 16=\left(\frac{v_2}{3}\right)^2$$

$$\frac{v_2}{3}=4 \Rightarrow v_2=12\ m/s \Rightarrow \Delta v=12-3=9\ m/s$$

(خ ۹۵) اگر سرعت متحرکی به جرم m و به اندازه $5\ kg/m$ افزایش پیدا کند افزایش انرژی جنبشی آن $\frac{5}{4}$ انرژی جنبشی اولیه می‌شود سرعت اولیه متحرک چند متر بر ثانیه بوده است؟

$$v_2=v_1+5 \Rightarrow \Delta v=5$$

$$\Delta K=\frac{5}{4}K_1 \Rightarrow K_2-K_1=\frac{5}{4}K_1 \Rightarrow K_2=\frac{9}{4}K_1$$

$$\frac{K_2}{K_1}=\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{\frac{9}{4}K_1}{K_1}=\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

$$\frac{9}{4}=\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1}=\frac{3}{2} \Rightarrow v_2=1.5v_1$$

$$v_2=v_1+5 \xrightarrow{v_2=1.5v_1} 1.5v_1=v_1+5$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}v_1=5 \rightarrow v_1=10\ m/s$$

کار: هرگاه به یک جسم نیروی F وارد شود و جسم جابجایی داشته باشد کار نیروی F را می‌توان بصورت مقابل محاسبه کرد.

$$W = (F\cos\theta)\,d$$

F: نیروی وارد بر جسم
θ: زاویه نیرو و جابجایی
d: جابجایی برحسب متر

واحد کار → $J = N.m$

هرگاه نیرو بر جابجایی عمود باشد کار آن نیرو صفر است مانند کار نیروی عمودی سطح و کار نیروی وزن در یک جابجایی افقی.

$\theta = 90 \Rightarrow \cos 90 = 0 \Rightarrow W = 0$

$\theta = 180 \Rightarrow \cos 180 = -1 \Rightarrow W < 0$

مانند کار نیروی اصطکاک $F \longleftrightarrow d$ (θ)

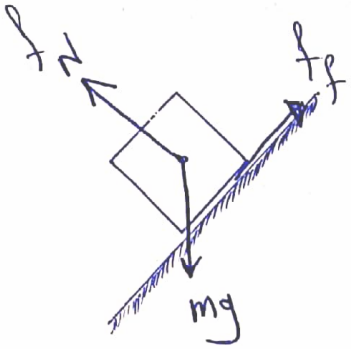
$\theta = 0 \Rightarrow \cos 0 = 1 \Rightarrow W > 0$ یا $F \rightarrow$ d یا $F \rightarrow$ $d \rightarrow$

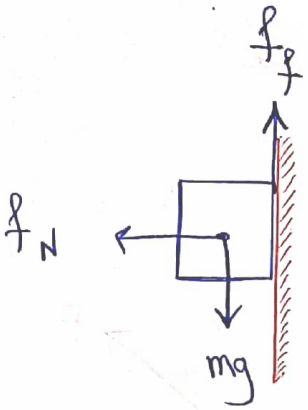
انواع نیروها: ① نیروی وزن ($W = mg$) ② نیروی عمودی سطح (N یا f_N) ③ نیروی اصطکاک

نیروی وزن: نیرویی است عمودی و همواره رو به پایین می‌باشد.

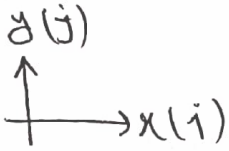
نیروی عمودی سطح: هرگاه ۲ جسم یا ۲ سطح به هم تکیه بدهند نیروی عمودی سطح ایجاد می‌شود و همواره به سطح تکیه داده شده عمود است.

نیروی اصطکاک: نیرویی است که همواره با عامل برجسته آورنده حرکت مخالفت می‌کند.





بردارها (یک): برداری است به اندازه یک واحد که بصورت اُز نمایش می دهیم.

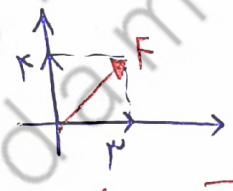


برداری به طول ۴ در جهت محور x ها ← $4\vec{i}$

برداری به طول ۳ واحد خلاف محور y ها ← $-3\vec{j}$

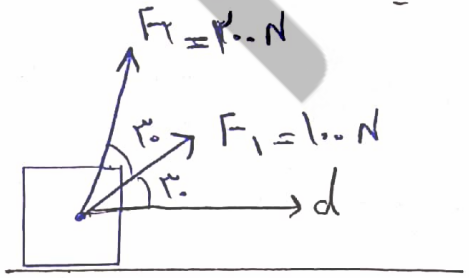
هرگاه برداری بصورت اُز باشد برای محاسبه اندازه آن کافی است از فیثاغورس استفاده کنیم.

$$\vec{F} = 3i + 4j$$



$$|F| = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$$

در شکل مقابل کار نیروی F_1 و F_2 را محاسبه کنید. (جابجایی ۲m است)



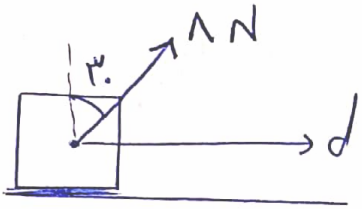
$$W_{F_1} = 100 \times 2 \times \cos 30 = 200 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 100\sqrt{3}\ N.m$$

$$W_{F_2} = 200 \times 2 \times \cos 60 = 400 \times \frac{1}{2} = 200\ N.m$$

مثال: در شکل مقابل کار نیروی ۸ N را حساب کنید.

(جابجایی 10m)



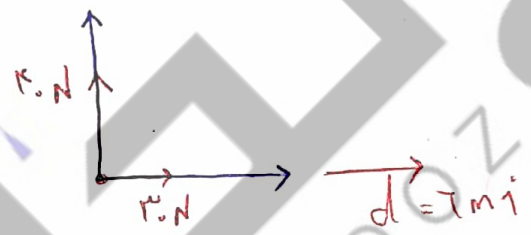
$$W_F = 8 \times 10 \times \cos 60 = 80 \times \frac{1}{2} = 40\,J$$

یادآوری: θ: زاویه نیرو با جابجایی است لذا $\theta = 90 - 30 = 60$

---

۹۸ ت: نیروی $\vec{F} = 30\,i + 40\,j$ (N) بر جسمی به جرم 5kg وارد می‌شود و آن را روی سطح افقی به اندازه $\Delta\vec{r} = 6m\,i$ جابجا می‌کند. کار نیروی $\vec{F}$ در این جابجایی چند ژول است؟

۲۴۰	۱۸۰
۴۲۰	۳۰۰



نیروی ۴۰N بر جابجایی عمود است لذا کار آن نیرو صفر است.

$W_{40N} = 0$

$W_{30N} = 30 \times 6 \times \cos 30 = 180\,J$

نکته

آگر بردار نیرو بصورت $\vec{F} = F_x i + F_y j$ و

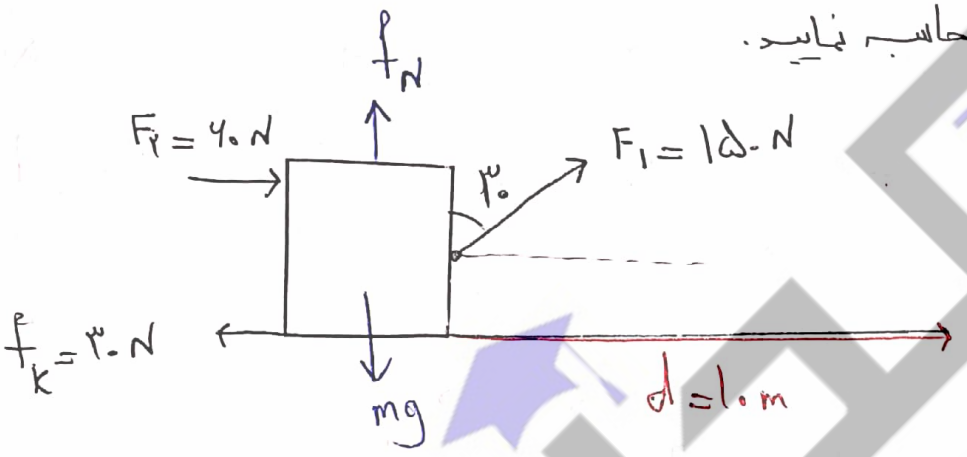
جابجایی بصورت $\vec{d} = d_x i + d_y j$ باشد کار نیروی F برابر است با:

$$W = \underbrace{F_x d_x}_{W_x} + \underbrace{F_y d_y}_{W_y}$$

کار کل (W_t): اگر کار تمام نیروهای وارد بر جسم را محاسبه کنیم و سپس همه را جمع کنیم کار کل محاسبه می‌شود. یا می‌توان برآیند همه نیروها را محاسبه کرد سپس در جابجایی ضرب کرد.

$$\begin{cases} W_t = W_1 + W_2 + \cdots \\ W_t = f_t \times d \end{cases}$$

مثال: در شکل زیر کار کل نیروها را محاسبه نمایید.



روش اول:

$W_{f_N} = W_{mg} = 0$ چون هر دو نیرو بر جابجایی عمودند

$$W_{F_1} = F_1 \cos\theta \times d = 150 \times \cos 60 \times 10 = 750\ j$$

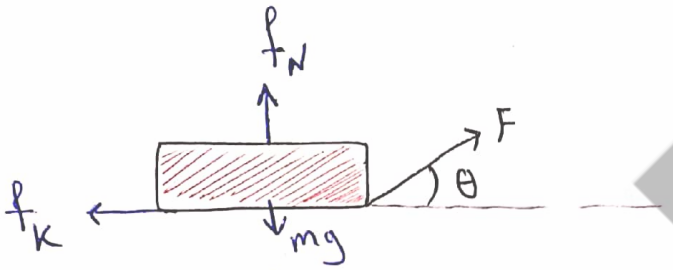
$$W_{F_2} = 40 \times \cos 0 \times 10 = 600\ j$$

$$W_{f_k} = 30 \times \cos 180 \times 10 = -300\ j$$

$$W_t = 750 + 600 - 300 = \boxed{1050\ J}$$

روش دوم $W_t = (150 \cos 60 + 60 - 30) \times 10 = \boxed{1050\ j}$

مثال: کشاورزی توسط تراکتور به جرم ۱ تن در راستای یک زمین هموار به اندازه ۲۰۰m جابجا می‌کند وزن کل سورتمه و بار آن $mg = 15000N$ است. تراکتور نیروی ثابت $F_1 = 5500N$ را در زاویه $\theta = 45°$ بالای افق به سورتمه وارد می‌کند. نیروی اصطکاک جنبشی $f_k = 3500N$ است که برخلاف جهت حرکت به سورتمه وارد می‌شود. کار کل انجام شده روی سورتمه را حساب کنید.



$$W_t = \left(5500\cos 45 - 3500\right) \times 200 = 7781.7\,J$$

قضیهٔ کار و انرژی جنبشی:

$$W_t = \Delta K$$

کار کل انجام شده روی یک جسم با تغییر انرژی جنبشی آن برابر است.

① اگر سرعت ثابت باشد $\Rightarrow K_2 = K_1 \Rightarrow \Delta K = 0 \Rightarrow W_t = 0$

② اگر سرعت افزایش یابد $\Delta K > 0 \Rightarrow W_t > 0$

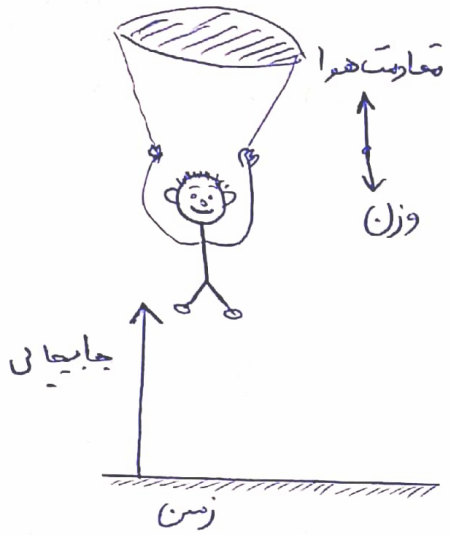
③ اگر سرعت کاهش یابد $\Delta K < 0 \Rightarrow W_t < 0$

مثال: توپ فوتبالی به جرم ۴۵۰gr از نقطهٔ پنالتی با تندی $20\frac{m}{s}$ به طرف دروازه شوت می‌شود توپ با تندی $18\frac{m}{s}$ به دستان دروازه‌بان برخورد می‌کند. کار کل انجام شده روی توپ را که بسبب کاهش تندی آن شده است حساب کنید.

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = \frac{1}{2}m\left(v_2^2 - v_1^2\right)$$

$$W_t = \frac{1}{2} \times 0.45 \times \left(18^2 - 20^2\right) = -17.1\,J$$

مثال ۹: چتربازی به جرم کل $75kg$ از بالونی که در ارتفاع $800m$ از سطح زمین است، با تندی $1,2 \frac{m}{s}$ به بیرون بالون می‌پرد. اگر او با تندی $4,8 \frac{m}{s}$ به زمین برسد کار نیروی مقاومت هوا روی چترباز را در طول مسیر سقوط محاسبه کنید. $(g = 10 m/s^2)$



$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{F_{هوا}} = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

$$(75 \times 10 \times 800) + W_{F_{هوا}} = \frac{1}{2} \times 75 (4,8^2 - 1,2^2)$$

$$6 \times 10^5 + W_{F_{هوا}} = \frac{1}{2} \times 75 \times (4,8 - 1,2)(4,8 + 1,2) \quad (3,6 \quad 6)$$

$$600000 + W_{F_{هوا}} = 810$$

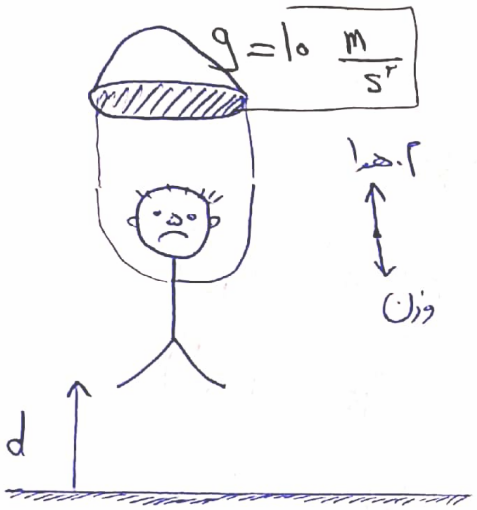
$$W_{F_{هوا}} = -599190\ J$$

بین ۲ نیروی مقاومت هوا و وزن طبیعتاً نیروی وزن برآیند است درنتیجه کار نیروی وزن از کار نیروی مقاومت هوا برآیند است. اما اختلاف چندانی ندارند چون کل اختلاف زیاد پرور چترباز بشدت با زمین برخورد می‌کرد

$$W_{وزن} = 600000\ J$$

$$W_{F_{هوا}} = -599190\ J$$

تجربی ۹۹ خ : چتربازی به جرم کل $100\,kg$ از بالونی در ارتفاع $500\,m$ از سطح زمین با سرعتی به بزرگی $1/5\,\frac{m}{s}$ به بیرون بالون می‌پرد. اگر او با سرعتی به بزرگی $4/5\,\frac{m}{s}$ به زمین برسد کار نیروی مقاومت هوا روی چتربار در طول مسیر سقوط چند کیلوژول است؟



$-500/9 \mid -900$

$-499/1 \mid -500$

روش اول

$$W_{mg} + W_{f_{هوا}} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$100\times10\times500 + W_{f_{هوا}} = \frac{1}{2}\times100\times\left(4/5^2 - 1/5^2\right)$$

$$(4/5-1/5)(4/5+1/5)$$

$$500000 + W_{هوا} = 50\times\frac{900}{3\times4}$$

$$W_{f_{هوا}} = -499100\,j \xrightarrow{\div1000} -499/1\,kj$$

روش دوم

چون چتربار به سمت پایین می‌آید لذا

$$W_{هوا} < W_{mg}$$

$$W_{mg} = 500\times10\times100 = 500000\,j = 500\,kj$$

$$W_{هوا} < 500\,kj$$

- تنها گزینه‌ای که از ۵۰۰ کمتر است $-499/1$ ✓

مثال: جرم یک خودرو به همراه راننده ۸۴۰ kg است وقتی این خودرو از موقعیت A به موقعیت B می رود کار کل انجام شده روی خودرو ۷۳۵۰۰ J است. اگر تندی خودرو در موقعیت A ۵۴ $\frac{km}{h}$ باشد تندی آن در موقعیت B چند برابر است؟

$$W_t = \Delta K$$

$$W_t = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2)$$

$$۷۳۵۰۰ = \frac{1}{2} \times ۸۴۰ \times (v_B^2 - ۱۵^2)$$

$$۷۳۵۰۰ = ۴۲۰ (v_B^2 - ۲۲۵)$$

$$\frac{۷۳۵۰۰}{۴۲۰} = v_B^2 - ۲۲۵ \Longrightarrow ۱۷۵ = v_B^2 - ۲۲۵$$

$$\Rightarrow v_B^2 = ۴۰۰ \longrightarrow v_B = ۲۰ m/s$$

مثال: برای آن که تندی خودرویی از حال سکون به v برسد باید کار کل W_{1t} روی آن انجام شود همچنین برای آن که تندی خودرو از v به $۲v$ برسد باید کار کل W_{2t} روی آن انجام شود نسبت $\frac{W_{1t}}{W_{2t}}$ چقدر است؟

سکون $v=۰$ $\longrightarrow$ v $\longrightarrow$ W_{1t}

v $\longrightarrow$ $۲v$ $\longrightarrow$ W_{2t}

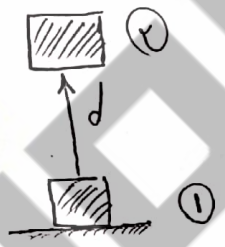
$$\frac{W_{1t}}{W_{2t}} = \frac{\frac{1}{2}m(v^2 - ۰^2)}{\frac{1}{2}m((۲v)^2 - v^2)} = \frac{v^2}{۴v^2 - v^2} = \frac{v^2}{۳v^2} = \frac{۱}{۳}$$

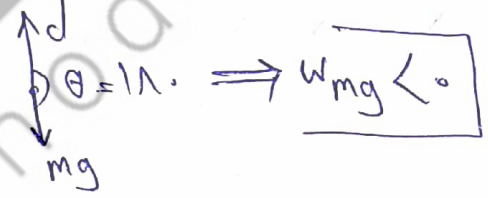
۹۸ تجربی خ : برای این که سرعت وزنه‌ای با جرم معین از صفر به v برسد باید کار W_1 روی آن انجام شود و برای آن که سرعت این وزنه از v به $3v$ برسد باید کار W_2 روی آن انجام شود نسبت $\frac{W_2}{W_1} = ?$

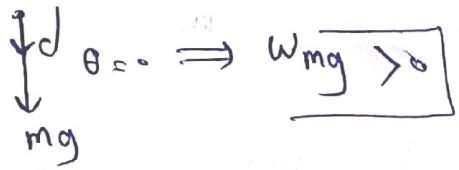
۲	۳
۴	۹

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{\frac{1}{2}m\left((3v)^2 - v^2\right)}{\frac{1}{2}m\left(v^2 - 0^2\right)} = \frac{9v^2 - v^2}{v^2} = \frac{8v^2}{v^2} = 8$$

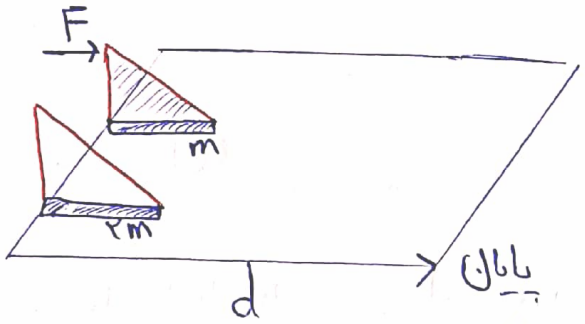
کار نیروی وزن : هرگاه جسمی را رو به بالا جابجا نماییم کار نیروی وزن منفی می باشد به همین دلیل است که بلند کردن یک جسم سنگین مستلزم نیروی زیادی می باشد چون وزن در حال مخالفت کردن است. و هرگاه جسمی را رو به پایین جابجا نماییم کار نیروی وزن مثبت است و به همین دلیل یک جسم سنگین را با نیروی کم می توان به سمت پایین انتقال داد چون نیروی وزن در حال کمک کردن است.







مثال: دو قایق بادبانی مخصوص حرکت روی سطوح یخ زده، دارای جرم‌های m و $2m$، روی دریاچهٔ افقی و بدون اصطکاک قرار دارند و نیروی ثابت و یکسان $\vec{F}$ پاروزدن باد بهر دو وارد می‌شود (شکل زیر). هر دو قایق از حال سکون شروع به حرکت می‌کنند و از خط پایان به فاصلهٔ d می‌گذرند. انرژی جنبشی و تندی قایق‌ها را درست پس از عبور از خط پایان با هم مقایسه کنید.



$$\Delta K = K_2 - K_1^{\nearrow 0}$$

$$W_t = \Delta K \Longrightarrow W_t = K_2$$

$$\Longrightarrow F \times d = K_2$$

F ثابت، d ثابت $\Longrightarrow$ انرژی جنبشی‌ها برابر

$$K_{\text{قایق اول}} = K_{\text{قایق دوم}}$$

$$\frac{1}{2} \times m \times v_2'^2 = \frac{1}{2} \times 2m \times v_2'^2 \Longrightarrow v_2'^2 = 2v_2'^2 \Longrightarrow$$

$$v_2 = \sqrt{2}\, v_2'$$

انرژی پتانسیل گرانشی:

انرژی پتانسیل گرانشی سامانهٔ متشکل از زمین و جسمی به جرم m که در ارتفاع h از سطح زمین است بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$U = mgh$$

$$\Delta U = U_2 - U_1 = mgh_2 - mgh_1 = mg(h_2 - h_1) = mg\Delta h$$

$$\begin{cases} \Delta U = 0 \Rightarrow h_2 = h_1 & \text{ارتفاع ثابت} \Rightarrow W_{mg} = 0 \\ \Delta U > 0 \Rightarrow h_2 > h_1 & \text{افزایش ارتفاع} \Rightarrow W_{mg} < 0 \\ \Delta U < 0 \Rightarrow h_2 < h_1 & \text{کاهش ارتفاع} \Rightarrow W_{mg} > 0 \end{cases}$$

نکته مهم: کار نیروی وزن برابر است با منفی تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی

$$W_{mg} = -\Delta U \quad \text{یا} \quad W_{mg} = -mg(h_2 - h_1)$$

اگر کار وزن برابر $100J$ باشد تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی برابر $-100J$ است.

۹۹ ریاضی خ : گلوله‌ای به جرم ۴۰ گرم با سرعت افقی که بزرگی آن $300 \frac{m}{s}$ است به دیواری برخورد می‌کند و پس از طی مسافت $20cm$ داخل دیوار متوقف می‌شود کار نیروی که دیوار به گلوله وارد می‌کند چند ژول است؟

-1800	-18
-600	-6

$$W_t = \Delta K$$

$$W_t = \frac{1}{2} \times \frac{4}{1000} \times (0^2 - 300^2)$$

$$W_t = \frac{1}{2} \times \frac{1}{25} \times (-90000) = -1800\,J$$

کار نیروی گلوله برابر تغییرات انرژی جنبشی است.

پایستگی انرژی مکانیکی :

$E = K + U$ → انرژی پتانسیل

انرژی مکانیکی

انرژی جنبشی

در غیاب مقاومت‌ها و اصطکاک می‌توان نوشت:

$$E_1 = E_2$$

$$\Downarrow$$

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 \xrightarrow{\div m,\ \times 2}$$

$$v_1^2 + 2gh_1 = v_2^2 + 2gh_2$$

نکته: اگر مقاومت‌ها وجود داشته باشد:

$E_1 \neq E_2$

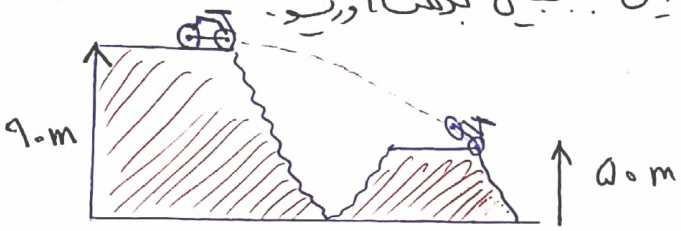
$E_2 - E_1 = W_f$ → کار نیروهای اتلافی (مقاومت‌ها - اصطکاک)

$$E = K + U \Rightarrow \Delta E = \Delta K + \Delta U$$

مثال: جرم موتورسواری با موتورش ۱۵۰kg است این موتورسوار پرشی مطابق شکل زیر انجام می‌دهد

الف: انرژی پتانسیل گرانشی موتورسوار را در هریک از نقطه‌ها حساب کنید.

ب: کار نیروی وزن موتورسوار به همراه موتورش را در این جابجایی بدست آورید.



$$U_1 = mgh_1 = 150 \times 10 \times 90 = 135000\,J$$

$$U_2 = mgh_2 = 150 \times 10 \times 50 = 75000\,J$$

ب) $W_{mg} = -\Delta U = -(U_2 - U_1) = -(75000 - 135000)$

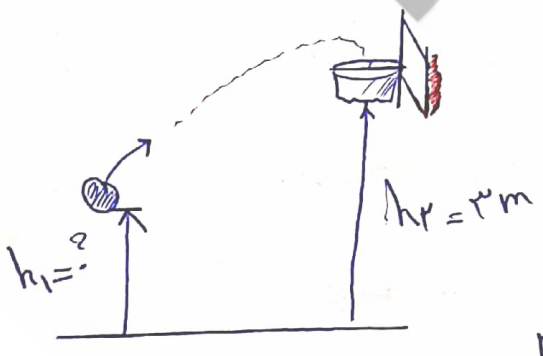
$$= -(-60000)$$

$$= 60000\,J$$

مشابه ترین حل شده داخل کتاب

ریاضی ۹۹: در شکل زیر ورزشکار توپ را با تندی (سرعت) اولیه $6\frac{m}{s}$ پرتاب می‌کند و اندازه سرعت توپ در لحظه ورود به سبد $5\frac{m}{s}$ است. فاصله نقطه پرتاب توپ تا سطح زمین h_1 چند متر است؟ (مقاومت هوا ناچیز و $g = 10\frac{m}{s^2}$)

۲٫۴۶	۲٫۴۵
۲٫۴۴	۲٫۵۵



$$E_1 = E_2 \Rightarrow$$

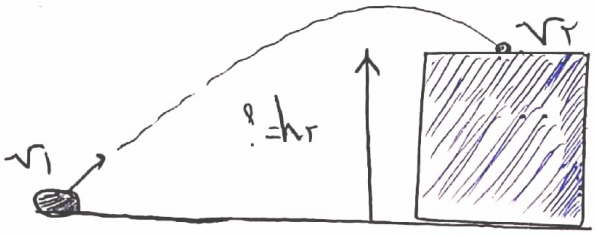
$$\frac{1}{2}v_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}v_2^2 + mgh_2$$

$$6^2 + 2 \times 10 \times h_1 = 5^2 + 2 \times 10 \times 3$$

$$36 + 20h_1 = 25 + 60 \Rightarrow 20h_1 = 85 - 36$$

$$20h_1 = 49 \Rightarrow h_1 = \frac{49}{20} = 2{,}45\,m$$

مثال توپی مطابق شکل از سطح زمین با تندی $v_1 = 40 \frac{m}{s}$ به طرف صخره‌ای پرتاب می‌شود. اگر توپ با تندی $v_2 = 25 m/s$ به بالای صخره برخورد کند ارتفاع h_2 را برحسب آورید. مقاومت هوا را نادیده بگیرید.



$$E_1 = E_2 \Longrightarrow$$

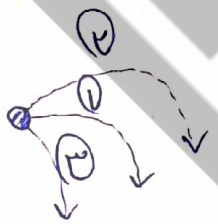
$$v_1^2 + 2gh_1 = v_2^2 + 2gh_2 \xrightarrow{h_1 = 0}$$

$$40^2 = 25^2 + 2 \times 10 \times h_2 \Longrightarrow 1600 - 625 = 20 h_2$$

$$975 = 20 h_2 \Longrightarrow h_2 = \frac{975}{20} = 48{,}75 m$$

---

۹۸ ریاضی: مطابق شکل ۳ توپ مشابه از بالای ساختمانی، از یک نقطه با سرعت یکسان پرتاب می‌شوند. اگر کار نیروی وزن روی هر توپ از لحظه پرتاب تا رسیدن به زمین W_3 و W_2 و W_1 باشد، کدام گزینه درست است؟



۱) ✓ $W_1 = W_2 = W_3$

۲) $W_2 > W_1 > W_3$

۳) $W_3 < W_2 < W_1$

۴) $W_2 = W_3 > W_1$

$$W_{mg} = \pm mg\Delta h$$

h: فاصله عمودی از پرتاب تا سطح زمین است که برای هر ۳ توپ یکسان است.

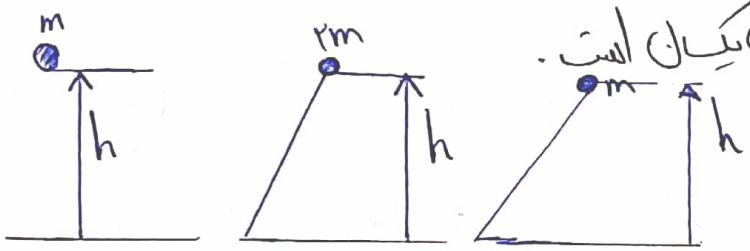
۹۸ ریاضی خارج: سه گلوله مطابق شکل زیر از حال سکون و از ارتفاع h نسبت به سطح افق رها می‌شوند و نیروی اصطکاک و مقاومت هوا بر آن‌ها وارد نمی‌شود. کدام مورد درست است؟

۱) انرژی جنبش هر سه گلوله در لحظه رسیدن به زمین یکسان است.

۲) بزرگی سرعت هر سه گلوله در لحظه رسیدن به زمین یکسان است. ✓

۳) تکانه هر سه گلوله در لحظه رسیدن به زمین یکسان است.

۴) هر سه مورد درست است.

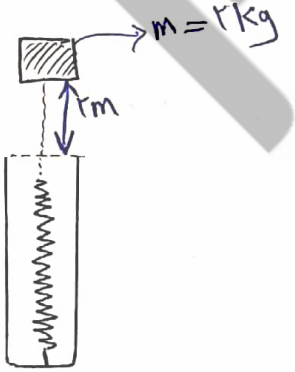


چون مقاومت هوا وجود ندارد ⟵ $E_1 = E_2 \Rightarrow \cancel{v_1^2} + 2gh_1 = v_2^2 + 2gh_2$

$$v_2^2 = 2gh_2 - 2gh_1 = 2g(\Delta h)$$

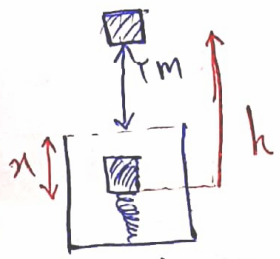
سرعت رسیدن به زمین تابع ارتفاع است نه جرم (البته در غیاب مقاومت هوا)

تجربی ۹۹: مطابق شکل زیر وزنه‌ای به جرم ۲ کیلوگرم را با سرعت اولیه $2\,m/s$ از ۲ متری بالای یک فنر رها می‌کنیم به سمت فنر پرتاب می‌کنیم. اگر از جرم فنر و مقاومت هوا صرف نظر کنیم و بیشینه انرژی ذخیره شده در فنر ۴۶ ژول باشد، بیشینه تراکم طول فنر چند سانتی‌متر است؟ $g = 10\,\frac{m}{s^2}$



۵	۱,۳
۱۰	۸

$E_1 = E_2$



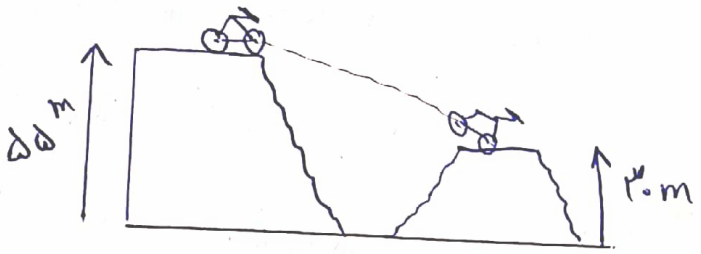
$h = 2 + x$

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgh = U_e \Rightarrow \frac{1}{2}\times 2\times 2^2 + 2\times 10\times h = 46$$

$$\Rightarrow 4 + 20h = 46 \rightarrow 20h = 42 \Rightarrow h = 2.1\,m \Rightarrow x = 0.1\,m = 10\,cm$$

خارج ریاضی ۹۹: در شکل زیر موتورسوار با سرعتی به بزرگی $20\frac{m}{s}$ از نقطه اول جدا می‌شود. اگر تنها نیروی موثر، نیروی وزن باشد بزرگی سرعت آن در لحظه رسیدن به نقطه دوم چند متر بر ثانیه است؟ $g=10\frac{m}{s^2}$

۲۸	۲۵
۴۰	۳۰



$$E_1 = E_2 \Rightarrow$$

$$v_1^2 + 2gh_1 = v_2^2 + 2gh_2$$

$$20^2 + 2\times10\times55 = v_2^2 + 2\times10\times30$$

$$400 + 1100 = v_2^2 + 600 \Rightarrow v_2^2 = 900$$

$$\Rightarrow v_2 = 30\frac{m}{s}$$

ریاضی ۱۴۰۰: هواپیمایی به جرم $40\,ton$ با تندی $80\frac{m}{s}$ از باند فرودگاه بلند می‌شود و در مدت یک دقیقه تندی آن ۲ برابر می‌شود و به ارتفاع $600\,m$ از سطح زمین می‌رسد. در این یک دقیقه، کار نیروی وزن روی هواپیما چند ژول است؟ انرژی مکانیکی هواپیما چند ژول افزایش می‌یابد؟ $g=10\frac{N}{kg}$

$2,14\times10^8, -3,6\times10^8$	$9,36\times10^8, 3,6\times10^8$
$9,36\times10^8, -3,6\times10^8$	$2,16\times10^8, 3,6\times10^8$

$$\Delta E = \Delta K + \Delta U = (576 - 360)\times10^6 = 216\times10^6$$

$$\Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2}\times40\times10^3(160^2 - 80^2)$$

$$= 20\times10^3 \times (160-80)(160+80) = 576\times10^6$$

$$\Delta U = -W_{mg} = -40\times10^3\times10\times600 = -360\times10^6$$

روش دوم: با توجه به گزینه‌ها واضح است که

$|W_{mg}| = 3{,}6\times10^{8}$

چون هواپیما از زمین بلند شده لذا کار وزن منفی است ⇐

$W_{mg} = -3{,}6\times10^{8}$

$\hookrightarrow \Delta U = 3{,}6\times10^{8}$

از طرفی $\Delta E = \Delta K + \Delta U$

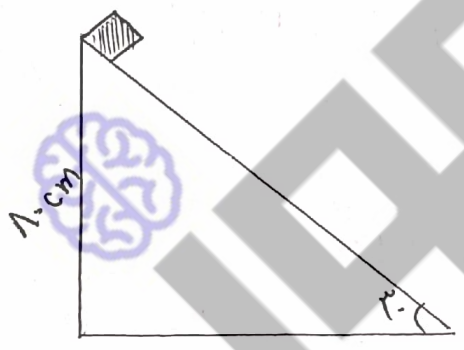
ΔK: عددی است ⊕ (چون سرعت زیاد شده)

$\Delta U = 3{,}6\times10^{8}$

لذا جواب ΔE عددی است از $3{,}6\times10^{8}$ بیشتر ⇐ گزینه ۴

این سوال نیاز به محاسبه نداشت فقط تشخیص علامت مهم بود.

۱۴.۱ تجربی: در شکل زیر جسمی به جرم ۵۰۰ گرم را از نقطه A رها می‌کنیم. جسم بی‌لغزد و با تندی $3\frac{m}{s}$ به سطح افقی برسد کار نیروی وزن و کار نیروی اصطکاک در این جابجایی چند ژول است؟ $g=10\frac{N}{kg}$



۱٫۷۵	۲٫۲۵
۵٫۷۵	۶٫۲۵

$W_{mg} = +mg\Delta h = \frac{500}{1000}\times10\times\frac{80}{100} = 4$

$W_{mg} + W_{f_k} = \Delta K \rightarrow \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$

$4 + W_{f_k} = \frac{1}{2}\times\frac{500}{1000}\times(3^2 - 0)$

$4 + W_{f_k} = \frac{9}{4} \Rightarrow W_{f_k} = \frac{9}{4} - 4$

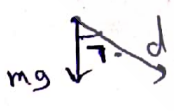
$= -1{,}75$ (۲٫۲۵)

روش دوم محاسبه W_{mg} از فرمول کار،

$W_{mg} = mg\times d\times\cos\theta$

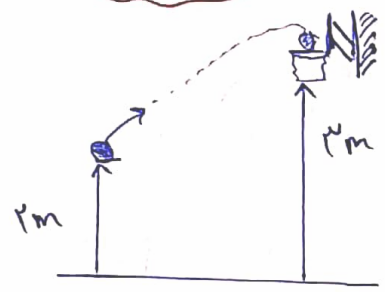
$= \frac{500}{1000}\times10\times\frac{160}{100}\times\cos60$

$= \frac{1}{2}\times\frac{1600}{100}\times\frac{1}{2} = 4$



تجربی ۱۴۰۱: در شکل زیر توپی با تندی اولیه $۸\frac{m}{s}$ پرتاب می‌شود. اگر کار نیروی مقاومت هوا تا رسیدن توپ به سبد، $-\frac{1}{۸}K_0$ باشد تندی توپ در لحظه ورود به سبد چند متر بر ثانیه است؟ $g=۱۰\frac{m}{s^۲}$

انرژی جنبشی اولیه K_0



$۴\sqrt{۲}$	$۲\sqrt{۲}$
۴	۵

$$W_t=\Delta K \Rightarrow W_{mg}+W_{هوا}=\Delta K$$

$$W_{mg}+W_{هوا}=K_۲-K_۱ \xrightarrow{W_{هوا}=-\frac{۱}{۸}K_۱} W_{mg}-\frac{۱}{۸}K_۱=K_۲-K_۱ \Rightarrow W_{mg}=K_۲-\frac{۷}{۸}K_۱$$

$$-mgh=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲-\frac{۷}{۸}\times\frac{۱}{۲}mv_۱^۲ \xrightarrow[\times ۲]{\div m} -۲gh=v_۲^۲-\frac{۷}{۸}v_۱^۲$$

$$-۲\times۱۰\times۱=v_۲^۲-\frac{۷}{۸}\times۸^۲ \Rightarrow -۲۰=v_۲^۲-۵۶ \Rightarrow v_۲^۲=۳۶ \Rightarrow$$

$$v_۲=۶$$

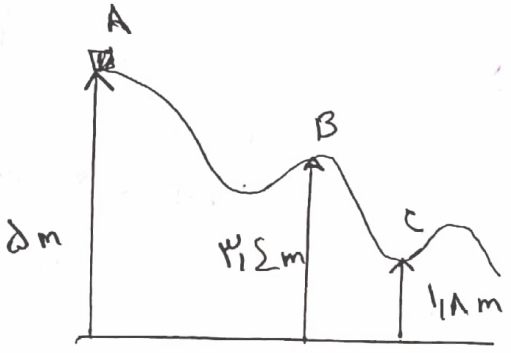
روش دوم $\Rightarrow E_۲-E_۱=W_{هوا}$

$$(K_۲+U_۲)-(K_۱+U_۱)=-\frac{۱}{۸}K_۱$$

$$\frac{۱}{۲}mv_۲^۲+mgh_۲=\frac{۷}{۸}K_۱ \Rightarrow v_۲^۲+۲\times۱۰\times۱=\frac{۷}{۸}\times۸^۲$$

$$\Rightarrow v_۲^۲=۳۶ \rightarrow v_۲=۶\frac{m}{s}$$

تجربی ۱۴۰۱ خ = جسمی به جرم m روی سطح جدول اصطکاکی مطابق شکل زیر از نقطه A رها می‌شود. تندی جسم در نقطه C چند برابر تندی آن در نقطه B است؟



$\frac{\sqrt{17}}{3}$	۲
$\frac{17}{9}$	$\sqrt{2}$

روش اول:

$$E_A = E_B$$

$$K_A + U_A = K_B + U_B$$ (رها شده)

$$mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B \xrightarrow{\div m,\ \times 2} 2gh_A = v_B^2 + 2gh_B$$

$$2\times 10\times 5 = v_B^2 + 2\times 10\times 3.4 \Rightarrow v_B^2 = 32$$

$$v_B = 4\sqrt{2}$$

$$E_A = E_C \Rightarrow K_A + U_A = K_C + U_C$$

$$mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C$$

$$\Rightarrow 2gh_A = v_C^2 + 2gh_C$$

$$2\times 10\times 5 = v_C^2 + 2\times 10\times 1.8 \rightarrow v_C^2 = 64$$

$$\Rightarrow v_C = 8$$

$$\frac{v_C}{v_B} = \frac{8}{4\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

روش دوم: دریاب تعادل‌ها (اصطکاک) سرعت رسیدن به زمین $v = \sqrt{2gh}$

لذا

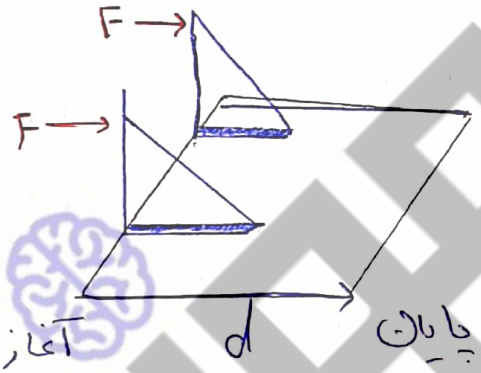
$$\frac{v_C}{v_B} = \sqrt{\frac{h_C}{h_B}}$$

$$\frac{v_C}{v_B} = \sqrt{\frac{3,2}{1,6}} = \sqrt{2}$$

$h_{AB} = 5 - 3,4$
$= 1,6m$

$h_{BC} = 5 - 1,8 = 3,2$

ریاضی ۱۴۰۱ خ: دو قایق مخصوص روی سطح افقی یخ زده و بدون اصطکاک دریاچه‌ای مطابق شکل زیر قرار دارند. جرم یکی از قایق‌ها، ۴ برابر دیگری است. قایق‌ها تحت اثر نیروی ۵ نیوتونی مساوی با شروع به حرکت می‌کنند و از خط پایان به فاصله d می‌گذرند. درست پس از عبور آن‌ها از خط پایان تندی قایق سبک‌تر چند برابر تندی قایق دیگر است؟



$2\sqrt{2}$ | 2
8 | 4

$W_t = \Delta K$

$F \times d = K_2 - K_1$ (به سبب ثابت)

K_2 قایق اول $= K_2$ قایق دوم

$\frac{1}{2} \times m \times v_2^2 = \frac{1}{2} \times m \times v_2'^2$

$\frac{1}{2} \times m \times v_2^2 = \frac{1}{2} \times 4m \times v_2'^2$

$v_2^2 = 4 v_2'^2 \xrightarrow{\sqrt{\ }} v_2 = 2v_2'$

مهم کنکوری

مثال: توپی به جرم $0.45kg$ با تندی $v_1 = 8 \frac{m}{s}$ از نقطه A می‌گذرد (شکل روبرو) نیروی مقاومت هوا و نیروی اصطکاک در سطح تماس توپ با زمین، ۲۰ درصد انرژی جنبشی اولیه توپ را تا رسیدن به نقطه B تلف می‌کنند. تندی توپ را در این نقطه بدست آورید.

$$E_2 - E_1 = W_{f_{هوا}}$$

$$(K_B + U_B) - (K_A + U_A) = -\frac{20}{100} K_A$$

$$K_B = -\frac{20}{100} K_A + K_A$$

$$K_B = 0.8 K_A \Rightarrow \frac{1}{2} \times m_B \times v_B^2 = 0.8 \times \frac{1}{2} \times m \times v_A^2$$

$$v_B^2 = 0.8 \, v_A^2 \Rightarrow v_B^2 = 0.8 \times 8^2 = 51.2 \Rightarrow v_B = 7.15 \, m/s$$

مثال: از بالونی که در ارتفاع ۵۰ متری سطح زمین و با تندی $4 m/s$ در پرواز است، بسته‌ای به جرم $3.0 kg$ رها می‌شود و با تندی $25 m/s$ به زمین برخورد می‌کند. کار انجام شده توسط نیروی مقاومت هوا بر روی بسته را از لحظه رها شدن تا هنگام رسیدن به زمین حساب کنید.

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{هوا} = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

$$+ 30 \times 10 \times 50 + W_{هوا} = \frac{1}{2} \times 30 (25^2 - 4^2)$$

$$15000 + W_{هوا} = 9135 \Rightarrow W_{هوا} = -5865 J$$

روش دوم

$$E_2 - E_1 = W_{f.h.a}$$

$$(K_2 + U_2) - (K_1 + U_1) = W_{f.h.a}$$

$$\frac{1}{2} \times 30 \times 25^2 + [redacted] - \frac{1}{2} \times 30 \times 4^2 - 30 \times 10 \times 50 = W_{f.h.a}$$

$$\Longrightarrow W_{f.h.a} = -5895\,j$$

توان: آهنگ انجام کار را توان می‌نامیم که کمیتی نرده‌ای است.

توان متوسط:

$$\overline{P} = \frac{W}{\Delta t} \longrightarrow \frac{J}{s} = \text{وات}$$

$$1hp = 746\,w$$

↓

اسب بخار

طبق تعریف توان هر اندازه کار معینی در زمان کم‌تری انجام شود و یا در زمان معینی کار بیش‌تری انجام گیرد توان دارای مقدار بیش‌تری است.

محاسبهٔ توان در حالت‌های مختلف:

(۱) نیروی وارد بر جسم متحرک ثابت باشد.

$$P = \frac{W}{t} = \frac{Fd}{t} = F \cdot v \Longrightarrow \boxed{P = F \cdot v}$$

(۲) کار کل یا تغییر انرژی جنبشی متحرک ثابت باشد:

$$P = \frac{W_t}{t} = \frac{\frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2)}{t}$$

(۳) محاسبه توان دستگاه‌ها بالابر یا بحث ارتفاع مطرح باشد:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t}$$

بازده یا راندمان:

کار غیرمفید + کار مفید = کار کل

انرژی تلف شده + انرژی خروجی = انرژی ورودی

نسبت انرژی خروجی یا انرژی ورودی در یک سامانه بازده ⟵ بازده آن سامانه نام دارد.

$$\text{بازده} = \frac{W_{\text{مفید}}}{W_{\text{تولیدی}}} \times 100 = \frac{E_{\text{مفید}}}{E_{\text{تولیدی}}} \times 100 = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{تولیدی}}} \times 100$$

یا ⟵ $R_a = \frac{\text{انرژی خروجی}}{\text{انرژی ورودی}} \times 100 = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100$

مثال: خودرویی به جرم ۱۲۰۰kg برای سبقت گرفتن از کامیونی در مسیری افقی و در مدت ۳ ثانیه تندی خود را از $v_1 = 12\ m/s$ به $v_2 = 15\ m/s$ تغییر داده است. توان متوسط موتور خودرو برای انجام این کار حداقل چند کیلووات می‌باشد؟ (از اصطکاک صرف نظر شود)

$$P = \frac{W_t}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2} \times 1200 \times (15^2 - 12^2)}{3}$$

$$P = \frac{600 \times (15-12) \times (15+12)}{3} = 600 \times 27 = 16200\ W$$

$$= 16.2\ kW$$

مثال: هریک از دو موتور جت یک هواپیما پیرانه‌ای برابر $2\times10^{5}\ N$ ایجاد می‌کند. اگر هواپیما در هر دقیقه $15\ km$ در استاد این نیرو حرکت کند توان متوسط هریک از موتورهای هواپیما چند مگاوات است؟

۲۵	۵۰
۱۰۰	۲۰۰

$$P=\frac{F\cdot d}{\Delta t}=F\cdot v=2\times10^{5}\times\frac{15000}{60}=5\times10^{6}$$
$$=50\ MW$$

۹۸ت: یک پمپ آب در هر ساعت ۲۵۲ تن آب را تا ارتفاع ۱۲ متر بالا می‌کشد. اگر بازده پمپ ۸۰ درصد باشد توان پمپ چند کیلووات است؟

۸	۷٫۵
۱۰٫۵	۸٫۴

$$R_{\eta}=\frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{ورودی}}}$$ ← کاری که پمپ انجام می‌دهد

$$P_{\text{مفید}}=\frac{mgh}{t}=\frac{252\times10^{3}\times10\times12}{3600}=\frac{252\times12\times10^{4}}{36\times10^{2}}$$

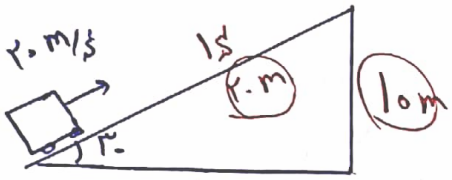
$$0.8=\frac{\frac{252000}{3}}{P_{\text{ورودی}}}\Rightarrow$$

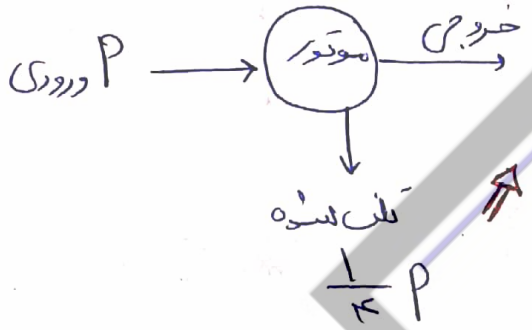
$$0.8=\frac{84000}{P}\Rightarrow P=\frac{84000}{80}=\frac{84000}{8}=\frac{84}{8}\ kW$$ ÷۱۰۰۰

$$\frac{80+4}{8}=10+0.5=10.5\ kW$$

مثال: یک اتومبیل به جرم ۱۲۰۰kg روی سطح شیب‌دار ۳۰ درجه با تندی ثابت ۲۰ $\frac{m}{s}$ بالای رود. اگر $\frac{1}{4}$ نیروی موتور صرف غلبه بر اصطکاک شود توان موتور چند کیلووات است؟ $g=10\frac{m}{s^2}$

۱۶۰	۱۲۰
۲۴۰	۲۰۰





• موتور با توان خروجی بالای رود.

$$\frac{3}{4}P=\frac{mgh}{t}$$

$$20\frac{m}{s}\longrightarrow$$ هر یک ثانیه ۲۰ متر بالا می‌رود

$$\frac{3}{4}P=\frac{1200\times10\times10}{1}\Rightarrow P=\frac{4\times12\times10^4}{3}=16\times10^4W$$
$$=160\,kW$$

$$\text{تلف شده } \frac{1}{4}P=40\,kW$$
$$\text{خروجی } 120\,kW$$
$$\left.\begin{array}{l}\\\\\end{array}\right\}\longleftarrow \text{توان ورودی } 160\,kW$$

مثال: تلمبه‌ای با توان ورودی ۲۰kW در هر ثانیه ۵۰ لیتر آب دریاچه‌ای به چگالی $1000\frac{kg}{m^3}$ را مطابق شکل روبرو تا ارتفاع ۲۰ متری مخزنی می‌فرستد. بازده تلمبه چند درصد است؟

$$P_{\text{مفید (خروجی)}}=\frac{mgh}{t}=\frac{\rho vgh}{t}=\frac{10^3\times10\times50\times10^{-3}\times20}{1}$$

$$P_{\text{مفید}}=10000W=\boxed{10kW}$$

$$R_a=\frac{10}{20}\times100=50\%$$

مثال: آلد ۵۰ درصد کار نیروی گرانش در سولد رویرو به انرژی الکتریکی تبدیل شود در هر ثانیه چند متر مکعب آب از ارتفاع ۱۰۰ متری بالا رود تا توربین بتواند توان الکتریکی خروجی سولد نیروگاه به ۲۰۰MW برسد؟ جرم هر متر مکعب آب را ۱۰۰۰kg در نظر بگیرید.

$$R_a = \frac{P_{خروجی}}{P_{ورودی}} = \frac{E_{خروجی}}{E_{ورودی}}$$

$$\frac{50}{100} = \frac{200\times10^6}{mgh} \Rightarrow \%50\, mgh = 200\times10^6$$

$$\%50 \times 1000 \times 10 \times 100 = 200\times10^6$$

$$\Rightarrow V = 400\,m^3$$

نکته: در هر یک ثانیه توان = انرژی

مثال: در یک نیروگاه با بازده ۴۰ درصد از سوختن هر لیتر گازوئیل ۲۰ مگاژول انرژی گرمایی تولید می‌شود برای تامین توان ۶۴ کیلووات به مدت ۱۰۰۰ ثانیه چند لیتر سوخت باید مصرف شود؟

$$\frac{40}{100} = \frac{64\times10^3}{P_1}$$

$$\Rightarrow P_1 = 160\,kW$$

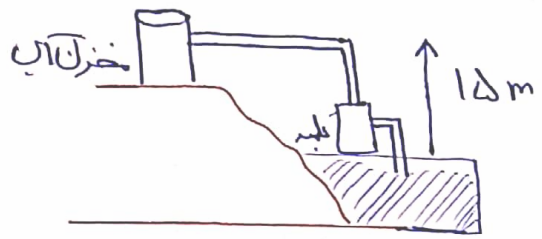
$$W_1 = 160\times10^3 \times 10^3$$

$$= 160\times10^6\ j$$

1 lit	20×10^6 j
V	160×10^6 j

$$\Rightarrow V = 8\,lit$$

تجربی ۱۴۰۱ خ : توان ورودی تلمبه برقی ۵ کیلووات است و در هر دقیقه ۱۲۰۰ لیتر آب با چگالی $\rho = 1\ g/cm^3$ را وارد مخزن می‌کند. بازده این تلمبه چند درصد است؟ $g = 10\ \frac{N}{kg}$



۶۵	۶۰
۸۰	۷۵

$P_{ورودی} = 5\ kW$

$P_{خروجی} = \frac{mgh}{t} = \frac{\rho V g h}{t}$

$= \frac{10^3 \times 1200 \times 10^{-3} \times 10 \times 15}{60} = 3 \times 10^3\ W$

$= 3\ kW$

$R_a = \frac{P_{خ}}{P_{و}} = \frac{3}{5} \times 100 = 60\ \%$

تجربی ۱۴۰۰ : یک ماشین بالابر برای بالا بردن وزنه‌ای به جرم ۵۰ kg تا ارتفاع معینی از سطح زمین ۲۰۰۰ J انرژی مصرف می‌کند. اگر این وزنه از ارتفاع فوق بدون سرعت اولیه در شرایط خلأ رها شود با تندی $8\ \frac{m}{s}$ به زمین می‌رسد. بازده این ماشین چند درصد است؟ $g = 10\ \frac{N}{kg}$

۶۰	۵۵
۸۰	۷۵

$P_{ورودی} = 2000\ J$

کار مفید ← انرژی جنبشی ← بعد از رها شدن

$R_a = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{2000} = \frac{\frac{1}{2} \times 50 \times 8^2}{2000} \times 100 = 80\ \%$ ← 1600

بصورت گرما تلف شده $2000 - 1600 = 400\ J$

تجربی ۱۴۰۰ خ : اگر تندی جسم در یک مسیر ثابت بماند کدام مورد الزاماً درست است؟

الف : کار نیروی خالص وارد بر جسم صفر است.

ب : انرژی مکانیکی جسم ثابت می‌ماند.

پ : نیروی خالص وارد بر جسم صفر است.

الف	ب	پ
الف و ب	ب و پ	الف و پ

$$v = \text{ثابت} \Rightarrow \Delta K = 0 \Rightarrow W_t = 0$$

ریاضی ۹۹ : پمپ آبی در هر دقیقه ۳ متر مکعب آب ورودخانه‌ای را به نقطه‌ای منتقل می‌کند که ارتفاع آن تا سطح آب ورودخانه ۲۴ متر است. اگر توان ورودی پمپ ۲۰ کیلووات باشد بازده پمپ چند درصد است؟

۴۰	۳۰
۷۰	۶۰

$$g = 10 \frac{m}{s^2}$$

$$\rho = 1 \frac{g}{cm^3}$$

$$P_{\text{ورودی}} = 20\ kw$$

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{mgh}{t} = \frac{\rho V g h}{t} = \frac{10^3 \times 3 \times 10 \times 24}{60}$$

$$= \frac{720 \times 10^3}{60} = 12\ kw$$

$$R_a = \frac{12}{20} \times 100 = 60\%$$

مثال: بالابری باتندی ثابت، باری به جرم ۹۵۰kg را در مدت ۳ دقیقه تا ارتفاع ۷۵m بالا می برد. اگر جرم بالابر ۳۲۰kg باشد توان متوسط مفید موتور آن چند وات و چند اسب بخار است؟

$$P = \frac{mgh}{t} = \frac{(950 + 320) \times 10 \times 75}{3 \times 60} = 4041\ w$$

$$watt \div 746 \rightarrow hp \Longrightarrow P = \frac{4041}{746} = 5{,}41\ hp$$

مثال: شخصی به جرم 72kg در مدت زمان ۹۰ ثانیه از تعداد ۵۰ پله بالای رود توان متوسط مفید او چند وات است؟ ارتفاع هر پله را ۳۰cm فرض کنید.

$$h = 50 \times 30\,cm = 1500\,cm = 15m$$

$$P = \frac{mgh}{t} = \frac{72 \times 10 \times 15}{90} = 120\ w$$

مثال: در یک سرکنر انتقال هوخت که در ارتفاع ۲۰۵۰m از سطح دریای آزاد قرار دارد. در این سرکنر در هر ثانیه یک مترمکعب مواد نفتی از طریق لوله‌ای با قطر ۳۲ اینچ (۸۱٫۲cm) توسط ۲ ایستگاه پمپ تا ارتفاع ۲۷۰۰m از سطح دریای آزاد فرستاده می‌شود. اگر بازده هر پمپ ۲۸ درصد باشد توان ورودی هریک از آن‌ها برحسب مگاوات و اسب بخار چقدر است؟ $P = 840\ kg/m^3$

$$m = \rho V = 840 \times 1 = 840\ kg$$

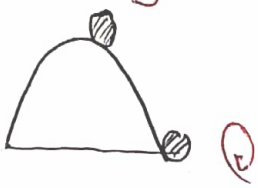
$$\text{خروجی } w = \Delta U = mg(h_2 - h_1) = 840 \times 10 (2700 - 2050) = 5459000\ j$$

$$\text{بازده} = \frac{\text{خ} E}{\text{و} E} \Longrightarrow 0{,}28 = \frac{5459000}{\text{و} E} \Longrightarrow \text{و} E = 19494285\ j$$

$$\text{و} E = 13380\ hp \quad \div 2 \qquad \text{و} E = 9{,}98\ MW \quad \div 2$$

هر دو جواب را به ② تقسیم می‌کنیم تا توان یک پمپ به دست آید

مثال: گلوله‌ای به جرم ۲kg از ۱۰۰ متری بالای سطح زمین از بالای کوهی رها شده و در مدت ۱۰ ثانیه با تندی $50\frac{m}{s}$ به پایین کوه می‌رسد. اگر نیروی اصطکاک ثابت فرض شود در این جابجایی اندازه توان متوسط نیروی اصطکاک چند وات است؟



$$W_t = \Delta K$$

$$W_{mg} + W_f = K_2 - K_1 \quad \text{رها شده}$$

$$2\times10\times1000 + W_f = \frac{1}{2}\times2\times50^2$$

$$W_f = -17500\,j$$

$$P = \frac{W_f}{t} = \frac{|-17500|}{100} = 175\,W$$

روش دوم:

$$\Delta E = W_f$$

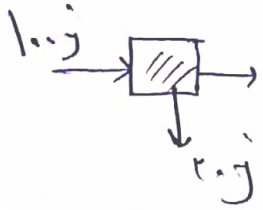
$$(K_2 + U_2) - (K_1 + U_1) = W_f$$

$$\frac{1}{2}\times2\times50^2 - 2\times10\times1000 = W_f$$

$$W_f = -17500\,j$$

مثال: یک ماشین برای بالا بردن یک جسم ۲kg از سطح زمین به ارتفاع معین ۱۰۰j انرژی مصرف کرده است. اگر جسم از این ارتفاع در شرایط خلأ شروع کند و سرعت آن هنگام رسیدن به زمین $4\sqrt{5}\ m/s$ باشد بازده ماشین چند درصد است؟

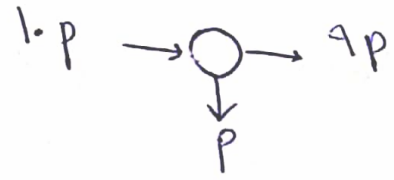
۲۰	۴-
۸۰	۶۰



$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\times2\times(4\sqrt{5})^2 = 80\,j$$

$$R_a = \frac{80}{100} = 0.8 = 80\%$$

مثال در یک ماشین، نسبت توان تلف شده به توان مفید، $\frac{1}{9}$ است بازده این ماشین چند درصد است؟



$$\frac{P_{\text{تلف}}}{P_{\text{مفید}}} = \frac{1}{9} \Rightarrow P_{\text{تلف}} = 9P_{\text{مفید}}$$

$$R_a = \frac{9P}{10P} \times 100 = 90\%$$

توان خروجی یک موتور الکتریکی ۴۸۰ وات و بازده‌ی آن ۸۰ درصد است. در هر دقیقه چند کیلوژول انرژی در این موتور الکتریکی تلف می‌شود؟

$$\frac{480}{P} = 0.8 \rightarrow P = \frac{480}{\frac{8}{10}} = \frac{4800}{8} = 600\,W$$

در هر ۱ ثانیه ۱۲۰ ژول تلف می‌شود

در ۶۰ ثانیه $\rightarrow 60 \times 120 = 7200\,J$

$= 7.2\,kJ$

پمپی می‌تواند حجم معینی آب را با تندی ثابت تا ارتفاع معینی منتقل کند برای آن که بتواند همان حجم نفت را با تندی ۳ برابر تا ارتفاع قبل منتقل کند توان پمپ باید چند برابر شود؟

$\rho_{\text{نفت}} = 0.8\,\rho_{\text{آب}}$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{(Fv)_2}{(Fv)_1} = \frac{(mgv)_2}{(mgv)_1} = \frac{0.8\rho V g \times 3v}{\rho V g \times v} = 2.4$$

مثال‌هایی از درس و فصل :

بیماری به جرم ۷۲kg روی تختی به جرم ۱۵kg دراز کشیده است. پرستاری این تخت را با نیروی افقی ثابت و F روی سطحی هموار و با اصطکاک ناچیز هل می‌دهد مجموعه تخت و بیمار با شتاب $0.6\frac{m}{s^2}$ حرکت می‌کند کار این نیرو در طول ۲m چند ژول است؟ $g=10\frac{m}{s^2}$

۲۶	۵۲
۱۰۴	۲۰۸

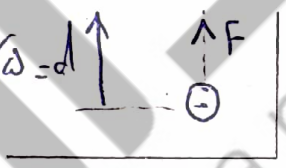
$$F = ma$$

$$F = (15+72)\times 0.6 \simeq 52\,N$$

$$W = Fd\cos\theta = 52\times 2\times \cos 0 = 104\,J$$

مثال) ورزشکاری وزنه‌ای به جرم 68kg را بطور یکنواخت 50cm بالای سر خود می‌برد. کاری که این ورزشکار روی وزنه انجام داده است و کار نیروی وزن از راست به چپ چند ژول است؟

$g = 10\frac{N}{kg}$



$$W_F = 68\times 10\times 0.5 = +340\,J$$

$$W_{mg} = -340\,J$$

آقر شخص وزنه را پایین آورد بازهم نیروی F شخص رو به بالاست لذا $W_F = -340\,J$

مثال) : کدام مورد مثبت است؟

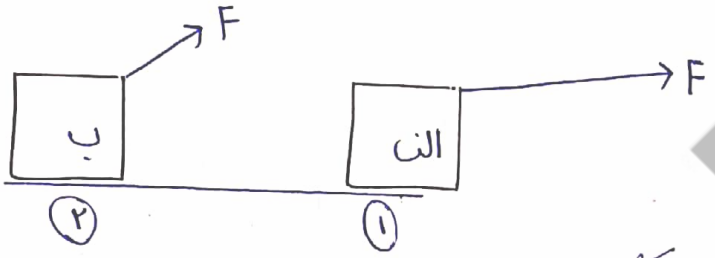
۱) کار فنر در موقعی که آن را فشرده می‌کنیم. ۲) کار فنر در موقعی که آن را می‌کشیم.

۳) کار نیروی وزن موقع بالا بردن اجسام ✓ ۴) کار نیروی وزن موقع پایین آوردن اجسام

نکته: ضرر را بلیسم یافته کنیم کار خرمنی است اما اگر ضرر را بلیسم یافته کنیم کار شما مثبت است.

هرگاه نیروی (برآیند) ثابت باشد آن‌گاه نیرو برجابجایی عمود است چون باید شتاب = ۰

مثال مهم: بلیسم پوشی از اصطکاک گرجابجایی وکاری که این شخص درهردو شکل روی یک جعبه انجام می‌دهد یکسان باشد درکدام حالت شخص نیروی بزرگتری وارد کرده است؟



الف) ب

یکسان است / به وزن جعبه وابسته است.

وقتی طناب کوتاه‌تر باشد زاویه با سطح افق بزرگتر است

$\theta_2 > \theta_1 \Rightarrow \cos\theta_1 > \cos\theta_2$

$W_2 = F_2 d \cos\theta_2$

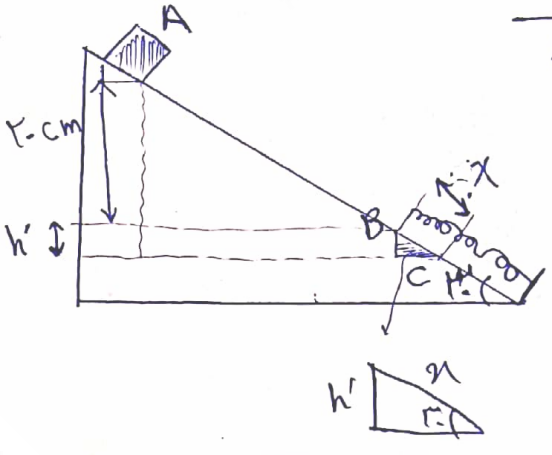
$W_1 = F_1 d \cos\theta_1$

$\Longrightarrow F_2 d \cos\theta_2 = F_1 d \cos\theta_1 \longrightarrow$

$F_2 > F_1$ ✓

ریاضی ۹۸: جسمی به جرم ۲kg روی سطح شیب‌دار با اصطکاک ناچیز به پست پایین می‌لغزد و با سرعت ۲m/s از نقطه A عبور کرده و در نقطه B به فنر برخورد می‌کند. اگر حداکثر فشردگی فنر x و بیشینه انرژی ذخیره‌شده در فنر ۷۰J باشد x چند سانتی‌متر است؟ $g = 10 \frac{m}{s^2}$

۲۰	۱۰
۴۰	۳۰



$E_A = E_C$

$K_A + U_A = K_C + U_g + U_e$

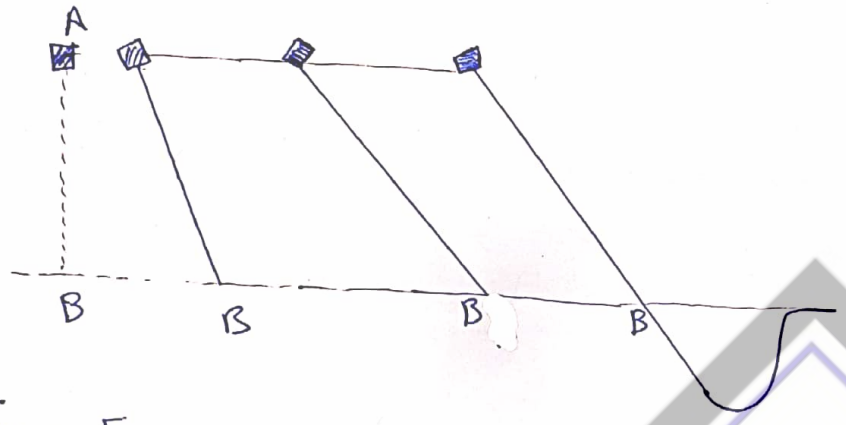
$\frac{1}{2} m v_A^2 + mg(0.2 + h') = 10$

$4 + 20(0.2 + h') = 10$

$h' = 10\,cm \Rightarrow x = 20\,cm$

$h' = \frac{x}{2}$

مثال در شکل زیر در وضعیت الف جسم از حال سکون شروع به لغزش می‌کند و در ۳ وضعیت دیگر جسم از حال سکون رها می‌شود. بدون اصطکاک و رو به پایین حرکت می‌کند. تندی جسم را در نقطه B در کدام وضعیت بیشتر است؟



$$E_A = E_B$$

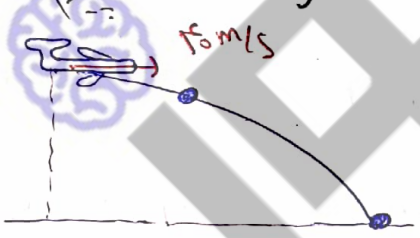
$$K_A + U_A = K_B + U_B \Rightarrow mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$v_B = \sqrt{2gh}$$

برای هر ۴ وضعیت h یکسان است

لذا در همه حالات سرعت یکسان است.

مثال مهم: در شکل زیر هواپیمایی که در ارتفاع $80\,m$ از سطح زمین و با تندی $40\,\frac{m}{s}$ پرواز می‌کند بسته‌ای را رها می‌کند. تندی بسته هنگام برخورد به زمین چند برابر تندی اولیه است؟ (مقاومت هوا ناچیز)



$20\sqrt{2}$	$10\sqrt{2}$
$80\sqrt{2}$	$40\sqrt{2}$

بسته‌ای که رها می‌شود نسبت به هواپیما سرعت صفر دارد ولی نسبت به زمین سرعتش برابر سرعت هواپیما دارد.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow v_1^2 + 2gh_1 = v_2^2$$

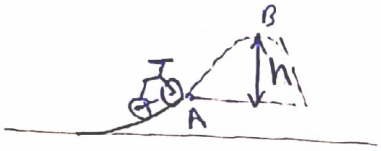
$$40^2 + 2 \times 10 \times 80 = v_2^2$$

$$1600 + 1600 = v_2^2 \Rightarrow v_2 = \sqrt{3200} = \sqrt{1600 \times 2}$$

$$= 40\sqrt{2}$$

مثال ۵) موتورسواری از انتهای اسکیتی مطابق شکل زیر پرشی را با تندی $20\frac{m}{s}$ انجام می دهد. اگر تندی موتورسوار در بالاترین نقطهٔ مسیرش به $10\frac{m}{s}$ برسد ارتفاع h چند متر است؟

(از مقاومت هوا صرف نظر شود)



$$E_A = E_B$$

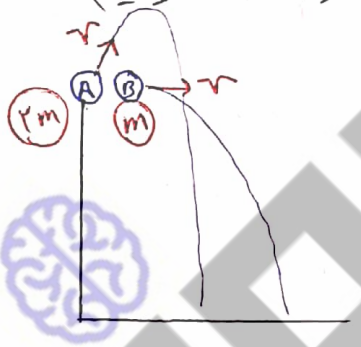
$$K_A + U_A = K_B + U_B$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B \xrightarrow[\div m]{\times 2}$$

$$v_A^2 = v_B^2 + 2gh_B \Rightarrow 20^2 = 10^2 + 2\times 10 \times h$$

$$400 - 100 = 20h \Rightarrow h = \frac{300}{20} = 15m$$

مثال: مطابق شکل زیر گلوله ها از ارتفاع یکسانی با تندی یکسان پرتاب می کنیم در مورد تندی و انرژی مکانیکی دو گلوله در لحظه رسیدن به سطح زمین کدام گزینه درست است؟ (از اتلاف انرژی صرف نظر کنید)



۱) تندی یکسان، انرژی یکسان

۲) تندی یکسان، انرژی متفاوت ✓

۳) تندی متفاوت، انرژی یکسان

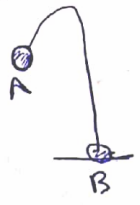
۴) تندی متفاوت، انرژی متفاوت

$$E_A = K_A + U_A = \frac{1}{2}\times 2m v^2 + 2mgh$$

$$E_B = K_B + U_B = \frac{1}{2}\times m v^2 + mgh \Rightarrow \boxed{E_A = 2E_B}$$

چون اصطکاک نداریم

هم جای مسیر این رابطه برقرار است.

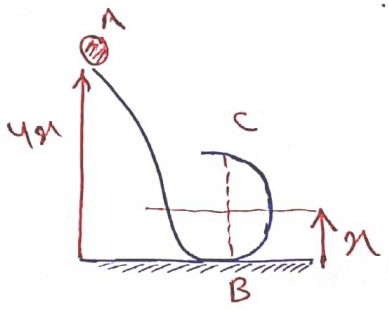


$$E_A = E_B \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$v_A^2 + 2gh = v_B^2 \rightarrow \text{یکسان}$$

مثال: مطابق شکل زیر از نقطه A گلوله‌ای از حال سکون رها شده و وارد مسیر دایره‌ای می‌شود. اگر از اتلاف انرژی صرف‌نظر کنیم تندی گلوله در نقطه C چند برابر تندی آن در نقطه B است؟



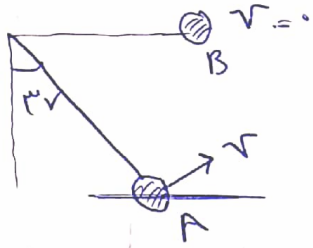
$\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\sqrt{\frac{2}{3}}$ ✓
$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$

$$A \to B \quad E_A = E_B \Longrightarrow mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Longrightarrow v = \sqrt{2gh}$$

$$A \to B \quad v_B \propto \sqrt{4R} \qquad A \to C \quad v_C \propto \sqrt{3R} \qquad \to \frac{v_C}{v_B} = \sqrt{\frac{3}{4}}$$

---

(۹۳) مطابق شکل زیر آونگی به طول 1,25m با سرعت v از موقعیت نشان داده شده (نقطه A) عبور می‌کند. کم‌ترین مقدار v چند متر بر ثانیه باشد تا ریسمان بتواند به وضعیت افقی برسد؟ از مقاومت هوا صرف‌نظر کنید.

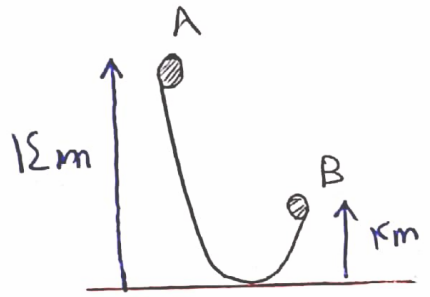


$$E_A = E_B \Longrightarrow K_A + U_A = K_B + U_B$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 = mgh \xrightarrow[\times 2]{\div m} v_A^2 = 2gh \Longrightarrow v_A^2 = 2\times 10 \times 1{,}25 \times \cos 37^\circ \quad (\cos 37^\circ = 0{,}8)$$

$$v_A^2 = 20 \longrightarrow v_A = 2\sqrt{5}$$

مثال: در شکل زیر جسمی به جرم ۸ کیلوگرم با تندی معینی از نقطه A عبور کرده و با همان تندی از نقطه B می‌گذرد کار نیروی اصطکاک در این جابجایی چند ژول است؟ $g = 10 \frac{m}{s^2}$



$$\Delta E = W_f$$

$$\Delta K + \Delta U = W_f$$

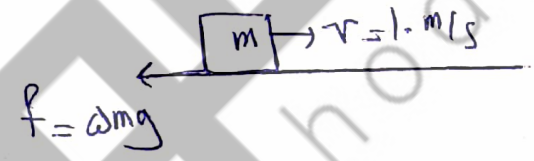
$$-mgh = W_f$$

$$-8 \times 10 \times 10 = W_f$$

$$W_f = -800\ J$$

مثال: جسمی به جرم m را با تندی اولیه $10 \frac{m}{s}$ روی سطح افقی پرتاب می‌کنیم اگر بزرگی نیروی اصطکاک در طی لغزش، $\frac{1}{5}$ برابر اندازه وزن جسم باشد جسم پس از طی چه مسافتی روی سطح افقی متوقف می‌شود؟

$v_2 = 0$



$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{f_k} = K_2 - K_1$$

$$-0.2mgx d = -\frac{1}{2}mv^2$$

$$-0.2 \times 10 \times d = -\frac{1}{2} \times 10^2 \Rightarrow d = \frac{50}{0.2} = 250\ m$$

مثال مطابق شکل نیروی ۲۴N به جسمی به جرم ۰/۵kg وارد شده و آن را روی سطح افقی از حال سکون به حرکت درمی‌آورد وقتی جسم ۲۰m تندی جسم به ۲۰m/s می‌رسد نیروی اصطکاک وارد بر این جسم چند نیوتن است؟

$$W_t = \Delta K$$

$$W_f + W_{f_k} = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

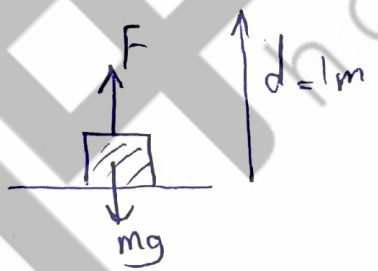
$$24 \times 0.6 \times d - f_k \times d = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 20^2$$

$$d(12 - f_k) = \frac{1}{4} \times 400$$

$$20 (12 - f_k) = 100 \Rightarrow 12 - f_k = 5$$

$$\boxed{f_k = 7N}$$

مثال: آدم شخصی با نیروی ثابت ۵۰N جعبه‌ای به جرم ۱kg را از حال سکون در امتداد قائم جابجا کند تندی نهایی جعبه در انتهای ۱m جابجایی چند متر بر ثانیه است؟



$$W_t = K_2 - K_1$$

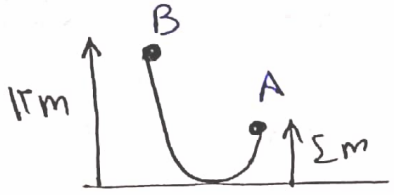
$$W_{mg} + W_F = \frac{1}{2} m v_2^2$$

$$-1 \times 10 \times 1 + 50 \times 1 = \frac{1}{2} \times 1 \times v_2^2$$

$$v_2^2 = 80 \Rightarrow \boxed{v_2 = 4\sqrt{5}}$$

مسئله ۳

سؤال ۹: جسم در نقطه A دارای چه تندی ای برحسب متر بر ثانیه باشد تا با تلف شدن ۵۶ درصد انرژی جنبشی اولیه آن در مسیر A تا B، در نقطه B تندی آن ۲۰ درصد تندی در نقطه A شود؟



۲۰	۱۰
۴۰	۳۰

$$v_B = \frac{۲۰}{۱۰۰} v_A = ۰/۲ v_A \xrightarrow{K \propto r^۲}$$

$$\Rightarrow K_B = \frac{۴}{۱۰۰} K_A$$

$$W_t = \Delta K$$

$$W_{mg} + W_{f_k} = K_B - K_A$$

$$-mg \times \Delta h - ۰/۹۶ K_A = ۰/۰۴ K_A - K_A$$

$$-mg\Delta h = -۰/۹۶ K_A + ۰/۹۶ K_A$$

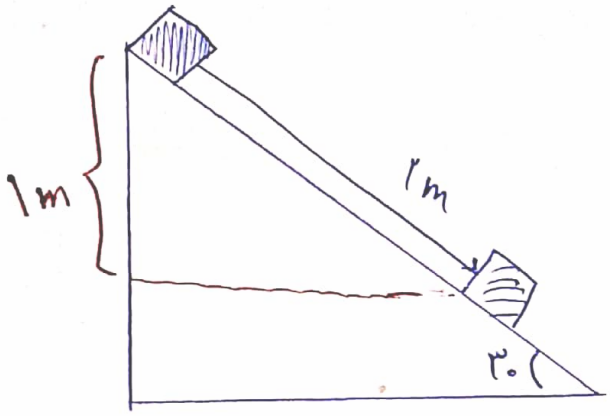
$$-mg\Delta h = -۴۰ K_A$$

$$-۱۰ \times ۸ = -۰/۴ \times \frac{۱}{۲} \times ۲ v^۲$$

$$v^۲ = \frac{۸۰}{۰/۲} = ۴۰۰ \rightarrow v = ۲۰ \, m/s$$

سؤال ۹۴: جسمی به جرم ۲kg روی سطح شیب داری که با سطح افقی ۳۰° می سازد با تندی ثابت رو به پایین می لغزد. اگر در این حرکت جسم به اندازه ۲m جابجا شود کار نیروی اصطکاک چند ژول است؟

$$v = ۲ \text{ ثابت} \Rightarrow \Delta K = ۰$$

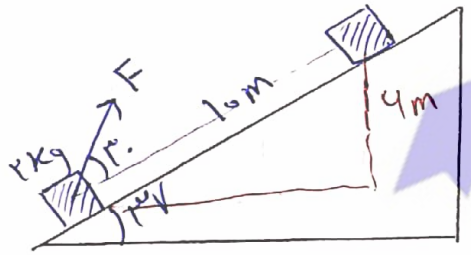


$$\Delta E = \Delta K + \Delta U$$

$$\Delta E = 0 - mgh$$

$$\Delta E = -۲۰ \times ۱ = -۲۰ J$$

مثال: مطابق شکل جسمی روی سطح شیب‌دار بدون اصطکاک توسط نیروی ثابت F به اندازهٔ ۵ نیوتن با تندی ثابت بصورت بالای سطح شیب‌دار کشیده می‌شود. کار این نیرو در این جابجایی چند ژول است؟ $\sin ۳۷° = ۰/۶$



۱۲۰	۲۰۰
۶۰	باید مقدار نیروی F معلوم باشد.

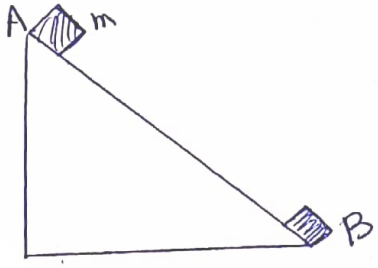
$$W_t = \Delta K = 0$$

$$W_F + W_{mg} = 0$$

$$W_F = -W_{mg} \Rightarrow W_F = mgh$$

$$W_F = ۲ \times ۱۰ \times ۶ = ۱۲۰ J$$

مطابق شکل زیر جسمی به جرم ۴kg با تندی $۵ \frac{m}{s}$ از نقطهٔ A روی سطح شیب‌داری به طرف پایین پرتاب می‌شود و با تندی $۸ \frac{m}{s}$ به نقطهٔ B می‌رسد. اگر اندازهٔ کار نیروی اصطکاک از A تا B ۲۲ ژول باشد ارتفاع h چند متر است؟



۳	۱/۵
۵	۲/۵

$$K_1 = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 5^2 = 50\,j$$

$$K_2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 8^2 = 128\,j \qquad \Longrightarrow \Delta K = 128 - 50 = 78\,j$$

$$W_t = \Delta K \Longrightarrow mgh + W_f = 78$$

$$4 \times 10 \times h - 22 = 78 \Rightarrow 40h = 100$$

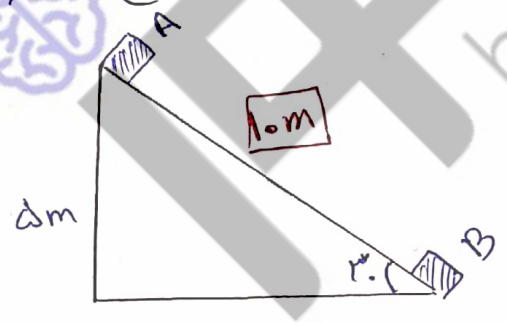
$$\boxed{h = 2{,}5\,m}$$

کار کل $= ?$ $\quad \Delta K = 78$

$\Delta E = ?$ $\quad \Delta E = W_f = -22\,j$

$\Delta U = ?$ $\quad -100\,j$ $\quad W_{mg} = +100\,j$

مثال: مطابق شکل زیر جسمی به جرم $2\,kg$ از نقطه A بدون سرعت اولیه رها می‌شود. اگر جسم در هر متر حرکت روی سطح، $3{,}6\,j$ انرژی از دست بدهد تندی آن در پایین سطح به ترتیب چقدر است؟



$$\frac{8}{12} \Big| \frac{6}{10}$$

$$W_t = \Delta K$$

$$W_{mg} + W_f = \frac{1}{2} m v^2$$

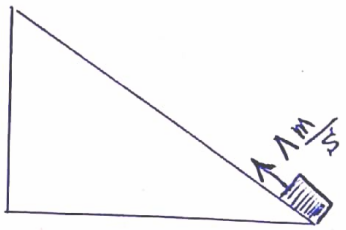
$$mgh - 10 \times 3{,}6 = \frac{1}{2} \times 2 \times v^2$$

$$2 \times 10 \times 5 - 36 = v^2$$

$$v^2 = 64 \xrightarrow{\sqrt{\ }} \boxed{v = 8\,m/s}$$

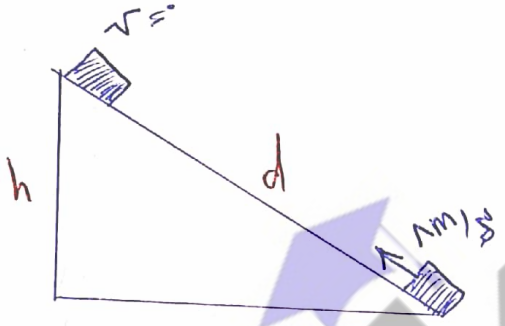
مثال ۳۰: در شکل مقابل اصطکاک نصف وزن جسم است. جسم از پایین سطح شیب‌دار، سوازی سطح باتنوی $8\frac{m}{s}$ به بالا پرتاب شده و با تندی $2m/s$ بجای اولش بازمی‌گردد. حداکثر مسافتی که روی سطح بالایی رود چند متر است؟

۲	۱
۴	۳



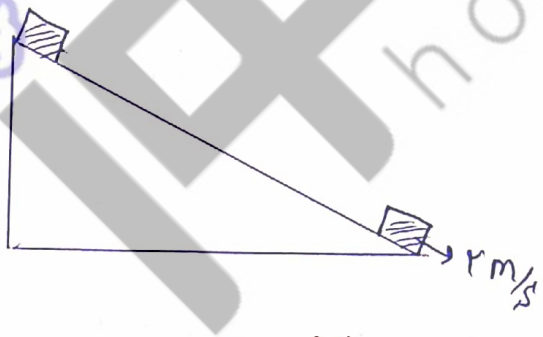
جسم بالای سطح شیبدار می‌رود متوقف می‌شود $v=0$

پس رو به پایین حرکت می‌کند و سرعت انتهایی $2m/s$ ←



$$W_t = \Delta K \longrightarrow W_{mg} + W_{fk} = K_2 - K_1$$

$$-mgh - fd = -\frac{1}{2}mv_1^2$$



$$mgh - f_k = \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$\Rightarrow -mgh - fd = -\frac{1}{2}mv_1^2$$

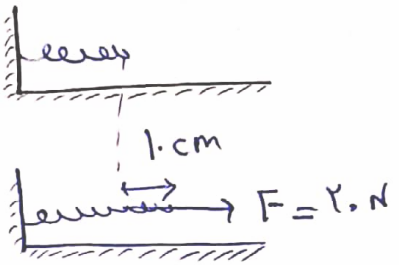
$$mgh - fd = \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$-2fd = \frac{1}{2}m(2^2 - 8^2) \Rightarrow 2 \times \frac{mg}{2}d = 30m$$

$$\rightarrow \boxed{d = 3m}$$

hodamooz

مثال: فنری افقی در حال تعادل است. شخصی با سرعت ثابت و نیروی متوسط ۲۰N فنر را به اندازه ۱۰cm کشیده می‌کند. کار شخص، کار فنر، انرژی کشسانی ذخیره شده در فنر را محاسبه کنید (از اصطکاک چشم پوشی کنید)

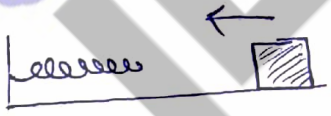


$$\begin{cases} W_{\text{شخص}} = ۲۰ \times \frac{۱۰}{۱۰۰} = ۲J \\ W_{\text{فنر}} = -۲J \\ \Delta U_{\text{فنر}} = ۲J \end{cases}$$

هرگاه سرعت ثابت باشد کار ما با کار سامانه برابر است و قرینه.

$W_{\text{فنر}} = -\Delta U_{\text{فنر}}$ می‌دانیم

مثال: جسمی به جرم ۲kg مطابق شکل بالای $\frac{۵m}{s}$ به فنری برخورد کرده و آن را فشرده می‌کند. اگر بیشترین انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در سامانه جسم-فنر ۴J باشد کار نیروی اصطکاک تا فشردگی کامل فنر چند ژول است؟



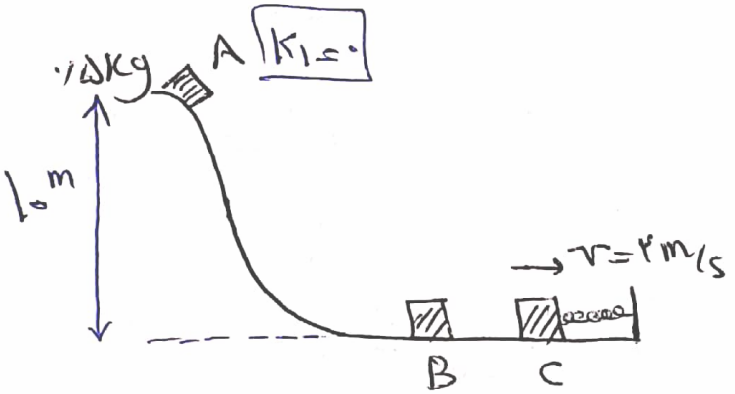
$$W_t = \Delta K = K_۲ - K_۱$$

$$W_{\text{فنر}} + W_{fk} = -\frac{۱}{۲} m v_۱^۲$$

$$-۴ + W_{fk} = -\frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۲۵$$

$$W_{fk} = -۲۱J$$

مثال: مطابق شکل جسم از حال سکون رها شده و فنر را در نهایت فشرده می‌کند. در لحظه‌ای که فنر فشرده است تندی جسم $2\frac{m}{s}$ است و $\frac{1}{4}$ انرژی توسط اصطکاک تلف شده است. انرژی پتانسیل کشسانی فنر چند ژول خواهد بود؟



$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 2^2 = 1j$$

$$\Delta K = 1j$$

$$W_t = \Delta K$$

$$mgh + W_f + W_e = 1$$

$$0/5 \times 10 \times 10 - 5 + W_e = 1 \Rightarrow W_{e_{فنر}} = -44j$$

$$\Delta U = -(-44) = 44j$$